

Fernando Erich Guilherme Rodrigues



**Análise comparativa de dimensionamento de lajes de betão armado
segundo NBR 6118 e NP EN 1992-1-1**

Faculdade de Ciência e Tecnologia

Universidade Fernando Pessoa

Porto

2021

Fernando Erich Guilherme Rodrigues



**Análise comparativa de dimensionamento de lajes de betão armado
segundo a NBR 6118 e a NP EN 1992-1-1**

Faculdade de Ciência e Tecnologia

Universidade Fernando Pessoa

Porto

2021

**Análise comparativa de dimensionamento de lajes de betão armado segundo
a NBR 6118 e a NP EN 1992-1-1**

Dissertação de mestrado a ser apresentada na
Universidade Fernando Pessoa, como parte dos
requisitos necessários para obtenção do grau de
Mestre em Engenharia Civil.

Área de estudo: Engenharia das Estruturas
Orientador: Prof. Doutor Elói J. F. Figueiredo

LISTA DE ASSINATURAS DO JURI

RESUMO

As normas são documentos técnicos regulamentares, baseadas num conjunto de regras, requisitos, condições e especificações, produzidos com o fim de padronizar e orientar profissionais, de qualquer área do conhecimento, a conduzirem os seus trabalhos e serviços e, assim, assegurar a entrega de um produto final de maior qualidade possível para os utilizadores. No caso de lajes ou qualquer estrutura convencional de betão armado, existem normas diferentes em todo o mundo, mas com o mesmo objetivo, isto é, entregar estruturas de betão armado, atendendo as necessidades de qualidade, segurança e custo. Nesta dissertação, serão estudadas e analisadas duas normas importantes para dimensionamento de estruturas de betão: a Norma Brasileira 6118:2014 (NBR) e o a norma portuguesa NP EN 1992-1-1, proveniente do conjunto de normas europeias relativas a projetos de betão armado - Eurocódigo 2. Por se tratar de um tema bastante abrangente, esta dissertação foca-se apenas no estudo de lajes de betão armado maciças e fungiformes. A presente dissertação contempla uma revisão bibliográfica do tema e dos seus pormenores, utilizando as literaturas brasileira e portuguesa mais conhecidas. É feita a comparação dos seus conceitos, equações, coeficientes de segurança, valores característicos das ações e resistências, considerações gerais e peculiaridades de cada norma. Num segundo momento, haverá duas aplicações práticas das duas normas num mesmo modelo de laje e de acordo com certos princípios tradicionais de cálculo de cada país, com as devidas análises comparativas dos resultados em termos de esforços de cálculo, quantidade armaduras e altura das secções.

Palavras-chave: Normas, Brasil, Portugal, lajes, betão armado, estruturas.

ABSTRACT

The norms are technical documents produced for the purpose to standardize and guide professionals in any field of knowledge and conduct your jobs and services with a certain level of quality and so deliver a final product suitable for the consumer. In general, the norms are a set of laws, standards, specifications that help the professional to direct your work to deliver a product of the highest possible quality. In the case of slabs or any conventional reinforced concrete structure, the situation is not very different, there are different norms all over the world, but with the same objective, to deliver reinforced concrete structures, supplying the needs of quality, safety and custody. In this dissertation, two important norms that address the subject about design of reinforced concrete structures: the Brazilian standard NBR 6118:2014 and the Portuguese standard NP EN 1992-1-1 from the set of European standards related to reinforced concrete projects called Eurocode 2. As this is a very comprehensive topic, this dissertation will have the main focus of development in the study of reinforced concrete slabs among its various types. The present dissertation will contemplate a bibliographic review of the theme and its details, using the most renowned Brazilian and Portuguese literatures, comparing its concepts, equations, coefficients, values, considerations and peculiarities of each. In a second step, there will be practical applications of the two standards in the same slab model with their due comparative analysis not only of the results, but also of the whole process itself until the end.

Keywords: Standards, Brazil, Portugal, slabs, reinforced concrete, structures.

"Tenho a impressão de ter sido uma criança brincando à beira-mar, divertindo-me em descobrir uma pedrinha mais lisa ou uma concha mais bonita que as outras, enquanto o imenso oceano da verdade continua misterioso diante de meus olhos."

Isaac Newton

Tudo é para o nosso Senhor.

AGRADECIMENTOS

Acima de tudo, agradeço a Deus pela saúde, pela vida de todo dia e pela oportunidade, saúde e aptidão para poder escrever este trabalho. Sem Deus nada disso seria possível, logo sempre estará no topo de quaisquer agradecimentos na minha vida.

Em segundo lugar, agradeço o apoio e suporte dos meus pais, irmãos e amigos, são dessas pessoas incríveis que tiro minha motivação e inspiração de cada dia e que levarei para toda a vida. À minha mãe Cristiane, meu pai Fernando, meus irmãos Eduardo e Caio e meu melhor amigo Eric, sem elas eu não teria chegado onde estou, por isso é mais que válido destacar a importância e o papel delas na existência deste trabalho.

Em terceiro lugar, agradeço ao meu competente orientador e professor Elói Figueiredo que sempre esteve a disposição e me deu todo o suporte para a produção deste trabalho, cedendo sua experiência, extenso conhecimento teórico e seu precioso tempo para efetuar correções e agregar melhorias à dissertação. Me guiou como um mestre a seu pupilo, indicando fontes de estudo para poder construir o trabalho de forma harmoniosa e técnica.

Em quarto lugar, as amizades que fiz em Porto que pretendo levar para toda a vida, pessoas maravilhosas de variadas nacionalidades que conheci no hostel que estive durante o período do mestrado e também aos meus colegas de mestrado que compartilharam comigo essa experiência enriquecedora vivida em Porto.

Em quinto lugar, gostaria de agradecer também a todos os professores em que pude vivenciar as aulas durante o mestrado, o conhecimento obtido não tem valor por ser tão precioso e a convivência em cada aula também foi extremamente marcante, em especial aos professores Doutor Elói Figueiredo pelo suporte imensurável na produção do meu trabalho e ao coordenador do curso de Mestrado em Engenharia Civil Doutor Miguel Branco por sua conduta proativa de se preocupar conosco e oferecer toda a ajuda possível durante todo o período do mestrado.

E por último, agradecer a todas as pessoas envolvidas nessa experiência vivida na maravilhosa cidade de Porto, local esse que desde o momento em que cheguei me deixou extremamente encantado com a gigantesca beleza que essa cidade mostra, tanto que pretendo continuar frequentando após a conclusão deste ciclo.

ÍNDICE GERAL

ÍNDICE DE FIGURAS	xiv
ÍNDICE DE QUADROS	xvii
LISTA DE SÍMBOLOS	xx
INTRODUÇÃO.....	1
Enquadramento e motivação	1
Objetivos	2
Organização.....	2
1 ESTADO DE ARTE DAS LAJES MACIÇAS E FUNGIFORMES	3
1.1 Contextualização	3
1.1.1 Evolução das tecnologias construtivas de Portugal antes do betão armado	3
1.1.2 O betão armado na Europa e em território português.....	5
1.1.3 O betão armado no Brasil.....	6
1.1.4 Características, vantagens e desvantagens do uso de betão armado.....	8
1.1.5 Nota histórica das normas regulamentares brasileira e portuguesa	8
1.1.5.1 Norma brasileira NBR 6118:2014.....	8
1.1.5.2 Norma portuguesa NP EN 1992-1-1 (2010).....	9
1.2 Lajes maciças	10
1.2.1 Características	10
1.2.2 Vantagens e desvantagens	11
1.2.3 Aspectos estruturais.....	11
1.3 Lajes fungiformes.....	12
1.3.1 Características	12
1.3.2 Vantagens e desvantagens	13
1.3.3 Aspectos estruturais.....	14
1.4 Aspectos técnicos da norma brasileira: NBR 6118:2014.....	19
1.4.1 Generalidades e critérios de projeto	19
1.4.1.1 Aspectos técnicos dos materiais	19
1.4.1.2 Classes de agressividade ambiental.....	20
1.4.1.3 Recobrimento	21
1.4.1.4 Ancoragem das barras	22
1.4.1.5 Armaduras mínimas e máximas	22
1.4.1.6 Disposições construtivas	24
1.4.2 Dimensionamento de lajes maciças.....	24
1.4.2.1 Modelo de cálculo	24
1.4.2.2 Definição de vão teórico.....	25
1.4.2.3 Tipos de armação em lajes maciças.....	26

1.4.2.4	Pré-dimensionamento	26
1.4.2.5	Ações	29
1.4.2.6	Dimensionamento das armaduras de flexão	30
1.4.3	Dimensionamento de lajes fungiformes	31
1.4.3.1	Modelo de cálculo	31
1.4.3.2	Espessuras e armações.....	31
1.4.3.3	Carregamentos.....	32
1.4.3.4	Distribuição dos momentos	33
1.4.3.5	Dimensionamento das armaduras de flexão	34
1.4.3.6	Dimensionamento das armaduras contra colapso progressivo	35
1.4.3.7	Dimensionamento das armaduras de punçoamento.....	37
1.5	Aspetos técnicos da norma portuguesa: NP EN 1992-1-1 (2010).....	49
1.5.1	Generalidades e critérios de projeto	49
1.5.1.1	Aspectos técnicos dos materiais	49
1.5.1.2	Influências ambientais e classificações	51
1.5.1.3	Recobrimento	52
1.5.1.4	Armaduras mínimas e máximas	54
1.5.1.5	Disposições construtivas	54
1.5.1.6	Ancoragem ou amarração dos varões.....	55
1.5.2	Dimensionamento de lajes maciças	59
1.5.2.1	Pré-dimensionamento	59
1.5.2.2	Ações e repartições.....	60
1.5.2.3	Dimensionamento das armaduras de flexão	60
1.5.2.4	Dimensionamento das armaduras secundárias	61
1.5.3	Dimensionamento de lajes fungiformes	62
1.5.3.1	Modelo de cálculo	62
1.5.3.2	Distribuição dos momentos	63
1.5.3.3	Carregamentos.....	63
1.5.3.4	Dimensionamento das armaduras de flexão	64
1.5.3.5	Dimensionamento das armaduras contra colapso progressivo	66
1.5.3.6	Dimensionamento das armaduras contra punçoamento	66
2	ABORDAGEM PRÁTICA: DIMENSIONAMENTO.....	76
2.1	Considerações iniciais	76
2.2	Laje maciça.....	76
2.2.1	Norma brasileira NBR 6118:2014.....	77
2.2.2	Norma portuguesa NP EN 1992-1-1 (2010).....	82
2.3	Laje fungiforme.....	87
2.3.1	Norma brasileira NBR 6118:2014.....	89
2.3.1.1	Pré-dimensionamento	89
2.3.1.2	Ações e esforços de cálculo.....	89
2.3.1.3	Dimensionamento à flexão	95
2.3.1.4	Dimensionamento das armaduras contra colapso progressivo	99
2.3.1.5	Dimensionamento das armaduras de punçoamento.....	100
2.3.2	Norma portuguesa NP EN 1992-1-1 (2010).....	111

2.3.2.1	Pré-dimensionamento	111
2.3.2.2	Ações e esforços internos de cálculo	111
2.3.2.3	Dimensionamento à flexão	114
2.3.2.4	Dimensionamento das armaduras contra colapso progressivo	121
2.3.2.5	Dimensionamento das armaduras de punçoamento	121
2.4	Considerações finais	134
3	ANÁLISE DE RESULTADOS: COMPARAÇÃO DAS NORMAS	135
3.1	Considerações iniciais	135
3.2	Generalidades	135
3.2.1	Resistências de projeto e coeficientes de minoração	135
3.2.2	Diagramas de tensão-deformação	136
3.2.3	Classes de agressividade ambiental	137
3.2.4	Recobrimento	139
3.2.5	Ancoragem ou amarração dos varões	140
3.2.6	Armaduras mínimas e máximas	141
3.2.7	Detalhes construtivos	143
3.3	Lajes maciças	144
3.3.1	Critério de armação	144
3.3.2	Pré-dimensionamento	144
3.3.3	Concepção e cálculo dos carregamentos no E.L.U.	146
3.3.4	Modelos de dimensionamento das armaduras de flexão	147
3.3.5	Resultados da aplicação prática em lajes maciças	148
3.4	Lajes fungiformes	149
3.4.1	Crítérios para se utilizar método dos pórticos equivalentes	149
3.4.2	Sistema de distribuição de momentos	150
3.4.3	Aspectos construtivos quanto as armações para lajes fungiformes	153
3.4.4	Dimensionamento da armadura contra colapso progressivo	154
3.4.5	Punçoamento	155
3.4.5.1	Verificações de segurança contra o punçoamento solicitadas pela norma	155
3.4.5.2	Modelos de cálculo para tensões solicitantes em pilares interiores	156
3.4.5.3	Modelos de cálculo para tensões solicitantes em pilares de bordo	158
3.4.5.4	Modelos de cálculo para tensões solicitantes em pilares de canto	161
3.4.5.5	Modelos de cálculo para as tensões resistentes	164
3.4.5.6	Disposições Construtivas	166
3.4.6	Resultados da aplicação prática em lajes fungiformes	167
3.5	Considerações finais	169
	CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	171
	Conclusões	171
	Desenvolvimentos futuros	172
	REFERÊNCIAS	173
	ANEXOS	177

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – Alvenaria de Pedra – Tipologia de Construção (<1755).....	3
Figura 2 – Gaioleiro Pombalino	4
Figura 3 – Evolução dos métodos construtivos nos edifícios em território português	5
Figura 4 - Primeira ponte de betão armada construída, datada de 1875.....	5
Figura 5 – Usina hidrelétrica de Itaipu	7
Figura 6 – Estrutura de uma laje treliçada.....	11
Figura 7 – Flexão em lajes/vigas	12
Figura 8 - Laje fungiformes maciças.....	12
Figura 9 – Lajes cogumelo	13
Figura 10 – Contorno ou perímetro crítico.....	14
Figura 11 – Acidente estrutural devido ao punçoamento no edifício Gran Parc Residencial Resort.....	15
Figura 12 – Pinos <i>stud bolt</i> no combate ao punçoamento	16
Figura 13 – Efeitos de punçoamento em pilares de diferentes posições	16
Figura 14 – Representação da ruptura típica da punção.....	17
Figura 15 – Alternativas de armaduras de cisalhamento para combate à punção	17
Figura 16 – Ruína por colapso progressivo ocorrido em um edifício de São Bernardo do Campo (SP)	18
Figura 17 - Diagrama tensão-deformação do betão pela norma brasileira.....	20
Figura 18 – Diagrama tensão-deformação do aço pela norma brasileira	20
Figura 19 – Teoria da flexão abordada na literatura brasileira e na norma brasileira	24
Figura 20 – Determinação dos vãos teóricos.....	25
Figura 21 – Modos de armação das lajes maciças.....	26
Figura 22 - Casos de vinculação possíveis em lajes maciças	27
Figura 23 – Espessuras mínimas de lajes fungiformes com e sem capitéis.....	31
Figura 24 – Comprimento das faixas que serão analisadas para o pórtico.....	32
Figura 25 – Carregamento atuante nos pórticos (faixas).....	33
Figura 26 - Distribuição dos momentos positivos e negativos.....	34
Figura 27 – Diagrama parábola-retângulo utilizada para formulação do cálculo da armadura.....	35
Figura 28 – Detalhamento da armadura contra colapso progressivo.....	36
Figura 29 – Detalhamento das armaduras longitudinais em lajes sem vigas	36
Figura 30 – Perímetro crítico na face do pilar de canto (C)	37
Figura 31 – Perímetro crítico na região C' para o pilar de canto	38
Figura 32 – Perímetro crítico na região C'' para o pilar de canto	38
Figura 33 – Perímetro crítico na face do pilar de bordo (C).....	39
Figura 34 – Perímetro crítico na região C' para o pilar de bordo.....	39
Figura 35 – Perímetro crítico na região C'' para o pilar de bordo	39

Figura 36 – Perímetro crítico na face do pilar interno (C)	40
Figura 37 – Perímetro crítico na região C' para o pilar interno	40
Figura 38 – Perímetro crítico na região C'' para o pilar interno	40
Figura 39 – Áreas de aço presentes na região crítica	43
Figura 40 – Diagrama parábola-rectângulo do betão comprimido.....	49
Figura 41 – Distribuição rectangular de tensões	50
Figura 42 – Diagrama tensão-deformação para o aço do betão armado.....	50
Figura 43 – Condições de aderência entre o betão e a armadura	55
Figura 44 – Casos para simplificação do cálculo do comprimento de ancoragem (I).....	56
Figura 45 – Caso para simplificação do cálculo de comprimento de ancoragem (II)	56
Figura 46 – Valores de C_d para vigas e lajes	57
Figura 47 – Tipos de amarração sugeridas	58
Figura 48 – Representação da interrupção da armadura longitudinal de flexão.....	58
Figura 49 – Coeficientes de repartição para cálculo dos momentos	60
Figura 50 – Situação de necessidade de armadura para bordos simplesmente apoiados	62
Figura 51 – Situação de necessidade de armadura para bordos livres.....	62
Figura 52 – Divisão das faixas centrais e externas na laje fungiforme	63
Figura 53 – Modelo para verificação do punçoamento no seu estado limite último.....	67
Figura 54 – Primeiros perímetros de controlo em torno das áreas carregadas para pilares internos.....	67
Figura 55 – Primeiros perímetros de controlo para pilares de diferentes posições	68
Figura 56 – Perímetro do primeiro perímetro de controlo reduzido para o pilar de bordo	70
Figura 57 – Perímetro do primeiro perímetro de controlo reduzido para o pilar de canto	71
Figura 58 – Valores de β recomendados segundo o anexo nacional português	71
Figura 59 – Perímetros de controlo para pilares internos.....	74
Figura 60 – Detalhamento da armadura contra punçoamento	75
Figura 61 – Exemplo de laje maciça a ser utilizado para o estudo comparativo.....	76
Figura 62 – Caso de laje quanto as condições de apoio (NBR)	77
Figura 63 – Diagramas de esforços para a laje em questão (NBR).....	79
Figura 64 – Condições de vinculação dos painéis componentes da laje maciça (NP)	83
Figura 65 – Diagramas de esforços para a laje em questão (NP).....	84
Figura 66 – Exemplo de laje fungiforme a ser utilizado para o estudo comparativo	87
Figura 67 – Divisão dos pórticos.....	88
Figura 68 – Faixas internas e externas componentes da laje	88
Figura 69 – Diagramas de esforços para o Pórtico 2 (NBR)	90
Figura 70 – Diagramas de esforços para o Pórtico 5 (NBR)	91
Figura 71 – Distribuição de momentos por faixa na direção x.....	92
Figura 72 – Distribuição de momentos por faixa na direção y.....	92
Figura 73 – Momentos positivos de cálculo para a direção x (NBR).....	93
Figura 74 – Momentos negativos de cálculo para a direção x (NBR).....	94
Figura 75 – Momentos positivos de cálculo para a direção y (NBR).....	94
Figura 76 – Momentos negativos de cálculo para a direção y (NBR).....	95
Figura 77 – Armaduras Positivas para direção x (NBR)	96
Figura 78 – Armaduras Positivas para direção y (NBR).....	97
Figura 79 – Armaduras negativas para direção x (NBR)	98

Figura 80 – Armaduras negativas para direção y (NBR)	98
Figura 81 – Corte do Pilar interno P5 das armaduras de flexão positivas (NBR)	100
Figura 82 – Configuração da armadura de punção para o pilar interno (NBR)	104
Figura 83 – Configuração da armadura de punção para o pilar de bordo (NBR).....	107
Figura 84 – Configuração da armadura de punção para o pilar de canto (NBR)	110
Figura 85 – Diagramas de esforços de cálculo para os Pórticos 1 e 3 (NP).....	112
Figura 86 – Diagramas de esforços de cálculo para o Pórtico 2 (NP).....	112
Figura 87 – Diagramas esforços de cálculo para os Pórticos 4 e 6 (NP).....	113
Figura 88 – Diagramas de esforços para o Pórtico 5 (NP)	113
Figura 89 – Momento resultante negativo para cálculo do A_{sup} para pilares internos (NP)	120
Figura 90 – Corte da seção de betão e armadura (NP)	121
Figura 91 – Taxas de armadura na região distante $3d$ da face do pilar interno P5.....	123
Figura 92 – Armadura de punçoamento para o pilar interno (NP).....	126
Figura 93 – Taxas de armadura na região distante $3d$ da face do pilar de bordo (NP).....	128
Figura 94 – Armadura de punçoamento para os pilares de bordo (NP)	130
Figura 95 – Taxas de armadura na região distante $3d$ da face do pilar de canto (NP)	132
Figura 96 – Armadura de punçoamento para os pilares de canto (NP).....	133
Figura 97 – Configuração de armaduras superiores para a laje maciça (norma brasileira).....	180
Figura 98 - Configuração de armaduras inferiores para a laje maciça (norma brasileira).....	181
Figura 99 – Configuração de armaduras superiores para a laje maciça (norma portuguesa)	182
Figura 100 - Configuração de armaduras inferiores para a laje maciça (norma portuguesa).....	183
Figura 101 – Configuração de armaduras superiores na Direção X (laje fungiforme pela NBR).....	184
Figura 102 - Configuração de armaduras superiores na Direção Y (laje fungiforme pela NBR)	185
Figura 103 - Configuração de armaduras inferiores na Direção X (laje fungiforme pela NBR)	186
Figura 104 - Configuração de armaduras inferiores na Direção Y (laje fungiforme pela NBR)	187
Figura 105 – Configurações de armaduras de punçoamento para os pilares de canto pela NBR	188
Figura 106 – Configurações de armaduras de punçoamento para os pilares de bordo pela NBR.....	189
Figura 107 – Configurações de armaduras de punçoamento para o pilar interno pela NBR	190
Figura 108 – Disposição das armaduras de punçoamento pela NBR.....	191
Figura 109 – Configuração de armaduras superiores na Direção X (laje fungiforme pela NP).....	192
Figura 110 - Configuração de armaduras superiores na Direção Y (laje fungiforme pela NP)	193
Figura 111 - Configuração de armaduras inferiores na Direção X (laje fungiforme pela NP).....	194
Figura 112 - Configuração de armaduras inferiores na Direção Y (laje fungiforme pela NP).....	195
Figura 113 – Configurações de armaduras de punçoamento para os pilares de canto pela NP.....	196
Figura 114 – Configurações de armaduras de punçoamento para os pilares de bordo pela NP	197
Figura 115 – Configurações de armaduras de punçoamento para o pilar interno pela NP.....	198
Figura 116 – Disposição das armaduras de punçoamento pela NP	199

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1 - Vantagens e desvantagens proporcionadas pelo uso de lajes fungiformes	13
Quadro 2 - Classes de agressividade ambiental	21
Quadro 3 - Relação entre a classe de agressividade, fator água/cimento e classe do betão	21
Quadro 4 - Valores de recobrimento para peças de betão	21
Quadro 5 - Valores de η para cálculo da resistência de aderência f_{bd}	22
Quadro 6 - Taxas mínimas de armaduras	23
Quadro 7 - Valores de ρ_{\min}	23
Quadro 8 - Valores de ψ_2 para diferentes casos de vinculação.....	28
Quadro 9 - Valores de ψ_3 para os tipos de aço disponíveis	28
Quadro 10 - Valores do coeficiente adicional de majoração γ_n para lajes em balanço	29
Quadro 11 – Valores de k	44
Quadro 12 – Classes de exposição relativas às condições ambientais	51
Quadro 13 – Classificação estrutural sugerida	52
Quadro 14 – Valores recomendados para $c_{\min,b}$ relativo às condições de aderência.....	53
Quadro 15 – Valores de $c_{\min,dur}$ em função da classe estrutural	53
Quadro 16 – Valores dos coeficientes α	57
Quadro 17 – Distribuição de momentos nas faixas de laje.....	63
Quadro 18 – Hipóteses de cálculo utilizadas para o dimensionamento.....	65
Quadro 19 – Barras comerciais e áreas de aço por barra.....	65
Quadro 20 – Valores de k para áreas carregadas retangulares	69
Quadro 21 – Esforços obtidos para cada pórtico.....	91
Quadro 22 – Quantidade de estribos para o pilar interno (NBR)	104
Quadro 23 – Quantidade de estribos para o pilar de bordo (NBR)	107
Quadro 24 – Quantidade de estribos para o pilar de canto (NBR)	110
Quadro 25 – Cálculo dos carregamentos atuantes nos pórticos	111
Quadro 26 – Esforços máximos de cálculo para dimensionamento na direção X.....	114
Quadro 27 – Esforços máximos de cálculo para dimensionamento na direção Y.....	114
Quadro 28 – Repartição dos momentos nas faixas e cálculo dos momentos M_{Ed} na direção X.....	115
Quadro 29 – Repartição dos momentos nas faixas e definição dos momentos M_{Ed} na direção Y	115
Quadro 30 – Dimensionamento das armaduras de flexão na direção X.....	116
Quadro 31 – Dimensionamento das armaduras de flexão na direção Y.....	117
Quadro 32 – Definição dos diâmetros e espaçamentos das armaduras de flexão na direção X.....	118
Quadro 33 – Definição dos diâmetros e espaçamentos das armaduras de flexão na direção Y	118
Quadro 34 – Cálculo dos comprimentos de amarração dos varões negativos na direção X	119
Quadro 35 – Cálculo dos comprimentos de amarração dos varões negativos na direção Y	119

Quadro 36 – Dimensionamento da armadura de punçoamento para o Pilar interno P5 (NP)	126
Quadro 37 – Dimensionamento da armadura de punçoamento para pilares de bordo	130
Quadro 38 – Dimensionamento da armadura de punçoamento para pilares de canto.....	133
Quadro 39 – Comparativo entre as resistências de projeto e coeficientes de minoração	135
Quadro 40 – Comparativo entre os diagramas de tensão deformação.....	136
Quadro 41 – Decisões realizadas para cada norma no quesito agressividade ambiental	137
Quadro 42 – Comparativo entre a abordagem dos efeitos ambientais	138
Quadro 43 – Comparativo entre a definição do recobrimento da peça	139
Quadro 44 – Recobrimentos utilizados para cada norma	140
Quadro 45 – Comprimentos de amarração utilizados para cada norma	140
Quadro 46 – Comparativo entre as metodologias de cálculo do comprimento de amarração.....	141
Quadro 47 – Comparativo entre os cálculos dos limites mínimos e máximos de armadura na seção	142
Quadro 48 – Limites mínimos e máximos de armadura definidos para o caso comparativo em questão ..	142
Quadro 49 – Comparativo entre as disposições construtivas	143
Quadro 50 – Valores máximos de espaçamentos permitidos para o caso em questão	143
Quadro 51 – Comparativo entre os critérios para se armar a laje.....	144
Quadro 52 – Valores de espessura e alturas úteis de laje utilizados no estudo comparativo	144
Quadro 53 – Comparativo entre os métodos de pré-dimensionamento da laje	145
Quadro 54 – Comparativo entre a concepção e cálculo dos carregamentos no E.L.U	146
Quadro 55 – Valores de cálculo relativos às cargas para o dimensionamento	146
Quadro 56 – Esforços de cálculo utilizados para o dimensionamento	147
Quadro 57 – Comparativo entre os métodos de dimensionamento das armaduras de flexão	147
Quadro 58 – Comparativo entre as configurações de armadura utilizadas	148
Quadro 59 – Representação percentual da economia de aço.....	148
Quadro 60 – Informações técnicas das armaduras dimensionadas pra cada norma	148
Quadro 61 – Comparativo entre os critérios para o uso do método dos pórticos equivalentes	149
Quadro 62 – Espessuras e alturas úteis das lajes pré-dimensionadas por cada norma	149
Quadro 63 - Comparativo ente o sistema de distribuição dos momentos.....	150
Quadro 64 – Cargas definidas nos pórticos para obtenção dos esforços.....	151
Quadro 65 – Momentos por pórtico	151
Quadro 66 – Momentos por faixa.....	151
Quadro 67 – Momentos de cálculo.....	152
Quadro 68 – Esforços transversos	152
Quadro 69 - Comparativo quanto ao detalhamento das armaduras longitudinais para lajes fungiformes .	153
Quadro 70 – Comparativo quanto ao dimensionamento das armaduras contra colapso progressivo.....	154
Quadro 71 – Comparação numérica entre as quantidades de armadura contra colapso progressivo	154
Quadro 72 – Comparativo entre as verificações solicitadas para a segurança contra o punçoamento.....	155
Quadro 73 – Perímetros de controlo utilizados para cálculo das tensões solicitantes (pilar interno).....	156
Quadro 74 – Tensões solicitantes calculadas para o pilar interno	156
Quadro 75 – Comparativo entre os modelos de cálculo das tensões solicitantes para pilares internos.....	157
Quadro 76 – Perímetros de controlo utilizados para cálculo das tensões solicitantes (pilares de bordo)...	158
Quadro 77 – Tensões solicitantes calculadas para os pilares de bordo	159
Quadro 78 – Comparativo entre os modelos de cálculo das tensões solicitantes para pilares de bordo	159
Quadro 79 – Perímetros de controlo utilizados para cálculo das tensões solicitantes (pilares de canto) ...	161

Quadro 80 – Tensões solicitantes calculadas para os pilares de canto	162
Quadro 81 – Comparativo entre os modelos de cálculo das tensões solicitantes para pilares de canto	162
Quadro 82 – Tensões resistentes calculadas para cada pilar	164
Quadro 83 – Comparativo entre os modelos de cálculo das tensões resistentes	165
Quadro 84 – Comparativo entre as disposições construtivas utilizadas	166
Quadro 85 – Taxas de aço e configurações de armadura utilizadas para ambas normas	167
Quadro 86 – Comparativo entre os resultados dos projetos de armaduras longitudinais	168
Quadro 87 - Comparativo entre os resultados dos projetos de armaduras de punçoamento	169
Quadro 88 – Cargas de Utilização ou Sobrecarga adotadas pela normalização brasileira	177
Quadro 89 - Processo "KMD" para o cálculo da área de aço pela norma brasileira.....	178
Quadro 90 - Valores de ε_{c2} e ε_{cu2}	179

LISTA DE SÍMBOLOS

f_{ck} – Valor característico resistente do betão à compressão

f_{cd} – Valor resistente do betão à compressão de cálculo

γ_c – Coeficiente de minoração da resistência do betão

f_{yk} – Valor característico resistente do aço à tração

f_{yd} – Valor resistente do aço à tração de cálculo

γ_s – Coeficiente de minoração da resistência do aço

ε_{cu} – Encurtamento último do betão

ε_{c2} – Deformação específica de encurtamento do betão no início do patamar plástico

E_s – Módulo de elasticidade do aço

E_{cs} – Módulo de elasticidade a secante do betão

E_{ci} – Módulo de elasticidade tangente inicial do betão

CA – Concreto armado

CP – Concreto protendido

$l_b, l_{bqr,d}$ – Comprimento de ancoragem ou amarração

f_{bd} – Valor resistente de cálculo da aderência entre betão e aço

η_1 – Fator relativo à rugosidade da barra

η_2 – Fator relativo à posição da barra na peça

η_3 – Fator relativo ao diâmetro da barra

ρ – Taxa de armadura

$\rho_{mín}$ – Taxa de armadura mínima

b_w – Largura da faixa para cálculo da armadura (1m)

$A_{s,mín}$ – Área de aço mínima calculada

$A_{s,máx}$ – Área de aço máxima calculada

$A_{s,nec}$ – Área de aço necessária

A_c – Área da seção bruta

$A_{s,exis}$ – Área de aço utilizada efetiva

h – Espessura da laje

d – Altura útil da laje

R_{st} – Força resultante resistente gerada pelo aço

R_{cc} – Força resultante resistente gerada pelo betão

x – Profundidade da linha neutra

$l_{teórico}$ – Vão teórico

l_o – Vão de face a face do pilar

l_y – Vão de maior dimensão da laje

l_x – Vão de menor dimensão da laje

Ψ_2 – Coeficiente de pré-dimensionamento relativo a vinculação da laje

Ψ_3 – Coeficiente de pré-dimensionamento relativo a resistência da armadura planejada

γ_n – Coeficiente adicional de majoração para lajes em balanço

$F_{gi,k}$ – Cargas permanentes atuantes características

$F_{qi,k}$ – Cargas variáveis atuantes características

ζ_{34} – Limite entre os domínios 3 e 4

d_{min} – Altura útil mínima da peça

p_{sd} – Carregamento por metro quadrado

w_{sd} – Carregamento linear

ε_s – Deformação do aço

ε_c – Deformação do betão

ε_{sd} – Tensão de escoamento do aço

C – Contorno crítico na face do pilar

C' – Contorno crítico na região distante 2d da face do pilar

C'' – Contorno crítico que representa o último perímetro de armadura

F_{sd} – Força cortante aplicada na região de apoio

μ_0 – Perímetro crítico no contorno C

μ_1 – Perímetro crítico no contorno C'

μ_2 – Perímetro crítico no contorno C''

p – Distância da face do pilar até o último perímetro de armadura

τ_{rd1} – Limite de tensão para que a seção prescindia de armadura transversal de cisalhamento

τ_{rd2} – Tensão resistente de compressão para a verificação da compressão diagonal do betão

τ_{rd3} – Tensão de cisalhamento resistente de cálculo

σ_{cp} – Tensão resistente fornecida pela protensão

α_{v2} – Fator de efetividade

A_{sw} – Área de armadura de combate a punção

f_{ywd} – Resistência da armadura de punção

S_r – Espaçamento radial entre os perímetros de armadura

k – Razão entre as dimensões do pilar

W_p – Módulo de resistência plástica

M_{sd} – Momento atuante na ligação

e^* – Excentricidade do perímetro crítico reduzido

$e_{c'}$ – Excentricidade do perímetro em C' relacionado ao bordo livre

$e_{c''}$ – Excentricidade do perímetro em C'' relacionado ao bordo livre

α_{cc} – Coeficiente relativo aos efeitos de longo prazo na resistência à compressão do betão

f_{ctm} – Resistência do betão à esforços de tração

b_t – Largura média da região tracionada

μ e ω – Coeficientes adimensionais para dimensionamento das armaduras

A_p – Área da armadura pré-esforçada

f_{pd} – Tensão de cálculo na armadura pré-esforçada

v_{Ed} – Tensão solicitante de punçoamento

$v_{Rd,máx}$ – Valor de cálculo resistente máxima para o punçoamento

$v_{Rd,cs}$ – Valor de cálculo resistente para o punçoamento de uma laje com armadura

$v_{Rd,c}$ – Valor de cálculo resistente ao punçoamento de uma laje sem armadura para o punçoamento

β – Coeficiente relativo aos momentos aplicados na ligação

e_y – Excentricidade na direção y

e_z – Excentricidade na direção z

b_y e b_z – Dimensões do perímetro de controlo

e_{par} – Excentricidade no plano paralelo ao bordo da laje

μ^* – Perímetro de controlo reduzido

v – Fator de redução da resistência ao cisalhamento do betão

$\mu_{out,ef}$ – Perímetro no qual não se necessita mais armadura contra punçoamento

S_t – Espaçamento tangencial dos estribos

INTRODUÇÃO

A presente dissertação integra como uma parcela dos requisitos necessários para a obtenção do grau de mestre em Engenharia Civil. O tema abordado trata de um estudo comparativo entre duas normas de dimensionamento de lajes de betão armado: a Norma Brasileira Regulamentadora atualizada em 2014, simplificada NBR 6118:2014, e a norma portuguesa de dimensionamento de peças em betão armado, a NP EN 1992-1-1 (2010), proveniente do Eurocódigo 2.

Enquadramento e motivação

Sabe-se que em contexto mundial existem centenas de normas regulamentadoras, cada uma com suas ideologias próprias a respeito de diversos assuntos. Assim que cada país, região ou continente tem suas características únicas que fazem valer a aplicação de um item específico de norma para gerar conforto e segurança para os habitantes daquele local. É devido a isso que se pode perceber as diferenças entre os regulamentos, mesmo que possuam uma estrutura teórica e conceitual similar em grande parte, ainda assim existem peculiaridades e distinções entre elas. É nesse contexto que este trabalho será enquadrado, analisar as diferenças entre essas duas normas no processo de dimensionamento de lajes de betão armado.

A principal motivação para este trabalho se deve ao fato do interesse pela área de engenharia das estruturas e para ampliação de conhecimentos relacionados com as duas normas, as peculiaridades de cada uma, a interpretação de cada norma a respeito de cada procedimento de dimensionamento, a definição de diversos conceitos nos dois casos e o conhecimento das principais diferenças entre as duas e da aplicação das mesmas em casos similares. A curiosidade em definir o quão relevante são as diferenças entre as duas normas, não apenas pelos resultados finais, mas também por todo o procedimento até os alcançarem. Este estudo comparativo também estimulará a percepção de que existem muitas filosofias e critérios diferentes no mundo, cada qual possuindo vantagens e desvantagens em seus respectivos campos de aplicação.

Objetivos

A dissertação tem como objetivo principal realizar uma comparação entre as duas normas citadas sobre conceitos, definições, coeficientes de segurança, valores característicos das ações e resistências e procedimentos de cálculo no dimensionamento de lajes de betão armado. Pode-se citar como objetivos específicos: comparar as quantidades de armaduras mínimas, máximas e necessárias geradas, tanto longitudinais quanto de punçoamento, além das informações relacionadas aos valores de recobrimentos e classificações ambientais. a interpretação dos aspetos técnicos das duas normas, identificação das diferenças mais discretas e críticas das mesmas tanto em metodologias de cálculo como disposições construtivas.

Organização

O presente trabalho será dividido em três etapas principais e as conclusões. A primeira fase corresponde ao estado de arte que será responsável pela introdução de aspetos históricos, breves informações sobre ambas normas, materiais abrangentes, informações adicionais que tem como objetivo enriquecer o trabalho além do teor técnico. Esta etapa ainda revisará informações predominantemente técnicas que serão retiradas do material de estudo, no caso as normas técnicas e as mais conceituadas fontes literárias brasileiras e portuguesas. A segunda fase corresponde a aplicação prática, onde será realizado um exemplo de laje maciça e fungiforme para os dois tipos de lajes utilizando os recursos teóricos dos dois regulamentos. Finalmente, a terceira fase, faz um apanhado geral onde será atingido o objetivo deste trabalho - analisar em termos comparativos os resultados das duas normas.

A metodologia a ser adotada será com base na leitura e compreensão das normas de dimensionamento de estruturas em betão armado, em conjunto com outras obras da área que aplicam essas respectivas normas em sua literatura. As normas dispostas para o estudo serão a NBR 6118:2014, regulamento brasileiro que teve sua última atualização no ano de 2014 e abrange todos os procedimentos e conceitos relacionados a dimensionamento de lajes em betão armado, e a NP EN 1992-1-1, de 2010, que trata dos mesmos processos, mas com outras abordagens e caracterizações.

1 ESTADO DE ARTE DAS LAJES MACIÇAS E FUNGIFORMES

1.1 Contextualização

1.1.1 Evolução das tecnologias construtivas de Portugal antes do betão armado

Considerando que o continente europeu é comprovadamente um dos mais velhos do mundo, pode-se dizer que a utilização de betão armado nas construções é de certa forma recente. Para chegar até ela, a civilização utilizou diversas formas de construção, cada um com as suas vantagens e desvantagens em comparação ao betão armado.

Nos períodos anteriores a 1755, a tipologia de estruturas predominante era a utilização de alvenaria estrutural, mais especificamente utilizando pedras como materiais principais. As estruturas formadas utilizando este tipo de material que sobreviveram ao conhecido e devastador terremoto de 1755, fazem parte hoje da parte histórica de Lisboa e dos arredores, já que a capital portuguesa foi o epicentro do terremoto. Como faziam parte desse tipo de estrutura especificamente rochas, a qualidade desse tipo de construção ficava totalmente dependente da qualidade dessas pedras escolhidas para compor a estrutura (Figura 1).

Os edifícios construídos dessa forma, no geral, possuíam dois a quatro andares com um pé-direito extremamente modesto, uma quantidade grande de paredes, vãos pequenos e poucas janelas e aberturas para o exterior. As rochas escolhidas para a construção das alvenarias variavam de acordo com a região portuguesa em que a obra se situaria, dependendo da quantidade a se explorar do material, por exemplo na região de Lisboa, havia abundância de calcário. Nesta época, os edifícios não tinham instalações sanitárias projetadas na pré-construção, a ligação entre as instalações e o ramal público era feito da forma mais objetiva e direta.

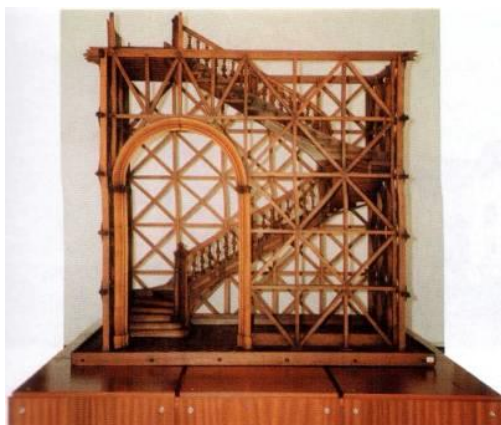
Figura 1 – Alvenaria de Pedra – Tipologia de Construção (<1755)



Fonte: Google (2017)

Após o ano de 1755, surge então a denominada época Pombalina com um conceito de reconstrução da capital Lisboa após o sismo devastador, com adoção de medidas preventivas para conferir aos edifícios resistência a novos desastres. Estruturalmente, o estilo pombalino consiste num edifício de até quatro pisos com arcadas para possíveis lojas e comércio no rés-do-chão e a possibilidade de varandas nos pisos superiores. A novidade desse estilo deve-se à implementação de sistemas corta fogo e regras limitando os ambientes quanto ao volume. Contudo a que teve mais destaque foi a criação de modelos antissísmicos afim de evitar desastres futuros, esse sistema ficou conhecido como gaiola pombalina, utilizando madeira também como material estrutural (Figura 2).

Figura 2 – Gaioleiro Pombalino



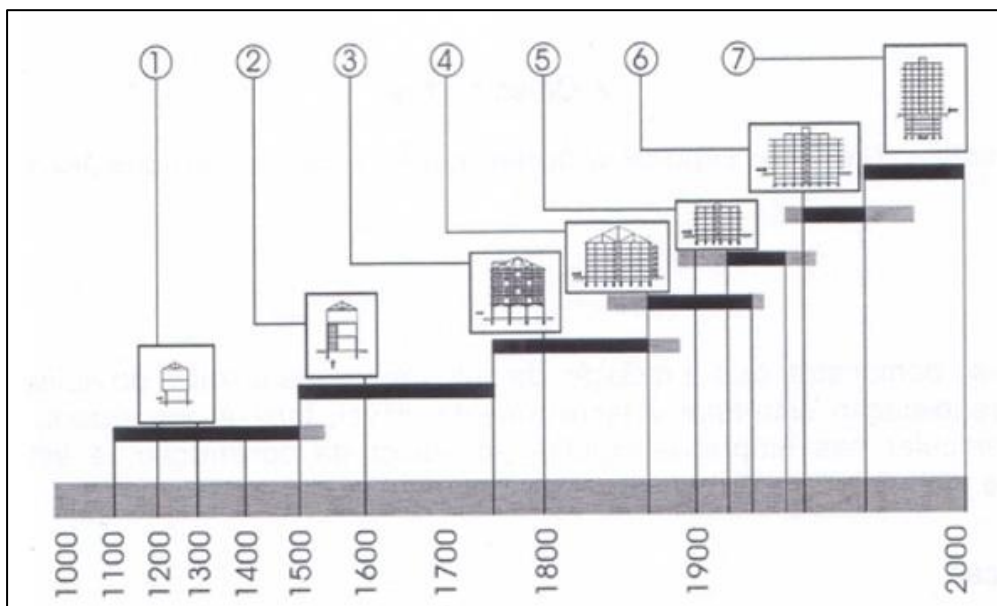
Fonte: IHC (2005)

A utilização de sistemas construtivos denominados gaioleiros veio para realizar significativas alterações no modo de se construir em Portugal, principalmente após o abalo sísmico de 1755 que gerou temor numa possível reedição. Esse sistema trouxe consigo um aumento da altura dos edifícios, para uma média de 5 ou 6 pisos. Algumas características presentes nesse tipo de construção: pavimentos de madeira constituídos por barrotes apoiados e direcionadas no menor vão sobre as paredes e travamento lateral nas paredes.

Em cerca de 1930, houveram os primeiros usos de betão como material construtivo em lajes substituindo a madeira presente nos pavimentos da época pombalina e nos gaioleiros. A ação gerada pelas sobrecargas (pessoas, mobília, circulação, etc.) era transmitida pela laje e chegava nas paredes que ainda possuíam função estrutural. As lajes ainda funcionavam bem como travamento horizontal para as paredes. Assim, nessa década, houve-se a descoberta do betão, contudo apenas com seu uso em lajes, mantendo as alvenarias de pedra presentes nas paredes. Esse novo material é chamado também de pedra artificial e tem em sua composição: cimento, agregados graúdos, miúdos e água.

Na Figura 3, os números 1 e 2 indicam edifícios com estruturas de alvenaria tradicionais de pedra, o 3 e o 4 fazem parte da época pombalina referente ao sistema gaioleiro, o 5 e o 6 indicam a aplicação de betão formando estruturas mistas de betão e alvenaria e, por fim, o 7 indica o início das estruturas de betão armado.

Figura 3 – Evolução dos métodos construtivos nos edifícios em território português



Fonte: NESDE (2005)

1.1.2 O betão armado na Europa e em território português

Segundo Appleton (2013), os primeiros trabalhos com betão armado datam de 1830 na França, país pioneiro no fabrico e na utilização deste material como método construtivo. A construção de um barco de ferro e cimento, feito por Jean-Louis Lambot, é considerada a obra existente mais antiga de betão armado. Já quando se fala em construções, o pioneiro se trata de Joseph Monier, francês que realizou a construção da primeira ponte construída em betão armado (Figura 4).

Figura 4 - Primeira ponte de betão armada construída, datada de 1875



Fonte: Google (2020)

No final do século XIX já haviam estudos com fins de explorar mais ainda essa nova descoberta, aplicações, vantagens, desvantagens, comportamento do material à flexão e ao corte, sendo criada a primeira disciplina de Betão Armado no ramo acadêmico, mais especificamente na *École*

National de Ponts et Chaussées (Paris), pioneira no estudo de betão armado, termo esse proveniente do *beton*.

O começo do século XX foi marcado por uma grande quantidade de estudos relacionados ao assunto de betão armado e desenvolvimento da tecnologia, das possibilidades de uso, das teorias e dos comportamentos do material perante diversas situações. Bases de cálculo e o posicionamento de armaduras foram desenvolvidos a fim de padronizar o procedimento, como o primeiro passo para a elaboração de normas de execução que se tem hoje em dia.

Em solo português, foram captadas as ideias fomentadas em França e assim os estudos de betão armado começaram a ser incluídos em universidades a partir de 1910, sendo que em 1918 foi aprovado o primeiro regulamento português denominado “Instruções Regulamentares para o Emprego de *Beton Armado*”.

Já na primeira metade do século XX, em Portugal haviam obras concluídas utilizando betão armado como o canal do Tejo. Contudo, foi na segunda metade do século XX que o betão armado passou a ser mais utilizado na construção de pontes como ponte da Arrábida na cidade do Porto e também em edifícios.

Contudo de acordo com Appleton (2016), o começo do século XX foi marcado como período inicial do uso de betão armado em construções, onde esse material ainda estava disputando com pouca força contra o uso de alvenaria estrutural - método esse antigo e mais confiável na época. Inicialmente, o betão armado era usado na maioria das vezes em lajes de zonas molhadas como casas de banho e cozinha. Após um certo tempo, começou a ser utilizado em fachadas, escadas, entre outros. Segundo o mesmo autor, o uso de betão armado só passaria a ter seu uso mais intensificado a partir da terceira década deste mesmo século. Entretanto seu uso era mais ocorrente em estruturas horizontais como lajes, permanecendo as alvenarias ordinárias de pedra e tijolo nas estruturas verticais como as paredes externas e internas de sustentação.

1.1.3 O betão armado no Brasil

Introduzido bem no início do século XX, o betão armado era originalmente utilizado em obras de arte especiais como por exemplo viadutos e pontes, já que na época existiam patentes sobre o material. Havia chegado ao país duas patentes: o sistema *Hennebique* proveniente da França e o sistema Monier, também autor das primeiras aplicações do betão armado em obras. As primeiras utilizações do betão armado no Brasil ocorrem de forma concentrada na região sudeste do país, mais especificamente nos estados de São Paulo e Rio de Janeiro. De acordo com Vasconcelos (1985), o betão teve seu estabelecimento no Brasil após a vinda de empresas europeias, especialmente da Alemanha, trazendo consigo a experiência bem sucedida no continente europeu.

Pela metade do século XX, o uso do betão armado em território brasileiro cresceu bastante, principalmente devido ao crescimento demográfico e urbano e a industrialização. Em grande parte, era

utilizado no setor da construção civil. Atualmente, as estruturas de betão armado são responsáveis pela hegemonia dos sistemas estruturais das obras brasileiras, principalmente por serem extremamente versáteis, de execução fácil e com muita mão-de-obra qualificada disponível além do baixo custo comparado a outros tipos de sistemas estruturais como protendido, pré-moldado e estruturas metálicas. Desde então, o Brasil ficou conhecido mundialmente devido a execução bem sucedida de várias obras grandiosas, como por exemplo: a usina de Itaipu (Figura 5) - a maior usina hidrelétrica do mundo (1982); Elevador Lacerda em Salvador-BA (1930) com uma altura de cerca de 70 metros e a Ponte da Amizade em Foz do Iguaçu com o maior arco de betão armado do mundo com cerca de 290 metros de vão (1965).

Figura 5 – Usina hidrelétrica de Itaipu



Fonte: Itaipu Binacional (2019)

Atualmente, o emprego de estruturas convencionais de betão armado continua predominante no Brasil. Entretanto os estudos com betão pré-esforçado avançaram bastante, resultando em uma suavização dessa hegemonia. A possibilidade de executar peças com vãos maiores sem necessidade de aumentar a seção da viga, economizar betão e aço, eliminar esforços de tração e proporcionar arquiteturas mais ousadas com menos pilares são grandes motivos para gerar uma grande dúvida aos construtores, pois muitas vezes compensa muito mais optar por essa recente tecnologia devido ao fator financeiro. Ainda há outras opções como betão pré-moldado e estruturas metálicas, porém as mesmas são utilizadas em casos mais especiais como pontes e viadutos.

1.1.4 Características, vantagens e desvantagens do uso de betão armado

O betão é um dos materiais de construção mais utilizados no mundo. Este material é composto por uma mistura de cimento, areia e brita e fornece uma resistência muito grande contra esforços de compressão, todavia sua resistência à tração é um grande fraco para seu uso solitário. É para suprir essa necessidade que se utiliza o betão conjuntamente ao aço, pois um material complementa o outro.

O betão armado possui bom desempenho quanto a deformações e protege a estrutura a longo prazo, fornecendo à estrutura: uma boa resistência ao fogo, ao intemperismo e às vibrações. Outro ponto forte deste conjunto eficiente consiste na sua versatilidade, pois é um material moldável a diferentes formas, criando assim uma infinidade de possibilidades para seu uso. Em aspetos financeiros, o betão armado também parece ser uma alternativa viável para os empreiteiros em comparação com as outras soluções estruturais no mercado e a sua manutenção também possui um baixo custo em termos comparativos.

Pelo lado negativo, uma estrutura de betão armado deverá ser executada no local da obra, pelo que todos os processos necessários para a verificação da sua qualidade devem ser feitos momentos antes da betonagem, tornando o processo muito suscetível a erros e atrasos. Outro ponto fraco se trata da sustentabilidade, a indústria de cimento está no topo da lista quando se fala em contribuição para o aquecimento global, devido a liberação de dióxido de carbono gerado na sua produção. Outra desvantagem de estruturas em betão armado é seu elevado peso próprio; um peso específico de 25 kN/m³ pode gerar, dependendo da grandeza estrutural, um excedente imponente de carga nas fundações, obrigando que as mesmas sejam mais robustas e encarecendo todo o projeto estrutural como um todo. E ao mesmo tempo que é um material versátil na sua etapa de montagem, se trata de um conjunto difícil de lidar na desmontagem, nos casos de demolição são gerados muitos resíduos e, por muitas vezes, causam impactos ambientais. Outro ponto que pode ser um fator negativo é o fato da rigorosidade que a execução da betonagem deve ser feita, pois as armaduras são muito suscetíveis à corrosão caso não sejam protegidas adequadamente. E caso a corrosão alcance proporções grandes vai acabar gerando uma drástica redução na capacidade resistente da estrutura.

1.1.5 Nota histórica das normas regulamentares brasileira e portuguesa

1.1.5.1 Norma brasileira NBR 6118:2014

As NBRs ou normas brasileiras regulamentadoras são documentos normativos válidos em todo o território brasileiro elaborados pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). Este órgão é responsável também pela elaboração de normas técnicas fora da área da engenharia. É constituído por pessoas bem influentes em âmbito nacional na sua respetiva área de atuação como professores universitários e profissionais reconhecidos.

Segundo a ABNT (2011), no seu livro sobre sua história, o ano de 1937 foi responsável pela 1.^a Reunião de Laboratórios de Ensaios de Materiais. Nessa reunião, foram agrupados cerca de 40 especialistas para posteriormente propor a fundação de uma entidade brasileira de normalização. A ABNT se trata de uma entidade privada sem fins lucrativos fundada em 28 de setembro de 1940 que atua como membro fundador da Organização Internacional de Normalização (ISO). Parte do desenvolvimento dessas normas ocorreram no período da história que compreendeu a 2.^a Guerra Mundial, tempos em que a economia mundial se encontrava muito afetada pelos efeitos da guerra. Contudo, os engenheiros participantes deste órgão na época tinham um objetivo principal: tornar o Brasil um país com um desenvolvimento normativo do mesmo nível que no continente europeu e nos Estados Unidos.

As primeiras normas técnicas foram escritas para as seguintes temáticas: Cálculo e Execução de Obras de Concreto (NB-1) e Cimento Portland - Determinação da resistência a compressão (MB-1). Posteriormente, essas normas passariam a ser nomeadas respectivamente como: NBR 6118:2014 Estruturas de Concreto Armado – Procedimento e NBR 7215 Cimento Portland – Determinação da resistência a compressão.

1.1.5.2 Norma portuguesa NP EN 1992-1-1 (2010)

A norma portuguesa NP EN 1992-1-1, documento normativo que compõe o conjunto de regras gerais relacionadas a projetos de betão armado, consiste na norma portuguesa (NP), parte 1-1 do Eurocódigo 2.

O Eurocódigo 2 foi desenvolvido pelo grupo responsável pelas normas técnicas referentes a projetos estruturais no continente, nomeado de Comitê Técnico de Normalização CEN/TC 250, e é composto por quatro partes, tendo a temática de dimensionamento de lajes de betão armado sendo focada na parte 1.1:

- Parte 1-1 – Regras Gerais;
- Parte 1-2 – Dimensionamento de Estruturas para a Acção do Fogo;
- Parte 2 – Pontes de Betão Armado e Pré-Esforçado;
- Parte 3 – Estruturas para Armazenamento de Líquidos ou outros Produtos.

De acordo com Viseu (1993), os primeiros passos movidos em relação a elaboração de normas técnicas referentes a betão armado em Portugal se deu por volta do ano de 1844, quando se é apresentado ideias de ensaios e estudos de materiais construtivos. Com bases nestes ensaios, foram realizadas experiências reais com betão armado em obras portuguesas situadas principalmente em Lisboa. Ainda segundo Viseu (1993), na metade da década de 90, foi criado em Lisboa o Laboratório Nacional de Engenharia Civil, o LNEC, localidade essa responsável pelo grande avanço nos estudos do betão armado em território europeu. Pouco tempo depois, surgiu o CEB originário do francês *Comité*

Européen du Béton, desta vez um grupo de caráter continental criado para debate das informações já obtidas e experiências realizadas utilizando betão armado.

Os Eurocódigos Estruturais começaram a serem idealizados por volta do ano de 1975, onde se era visto em toda Europa muitos empecilhos técnicos e diferenças que dificultavam a harmonização e a padronização das normas. Todavia, passou-se um determinado tempo necessário para elaboração das mesmas antes de serem oficializadas, quando em 1989, foram realizadas discussões entre os países membros da União Europeia e o comitê elaborador para que os Eurocódigos Estruturais fossem ativados como regulamentos oficiais vigentes, se tornando assim normas de caráter continental.

Os Eurocódigos Estruturais constituem um conjunto de Normas Europeias (EN) relativas ao projeto de estruturas de edifícios e de outras obras de engenharia civil, realizadas com diferentes materiais.

Atualmente, no total existem 10 Eurocódigos Estruturais vigentes, divididos em partes:

- i) EN 1990 – EUROCÓDIGO 0: Bases para o projeto de estruturas;
- ii) EN 1991 - EUROCÓDIGO 1: Ações em estruturas;
- iii) EN 1992 - EUROCÓDIGO 2: Projeto de estruturas de betão;
- iv) EN 1993 - EUROCÓDIGO 3: Projeto de estruturas de aço;
- v) EN 1994 - EUROCÓDIGO 4: Projeto de estruturas mistas em aço e betão;
- vi) EN 1995 – EUROCÓDIGO 5: Projeto de estruturas de madeira;
- vii) EN 1996 - EUROCÓDIGO 6: Projeto de estruturas de alvenaria;
- viii) EN 1997 - EUROCÓDIGO 7: Projeto geotécnico;
- ix) EN 1998 - EUROCÓDIGO 8: Projeto de estruturas para resistência aos sismos;
- x) EN 1999 - EUROCÓDIGO 9: Projeto de estruturas de alumínio

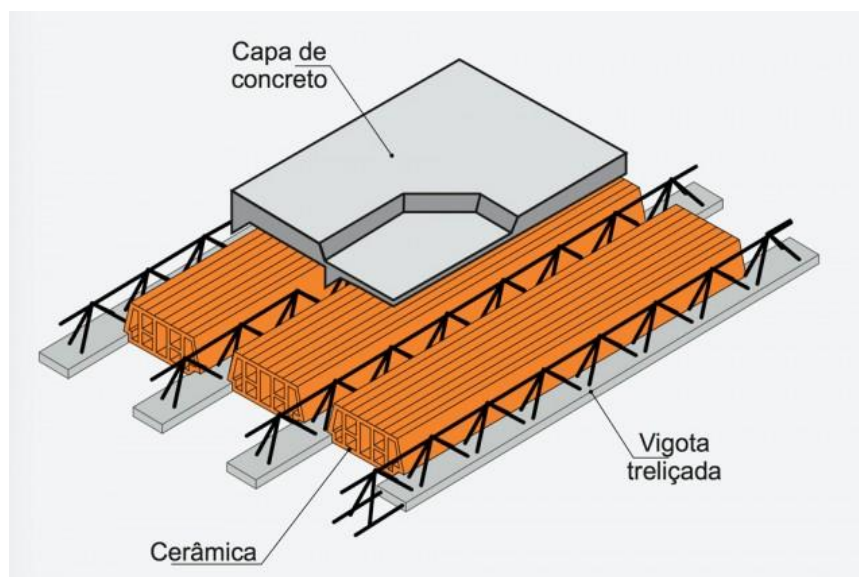
Estas normas são utilizadas por vários países do conjunto europeu, cada quais com suas especificações abordadas em seus anexos nacionais.

1.2 Lajes maciças

1.2.1 Características

A laje maciça é a solução mais clássica e tradicional no assunto de elemento de placa. É mais comumente utilizada em residências, locais onde predominam vãos pequenos, pois o fato de ser um elemento completamente preenchido por betão gera uma grande influência do peso próprio, as vezes impossibilitando seu uso em vãos maiores. Se trata de um elemento que gasta uma quantidade razoável de material por ser maciço, mas geralmente garante um bom comportamento estrutural. Atualmente vem perdendo espaço, principalmente devido a presença de lajes nervuradas onde se retira a parcela do betão tracionado, lajes treliçadas (Figura 6) e pré-esforçadas que na maioria das vezes acabam por ter também excelentes desempenhos com um menor gasto financeiro.

Figura 6 – Estrutura de uma laje treliçada



Fonte: ATEX (2017)

1.2.2 Vantagens e desvantagens

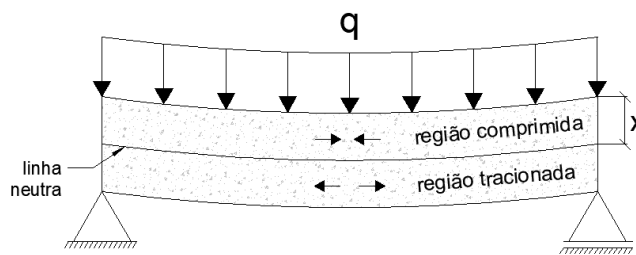
Igualmente a todos os outros tipos de lajes, as maciças também possuem pontos positivos e negativos. Elas conseguem vencer vãos razoáveis e podem ser utilizadas em obras de pequena a médio porte (residenciais e comerciais). Contudo, a grande vantagem deste tipo de estrutura consiste no seu excelente desempenho em serviço, apresentando grande resistência a deformações e fissuras.

Em termos de desvantagens, há muitos fatores que, na maioria das vezes, acabam fazendo com que essa alternativa estrutural fique em segundo plano, principalmente devido ao seu alto gasto com material, gerando um acréscimo no custo final da estrutura; outro fator se trata da grande quantidade de cofragem para as fôrmas; por ser maciça gera uma estrutura com um peso próprio elevado, solicitando assim mais elementos de apoio e, conseqüentemente, gerando limitação para a arquitetura.

1.2.3 Aspectos estruturais

Sabe-se que nos elementos estruturais de placa como as lajes convencionais (nervurada e maciça), o esforço solicitante predominante é a flexão (Figura 7), fenômeno que gera tensões de tração nas fibras inferiores e compressão nas fibras superiores. Isso ocorre, pois esses elementos de placa são apoiados não somente nos pilares, mas também nas vigas de contraventamento e de bordo, essas vigas são consideradas apoios e fornecem engaste e conseqüentemente rigidez a estrutura global. Algumas normas como a NBR 6118:2014 não obrigam a utilização de armadura contra esforço de corte para esses elementos de placa, pois nesses elementos o esforço cortante é praticamente desprezível no projeto.

Figura 7 – Flexão em lajes/vigas



Fonte: Moura (2019)

1.3 Lajes fungiformes

1.3.1 Características

As lajes fungiformes ou sem vigas são tipos de lajes com características bastante peculiares em comparação com outras lajes convencionais. A que ganha mais destaque é o fato deste tipo de laje não utilizar vigas no seu sistema estrutural, ou seja, as cargas são transmitidas das lajes diretamente aos pilares sem intermediação de vigas.

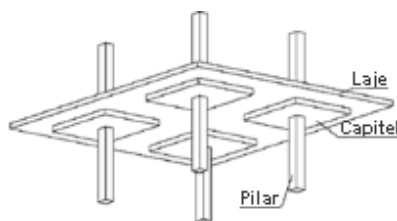
Note-se que as vigas são tradicionalmente elementos importantes no sistema estrutural, pois enrijecem bastante a estrutura, aumentando assim a capacidade estrutural e reduzindo as deformações. Logo, com todas essas vantagens retiradas, é necessária a tomada de muitos cuidados em relação à estabilidade estrutural, à rigidez dos pórticos e às deformações nas placas. Essas lajes como todas as outras podem ser executadas utilizando betão armado ou pré-esforçado, sendo mais usual a utilização da segunda opção por possibilitar vãos maiores e deformações mais reduzidas. As lajes fungiformes podem ser maciças (Figura 8) ou nervuradas e com ou sem a presença de maciços de encabeçamento (Figura 9), nas ligações viga-pilar, também denominados de capitéis. Estas lajes com os capitéis são mais conhecidas como lajes cogumelo.

Figura 8 - Laje fungiformes maciças



Fonte: Hometeka (2013)

Figura 9 – Lajes cogumelo



Fonte: AltoQI (2011)

1.3.2 Vantagens e desvantagens

De acordo com Chust e Pinheiro (2009), as lajes fungiformes possuem muito mais vantagens em comparação com as lajes convencionais vigadas em relação a desvantagens. Uma vantagem que ganha muito destaque é a simplicidade na execução e na otimização do espaço interno e do pé-direito, enquanto uma desvantagem que pode inviabilizar seu uso é o fato de ser uma estrutura mais flexível a ações laterais e também é mais propensa a maiores deformações verticais. No Quadro 1 descreve-se alguns pontos positivos e negativos em relação ao seu uso, comparando com as lajes de betão vigadas.

Quadro 1 - Vantagens e desvantagens proporcionadas pelo uso de lajes fungiformes

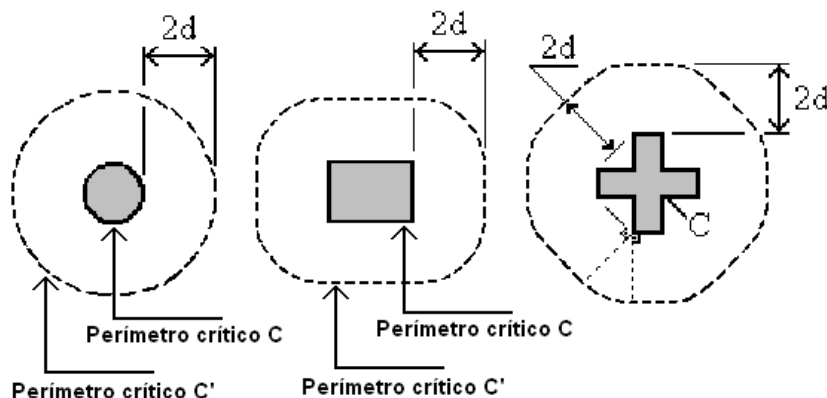
Lajes fungiformes ou lisas	
Vantagens	Desvantagens
1. Adaptabilidade a formas ambientais	1. Fenômeno da punção
Os tetos planos e contínuos geram ambientes mais espaços, livre e abertos para maiores possibilidades e facilita modificações futuras, também ajudam na liberdade estética para as fachadas.	Por mais que seja um fenômeno que pode ser combatida com armadura, não deixa de ser uma preocupação a mais para o projetista, pois é um caso típico de laje sem viga.
2. Simplificação do uso de fôrmas	2. Deslocamentos transversais da laje
Menor consumo de materiais; formas com interrupções reduzidas; padronização do cimbramento e economia de material e mão-de-obra	O fato de não possuir vigas faz com que a estrutura perca rigidez e torne-se mais suscetível a maiores deslocamentos.
3. Simplificação das armaduras	3. Instabilidade do edifício
Eliminação das armaduras de vigas, permitindo padronização das armaduras (corte, dobras); apenas preocupação com as armaduras de flexão, colapso progressivo e punção.	Pelo mesmo motivo, o edifício perde estabilidade, já que geralmente os pórticos são definidos através da ligação viga-pilar

Fonte: Adaptado de Chust; Pinheiro (2009)

1.3.3 Aspectos estruturais

Além da armadura convencional utilizada para atender os esforços de flexão, para as lajes fungiformes, diferentemente das convencionais, obriga-se a utilização de armadura transversal no chamado contorno crítico dos pilares. Essa armadura é posicionada na região de ligação dos pilares (Figura 10). Essa região é alvo de muitas tensões de corte (ou cisalhamento), mais conhecidas como tensões de punção ou punçoamento.

Figura 10 – Contorno ou perímetro crítico



Fonte: NBR 6118 (2014)

Punçoamento é um fenômeno de ruína que ocorre especialmente em lajes sem vigas, pois nesses casos, as lajes são apoiadas diretamente nos pilares e não em vigas como nos moldes tradicionais. Esse fenômeno ocorre devido a tendência do pilar “furar” a laje, pois nas regiões de ligação laje-pilar há uma imensa concentração de esforços cortantes que tendem a fazer com que o pilar “afunde” na laje. Esse fenômeno se trata de uma ruína abrupta, ou seja, ocorre sem dar qualquer aviso prévio, podendo gerar desastres estruturais de grande porte. Esse fenômeno também acontece com frequência em sistemas de fundações como sapatas devido a ligação direta com a força cortante proveniente do pilar.

Segundo Carvalho e Pinheiro (2009), na maioria das vezes o punçoamento é o fator determinante para inviabilizar o uso de lajes sem vigas. De acordo com os mesmos, a característica desse fenômeno ser uma ruptura abrupta pode gerar desastres (Figura 11), por isso a mesma tem que ser tratada com muita preocupação pelos projetistas, os elementos estruturais devem apresentar uma boa ductilidade, ou seja, apresentar deformações de modo que funcionem como um alerta para os usuários do local antes de atingir o estado limite último e assim a ruína estrutural.

Figura 11 – Acidente estrutural devido ao punçoamento no edifício Gran Parc Residencial Resort

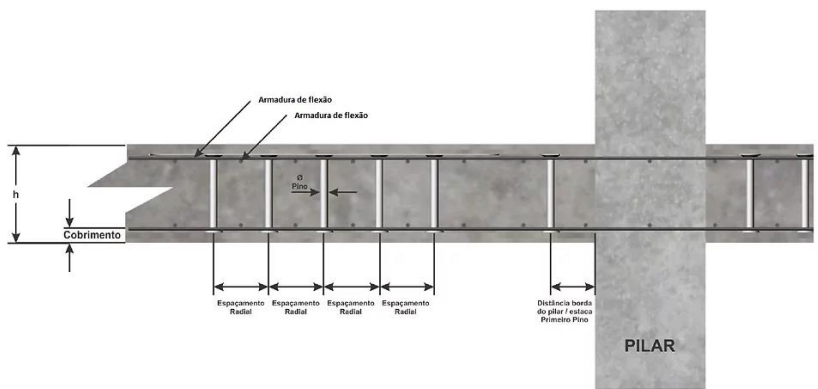


Fonte: Gazeta Online (2016)

A rigidez do elemento estrutural interfere consideravelmente na sua resistência contra o punçoamento, como por exemplo a resistência do betão e a altura útil da laje, são fatores que acrescentam resistência à estrutura. Por outro lado, a presença de aberturas nas lajes e suas respectivas proximidades com os pilares representam efeitos que reduzem a rigidez da estrutura contra punçoamento. Para combater esse fenômeno, a norma indica que sejam dispostas armaduras transversais nesta região delimitada pelo contorno crítico. Essas armaduras podem ser estribos convencionais inclinados ou perpendiculares da mesma forma que em vigas ou também pinos “*stud bolt*” (Figura 12). O perímetro ou contorno crítico é a linha que delimita a região de maior concentração de tensões cortantes na ligação; essa linha pode variar de acordo com a posição do pilar em questão, se é de bordo, de canto ou interno conforme mostrado na Figura 13.

A ruína por flexão pode se dar pelo esmagamento do concreto comprimido ou pela deformação plástica excessiva da armadura de tração. Geralmente, os elementos submetidos à flexão são projetados para que a ruína ocorra com o escoamento do aço, caracterizando, dessa forma, uma ruína do tipo dúctil, com grandes deformações. A ruína por punção, em que a força cortante é predominante, a laje se rompe por cisalhamento antes que a capacidade resistente da flexão seja atingida, provocando uma ruína abrupta que, por não fornecer qualquer aviso prévio, é extremamente perigosa. No caso de ruína por punção associada à flexão, tanto o momento fletor quanto a força cortante têm ação significativa na ruína da ligação que, influenciada pelo momento fletor, apresenta satisfatória ductilidade, ou seja, capacidade de apresentar significativas deformações antes da ruína completa. (CARVALHO; PINHEIRO,2009, p.151)

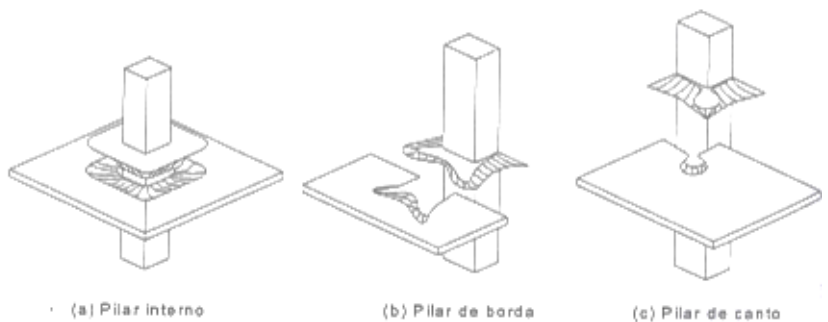
Figura 12 – Pinos *stud bolt* no combate ao punçoamento



Fonte: Trejor (2017)

De acordo com Regan (1981), uma grande quantidade de armadura de combate a flexão gera modificações consideráveis na linha neutra e um aumento proporcional na área comprimida da seção e, conseqüentemente, uma região maior de betão comprimido sem fissuras vai ser um dos responsáveis pelo combate ao cisalhamento. Sabe-se também que a rigidez é um item muito importante em termos estruturais, ou seja, pilares com uma inércia desproporcional podem acabar gerando alterações na resistência do elemento vinculado, no caso a laje. Segundo Oliveira (2003), uma grande diferença entre rigidez dos elementos verticais e horizontais do pórtico pode influenciar na distribuição de tensões no perímetro de ligação.

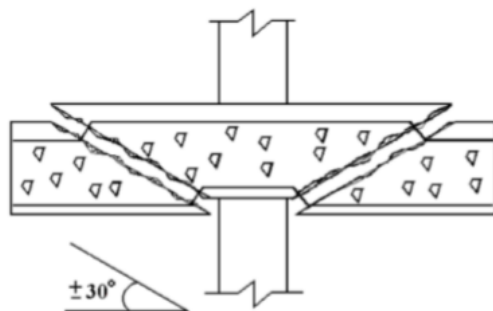
Figura 13 – Efeitos de punçoamento em pilares de diferentes posições



Fonte: Carvalho; Miranda (2009)

Segundo Carvalho e Pinheiro (2009), o punçoamento consiste numa perfuração que o pilar exerce na laje, uma força pontual de grande módulo aplicada em uma placa que tende a penetrar na mesma. Caso não se tenha armadura de combate a esse fenômeno, a tendência é que haja um deslocamento vertical da laje em forma de tronco de cone com inclinações de 30° a 35° para lajes (Figura 14) e 45° para sapatas, em casos de pilares internos ou vinculados a lajes com carregamentos simétricos.

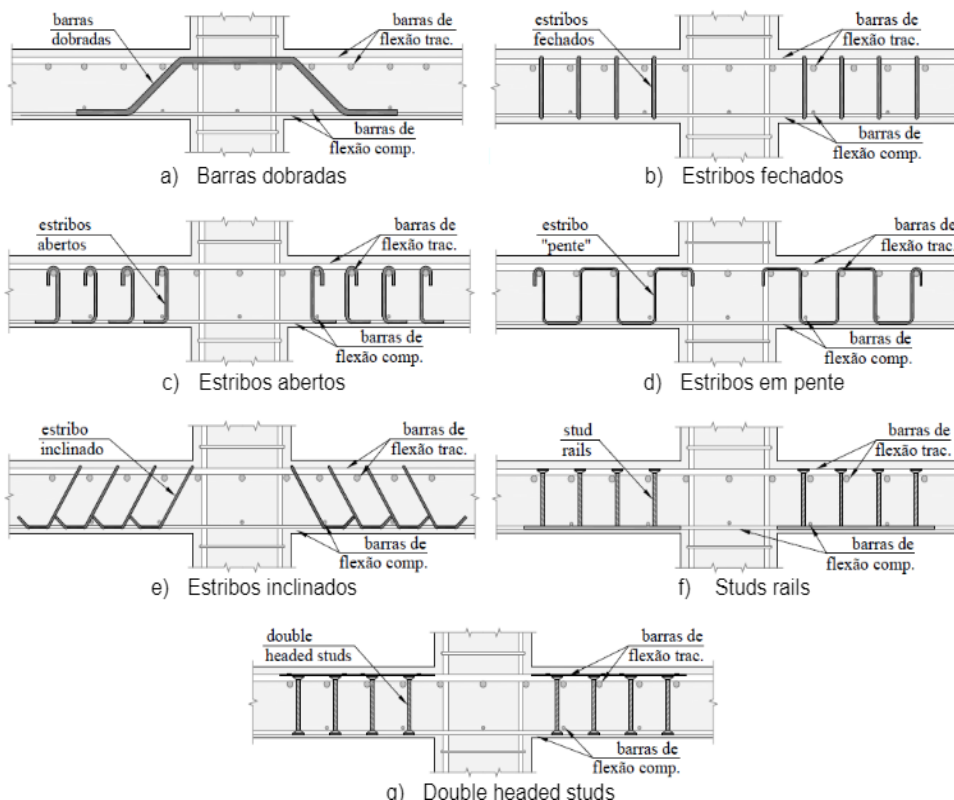
Figura 14 – Representação da ruptura típica da punção



Fonte: Melges (1995)

Para o combate ao punçamento, as normas recomendam a existência de uma armadura específica para este fim. Essa armadura, além aumentar a resistência ao punçamento, aumenta a ductilidade da ligação laje-pilar. Conforme enumerado na Figura 15, existem várias alternativas no mercado para compor essa área de aço necessária estribos retos ou inclinados, pinos de cisalhamento, barras dobradas, *shearheads*. O procedimento de cálculo detalhado será abordado posteriormente no tópico de verificação ao punçamento.

Figura 15 – Alternativas de armaduras de cisalhamento para combate à punção



Fonte: Ferreira (2010)

Finalmente, há normas que também sugerem a existência de uma armadura adicional de segurança que também devem ser disposta na ligação laje-pilar, diferentemente da armadura de punçamento. Essa armadura deve ultrapassar os limites do pilar e fornecer ancoragem da ligação. Chama-se esse sistema de armadura contra “colapso progressivo”, estando previsto nas normas como

procedimento de segurança afim de evitar tragédias de maior gravidade. O colapso progressivo consiste quando acontece há ruína de uma estrutura e a mesma gera um “efeito dominó”, ou seja, ruínas de vários elementos estruturais vinculados ou situados na mesma estrutura global, conforme exemplificado na Figura 16. Esse caso é mais recorrente em lajes, pois pensa-se na hipótese de quando uma laje cai, o impacto que esta laje vai causar na laje debaixo não está previsto no dimensionamento, levando essa segunda laje também a ruína e assim sucessivamente.

O colapso progressivo pode ocorrer por fatores variáveis, como ações excepcionais, alterações nas pressões do vento, explosões devido aos sistemas de gás ou bombardeios, choques acidentais de veículos terrestres e aéreos e ações externas não previstas. O colapso também pode ocorrer devido a falhas humanas como erros de projeto, de execução, de ausência de manutenção, entre outros.

Figura 16 – Ruína por colapso progressivo ocorrido em um edifício de São Bernardo do Campo (SP)



Fonte: Globo (2012)

O dimensionamento de uma laje fungiforme segue o mesmo padrão de cálculo de uma laje convencional maciça, somente adicionando os devidos cuidados com o punçoamento. Em toda a rotina de cálculo de uma laje maciça, os momentos calculados sempre serão relacionados por metro linear de laje e, por consequência, o cálculo da armadura também em ambas as direções. Enquanto na laje fungiforme, se divide a laje em faixas, determinam-se os momentos positivos e negativos em cada faixa, convertem-se os momentos por faixa em metro e finalmente calcula-se a armadura. O cálculo da armadura segue a mesma teoria praticada no cálculo de vigas e lajes convencionais de betão armado. As normas NBR 6118:2014 e Eurocódigo 2 indicam as percentagens dos momentos calculados a serem distribuídos em cada faixa de laje.

Chust e Pinheiro (2009) assim como a norma NBR 6118:2014 sugerem, para o dimensionamento de lajes fungiformes, três métodos que podem ser utilizados em diferentes situações: o método direto, o método dos pórticos equivalentes e o método de analogia de grelha (grelha equivalente). O método direto é procedimento abordado na norma *ACI COMMITTEE 318* (1995), que

consiste em calcular os esforços num painel isolado, desconsiderados os painéis adjacentes. Porém, o mesmo autor indica restrições para o uso deste método: pilares alinhados ou desalinhados no máximo 10% do vão; a laje deve conter no mínimo três vãos em cada direção; a razão entre o vão maior e o menor não deve ser maior do que 2, pois para essa situação a laje deve ser armada unidirecionalmente, impossibilitando o uso do método; as ações devem ter somente cunho vertical e distribuídas uniformemente no painel. O método dos pórticos equivalentes divide a laje em vários pórticos nas duas direções, encarregando estes de sustentarem o carregamento total da laje. Esse método está previsto na NBR 6118:2014 que permite que a faixa de laje e o pilar sejam calculados como pórtico, somente se os pilares estiverem alinhados e a laje uma espessura mínima de 16 cm no caso se for laje fungiforme maciça ou 14 cm se for laje fungiforme com capitél ou espeçamento, conhecida em território brasileiro como laje fungiforme cogumelo. Os momentos calculados em cada pórtico devem ser distribuídos nas faixas de laje em percentagens prevista em norma, esse método será o escolhido para o estudo comparativo em questão.

Finalmente, o método de analogia de grelha é uma alternativa mais precisa. Por utilizar meios computacionais, a análise de grelha é trabalhada através de *softwares* de elementos finitos, tornando o estudo dos esforços e deformações muito mais preciso. O método consiste na substituição da laje por uma malha equivalente de vigas.

O Eurocódigo 2 (2010) sugere dois métodos para o dimensionamento de lajes fungiformes, ambos indicados também na NBR 6118:2014: o método dos Pórticos equivalentes e o método de analogia de grelha. Porém, existem alguns detalhes que as normas abordam de forma diferente, o que será discutido posteriormente. Por comparação, o método dos pórticos equivalentes será o escolhido para a resolução dos exemplos de aplicação. Contudo, será possível perceber que as duas normas possuirão o mesmo caminho de raciocínio, alterando apenas valores específicos de coeficientes, percentagens, detalhes construtivos e alguns conceitos.

1.4 Aspectos técnicos da norma brasileira: NBR 6118:2014

1.4.1 Generalidades e critérios de projeto

1.4.1.1 Aspectos técnicos dos materiais

Nos seus itens 12.3.1 e 12.3.3, a norma define que as resistências características do aço e do betão devem ser minoradas para serem utilizadas no processo de dimensionamento.

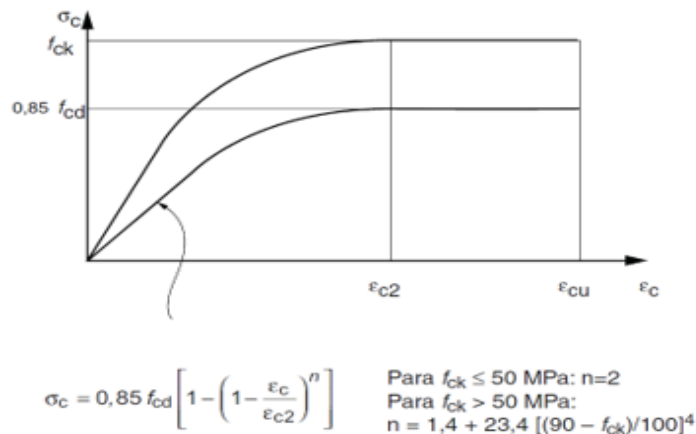
$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (1)$$

Onde: f_{ck} é a resistência característica à compressão do betão e γ_c é o coeficiente de segurança do betão no seu estado limite último, a norma brasileira indica que seja utilizado 1,4.

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (2)$$

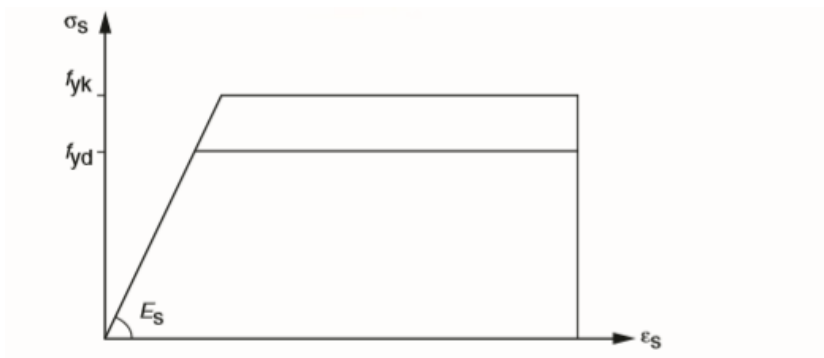
Onde: f_{yk} é a resistência característica ao escoamento do aço e γ_s é o coeficiente de segurança do aço no seu estado limite último, a norma brasileira indica que seja utilizado 1,15. A NBR 6118 (2014) estabelece os diagramas tensão-deformação de ambos os materiais para que ambos sejam trabalhados no seu estado limite último, conforme mostrado respectivamente na Figura 17 e Figura 18.

Figura 17 - Diagrama tensão-deformação do betão pela norma brasileira



Fonte: NBR 6118 (2014)

Figura 18 – Diagrama tensão-deformação do aço pela norma brasileira



Fonte: NBR 6118 (2014)

1.4.1.2 Classes de agressividade ambiental

Quanto as classes ambientais, a norma, no item 6.4.2, sugere 4 condições ambientais diferentes e os seus respectivos graus de deterioração na estrutura (Quadro 2), essas classes são diretamente interligadas ao fator água/cimento presente na mistura do betão (Quadro 3), conseqüentemente sua resistência e também nos valores de recobrimento a serem utilizados no projeto.

Quadro 2 - Classes de agressividade ambiental

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fracá	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{a, b}	Pequeno
III	Forte	Marinha ^a	Grande
		Industrial ^{a, b}	
IV	Muito forte	Industrial ^{a, c}	Elevado
		Respingos de maré	

^a Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

^b Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

^c Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: NBR 6118 (2014)

Quadro 3 - Relação entre a classe de agressividade, fator água/cimento e classe do betão

Concreto ^a	Tipo ^{b, c}	Classe de agressividade (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40

^a O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.

^b CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado.

^c CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.

Fonte: NBR 6118 (2014)

1.4.1.3 Recobrimento

Quanto ao recobrimento, a norma enfatiza em seu item 7.4.7.5 que o recobrimento mínimo sempre deve superar o diâmetro do varão de aço ou do feixe e também metade do diâmetro da bainha em casos de betão protendido. De forma generalizada, o valor de recobrimento vai depender do tipo de peça e da classe de agressividade ambiental, conforme a tabela 7.2 da NBR 6118:2014 (Quadro 4).

Quadro 4 - Valores de recobrimento para peças de betão

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV ^c
Concreto armado	Laje ^b	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo ^d	30		40	50
Concreto protendido ^a	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

^a Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.

^b Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm.

^c Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canalatas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.

^d No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.

Fonte: NBR 6118 (2014)

1.4.1.4 Ancoragem das barras

A NBR 6118 (2014) possui um método de cálculo bem simplificado para o dimensionamento do comprimento de ancoragem das barras de projeto, a seguinte equação é a responsável para sua determinação:

$$l_b = \frac{\phi \cdot f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}} \quad (3)$$

Sendo ϕ o diâmetro da barra de aço escolhida para a armadura e f_{yd} a resistência desse aço à tração de cálculo. O f_{bd} é a resistência de aderência entre o betão e o aço e pode ser calculado através da seguinte expressão também normatizada:

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} \quad (4)$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \cdot f_{ctm}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{\gamma_c} \quad (5)$$

Os fatores η são parâmetros indicadores relacionados a aderência da barra com o betão, a norma sugere tabelas para o cálculo de cada fator. O η_1 é o parâmetro que considera a rugosidade da barra de aço, o η_2 é relacionado a posição da barra na peça estrutural e o η_3 o critério que analisa o diâmetro da barra. O Quadro 5 adaptado da NBR 6118 (2014) resume os valores de η para diferentes situações de projeto.

Quadro 5 - Valores de η para cálculo da resistência de aderência f_{bd}

η_1							
Parâmetro relativo a rugosidade da barra	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Barras Lisas</th> <th>Barras Entalhadas</th> <th>Barras Nervuradas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1,0</td> <td>1,4</td> <td>2,25</td> </tr> </tbody> </table>	Barras Lisas	Barras Entalhadas	Barras Nervuradas	1,0	1,4	2,25
	Barras Lisas	Barras Entalhadas	Barras Nervuradas				
1,0	1,4	2,25					
η_2							
Parâmetro relativo a posição da barra na seção	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>Situação de boa aderência</td> <td>1,0</td> </tr> <tr> <td>Situação de má aderência</td> <td>0,7</td> </tr> </tbody> </table>	Situação de boa aderência	1,0	Situação de má aderência	0,7		
	Situação de boa aderência	1,0					
Situação de má aderência	0,7						
η_3							
Parâmetro relativo ao diâmetro da barra ϕ	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>$\phi < 32 \text{ mm}$</td> <td>1,0</td> </tr> <tr> <td>$\phi \geq 32 \text{ mm}$</td> <td>$(132-\phi)/100$</td> </tr> </tbody> </table>	$\phi < 32 \text{ mm}$	1,0	$\phi \geq 32 \text{ mm}$	$(132-\phi)/100$		
	$\phi < 32 \text{ mm}$	1,0					
$\phi \geq 32 \text{ mm}$	$(132-\phi)/100$						

Fonte: Adaptado da NBR 6118 (2014)

1.4.1.5 Armaduras mínimas e máximas

Em alguns casos de pequenas obras, a área de aço calculada resulta em um valor muito pequeno que, mesmo que suficiente para atender as solicitações, por terem uma quantidade reduzida, podem, eventualmente, não trabalhar da forma correta e não seguir um comportamento estrutural

esperado devido a sua rigidez global ser baixa. O parâmetro para cálculo da armadura mínima nomeia-se ρ_{\min} , abordado pela norma através do Quadro 6.

Quadro 6 - Taxas mínimas de armaduras

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,67 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5 \rho_p \geq 0,67 \rho_{\min}$ (ver 19.3.3.2)
Armaduras negativas de bordas sem continuidade	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min}$		
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal $A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \geq 0,5 \rho_{\min}$		-
onde $\rho_s = A_s/b_w h$ e $\rho_p = A_p/b_w h$. NOTA Os valores de ρ_{\min} são definidos em 17.3.5.2.1.			

Fonte: NBR 6118 (2014)

Onde ρ_s é a taxa de aço existente na seção:

$$\rho_s = \frac{A_s}{A_c} \quad (6)$$

Onde A_s é a área de aço presente na seção transversal e A_c é a área da seção bruta.

E ρ_{\min} é a taxa de aço mínima que deverá estar presente na seção:

$$\rho_{\min} = \frac{A_{s,\min}}{A_c} \Leftrightarrow A_{s,\min} = \rho_{\min} \cdot A_c \quad (7)$$

A norma brasileira fornece valores de ρ_{\min} relacionados com a classe do betão por meio do Quadro 7.

Quadro 7 - Valores de ρ_{\min}

Forma da seção	Valores de ρ_{\min}^a ($A_{s,\min}/A_c$) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256
^a Os valores de ρ_{\min} estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$ e $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{\min} deve ser recalculado.															

Fonte: NBR 6118 (2014)

Quanto aos limites máximos de armadura, a norma brasileira estabelece a seguinte margem:

$$A_{s,máx} = 4\% \cdot A_c \quad (8)$$

1.4.1.6 Disposições construtivas

Em relação ao detalhamento e comprimento das barras, a norma brasileira destaca algumas observações em seu item 20.1:

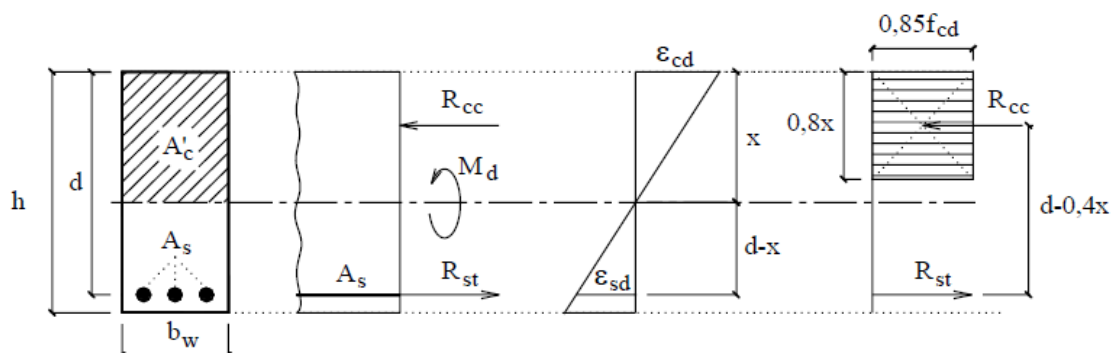
1. As barras da armadura longitudinal principal deverão ter um espaçamento máximo correspondente ao menor valor dentre 20 cm ou $2h$;
2. As armaduras longitudinais não devem ter diâmetro superior a $0,125h$ por motivos de execução da estrutura, sendo a h a espessura da laje;
3. Nas lajes sem armaduras de cisalhamento, todas as barras positivas deverão ultrapassar o vão teórico em 4 cm;
4. No caso de lajes armadas em uma direção, a armadura secundária prevista para execução tem que ser igual ou superior a 20% da armadura principal e com um espaçamento menor ou igual a 33cm;

1.4.2 Dimensionamento de lajes maciças

1.4.2.1 Modelo de cálculo

No Brasil, há diferentes métodos para cálculo de lajes utilizados pelos projetistas, dois que se destacam são: os métodos tabulares e através da teoria da flexão (Figura 19). A teoria da flexão se trata de considerar o equilíbrio na seção ($R_{st} = R_{cc}$), determinar a profundidade da linha neutra e finalmente a área de aço necessária para atender os momentos fletores. Essa metodologia de cálculo é utilizada em elementos submetidos a flexão como elementos lineares como as vigas, porém é comumente usada também em elementos de placa como as lajes, dividindo as mesmas em várias vigas de largura unitária.

Figura 19 – Teoria da flexão abordada na literatura brasileira e na norma brasileira

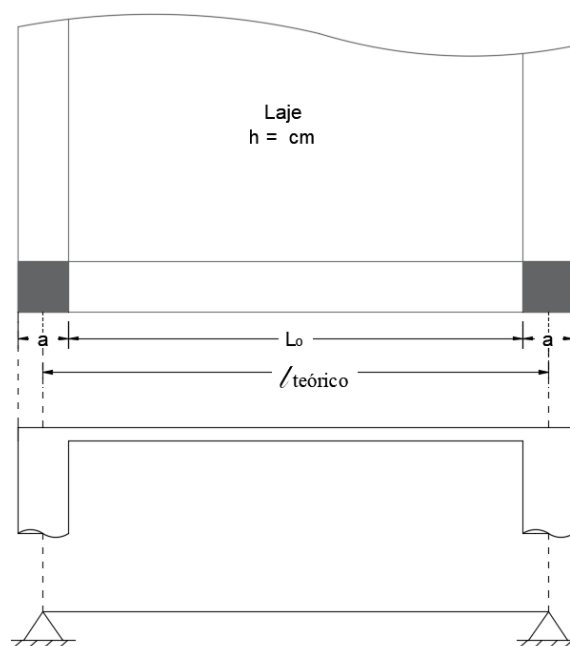


Os outros métodos se tratam dos métodos tabulares, que geralmente são os métodos mais sugeridos e utilizados no cálculo de lajes, pois analisam o elemento de placa como o que ele é de fato e não vários elementos de barra. Esses métodos consideram as condições de contorno da laje, em que direções tem engaste, apoio simples ou bordo livre, e calculam a laje utilizando a análise de grelha. Os métodos tabulares são mais comumente utilizados em casos de laje em cruz, ou seja, armadas em duas direções, os métodos tabulares mais conhecidos são as tabelas de Marcus, Czerny e Bares. Contudo para efeitos de comparação, será utilizado a teoria da flexão em todos os casos, pois além de serem abordados diretamente nas literaturas, tornará o processo mais justo, pois em ambas as normas as lajes serão calculadas como vários elementos de barra ao invés de placa. As áreas de aço calculadas através das tabelas são mais refinadas e precisas pelo fato de ser estar trabalhando com a realidade do elemento. Para o cálculo das lajes maciças pela norma brasileira será utilizado o processo adimensional *KMD*, o mesmo utilizado para as vigas. Dessa forma, nas duas normas serão utilizados processos adimensionais para tornar justo o estudo comparativo.

1.4.2.2 Definição de vão teórico

Primeiramente, é importante identificar os vãos teóricos que deverão ser vencidos pela estrutura. Sugere-se utilizar como vão teórico a soma da distância de face a face de pilares vizinhos mais metade da dimensão do pilar na direção do vão conforme mostrado na Figura 20.

Figura 20 – Determinação dos vãos teóricos



Fonte: Autoria própria (2020)

$$l_{teórico} = l_0 + \frac{a}{2} + \frac{a}{2} \quad (9)$$

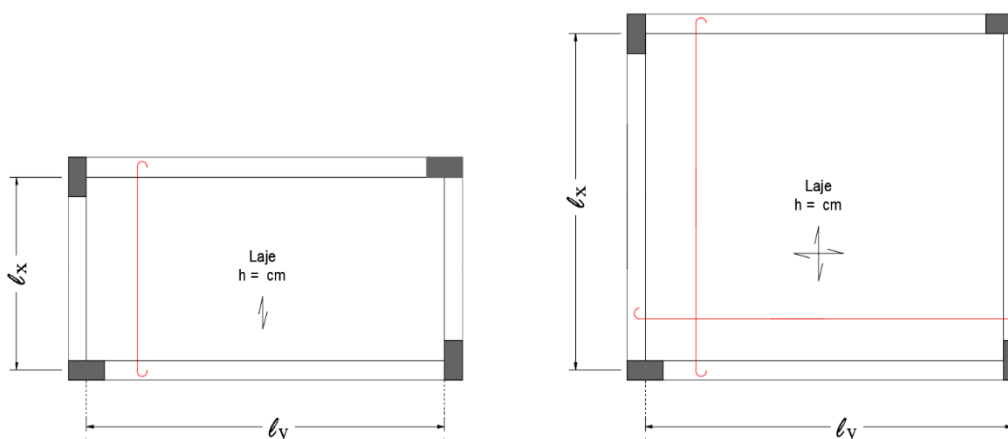
1.4.2.3 Tipos de armação em lajes maciças

Outro procedimento importante antes de se iniciar o dimensionamento é a decisão das direções em que a laje será armada, se ela trabalhará melhor armada unidirecionalmente ou bidirecionalmente (Figura 21). A norma sugere limites envolvendo as dimensões ℓ_y e ℓ_x da laje, o maior e menor vão respectivamente. Geralmente, em lajes mais quadradas onde há uma diferença mínima entre os dois vãos ortogonais, se recomenda armá-las em cruz. Por contrapartida, em lajes mais retangulares, onde existe um vão muito maior que o outro, é mais eficiente armá-las apenas na direção do menor vão. Para essa situação, a norma estabelece que:

$$\text{se } \frac{\ell_y}{\ell_x} > 2 \Rightarrow \text{a laje deverá ser armada em uma direção} \quad (10)$$

$$\text{se } \frac{\ell_y}{\ell_x} \leq 2 \Rightarrow \text{a laje deverá ser armada nas duas direções} \quad (11)$$

Figura 21 – Modos de armação das lajes maciças



Fonte: Autoria própria (2020)

1.4.2.4 Pré-dimensionamento

A espessura da laje pode ser estimada de acordo com a experiência do projetista, porém a norma brasileira sugere alguns valores mínimos para situações variadas:

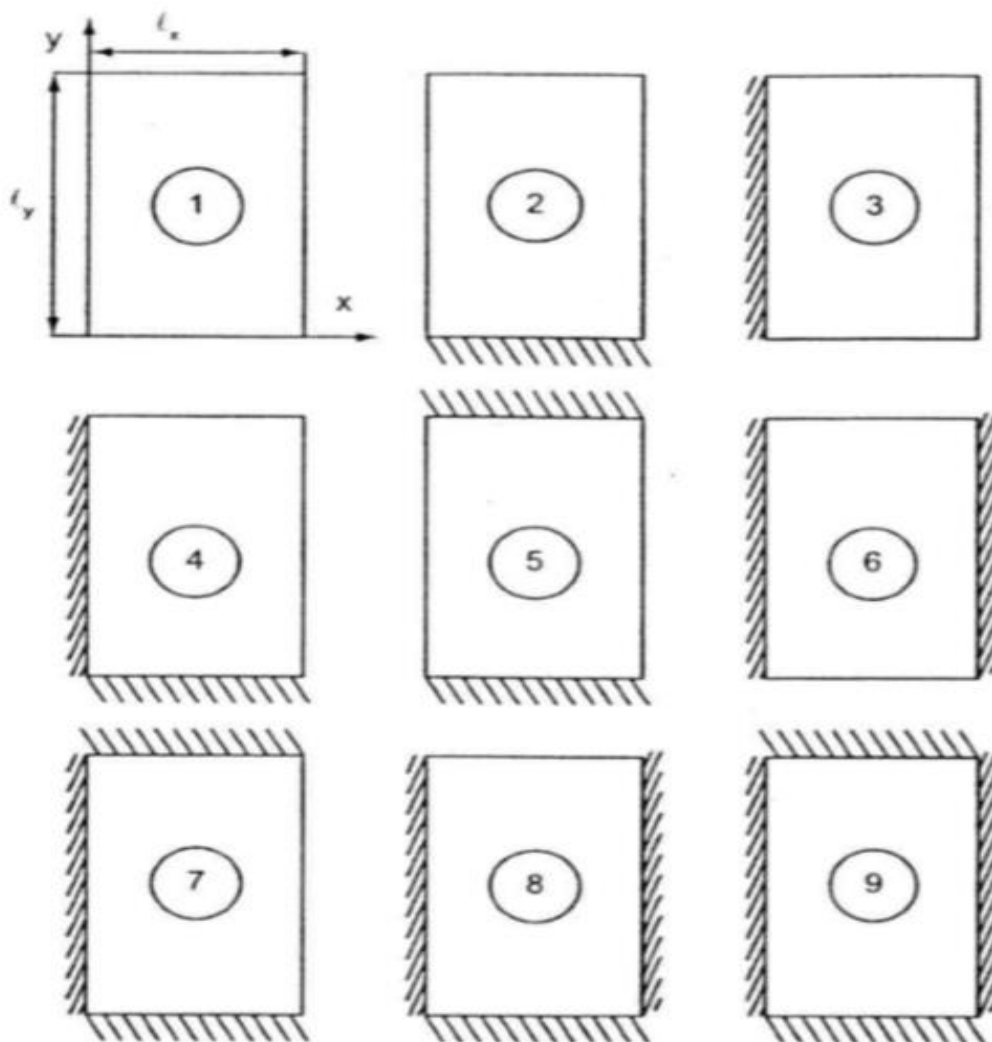
- Para lajes de cobertura em balanço, a espessura mínima é 7 cm;
- Para lajes de piso não em balanço, 8 cm;
- No restante dos casos para lajes em balanço, 10 cm;
- Para os casos em que é prevista a presença de veículos com peso total ou inferior a 30 kN, 10 cm, e para um peso superior a 30 kN, 12 cm;
- No caso de lajes protendidas apoiadas em vigas, a espessura mínima é 15 cm;
- Para lajes de piso biapoiadas e piso contínua, $\ell/42$ e $\ell/50$ respectivamente.

Dados os valores mínimos a serem adotados, se tem um ponto de partida para decidir a espessura da laje, mas há alguns métodos de pré-dimensionamento da espessura, Carvalho e Figueiredo (2017) se utilizam da seguinte equação para determinar a altura útil ideal para a laje:

$$d \geq \frac{\ell_x}{\psi_2 \cdot \psi_3} \quad (12)$$

Sendo d a altura útil da laje, ℓ_x é o menor vão da laje, ψ_2 é um coeficiente tabelado que possui relação com o caso de vinculação (Quadro 8) e as dimensões da laje, e ψ_3 é um coeficiente tabelado relativo ao tipo de aço das armaduras (Quadro 9). A princípio, é importante analisar e determinar qual dos casos a laje está inserida, conforme indicado na Figura 22.

Figura 22 - Casos de vinculação possíveis em lajes maciças



Fonte: Carvalho e Figueiredo (2017)

Quadro 8 - Valores de ψ_2 para diferentes casos de vinculação

Valores de ψ_2 para pré-dimensionamento de espessuras de lajes maciças									
λ	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
1.00	1.50	1.70	1.70	1.80	1.90	1.90	2.00	2.00	2.20
1.05	1.48	1.67	1.69	1.78	1.87	1.89	1.97	1.99	2.18
1.10	1.46	1.64	1.67	1.76	1.83	1.88	1.94	1.97	2.15
1.15	1.44	1.61	1.66	1.74	1.80	1.87	1.91	1.96	2.13
1.20	1.42	1.58	1.64	1.72	1.76	1.86	1.88	1.94	2.10
1.25	1.40	1.55	1.63	1.70	1.73	1.85	1.85	1.93	2.08
1.30	1.38	1.52	1.61	1.68	1.69	1.84	1.82	1.91	2.05
1.35	1.36	1.49	1.60	1.66	1.66	1.83	1.79	1.90	2.03
1.40	1.34	1.46	1.58	1.64	1.62	1.82	1.76	1.88	2.00
1.45	1.32	1.43	1.57	1.62	1.59	1.81	1.73	1.87	1.98
1.50	1.30	1.40	1.55	1.60	1.55	1.80	1.70	1.85	1.95
1.55	1.28	1.37	1.54	1.58	1.52	1.79	1.67	1.84	1.93
1.60	1.26	1.34	1.52	1.56	1.48	1.78	1.64	1.82	1.90
1.65	1.24	1.31	1.51	1.54	1.45	1.77	1.61	1.81	1.88
1.70	1.22	1.28	1.49	1.52	1.41	1.76	1.58	1.79	1.85
1.75	1.20	1.25	1.48	1.50	1.38	1.75	1.55	1.78	1.83
1.80	1.18	1.22	1.46	1.48	1.34	1.74	1.52	1.76	1.80
1.85	1.16	1.19	1.45	1.46	1.31	1.73	1.49	1.75	1.78
1.90	1.14	1.16	1.43	1.44	1.27	1.72	1.46	1.73	1.75
1.95	1.12	1.13	1.42	1.42	1.24	1.71	1.43	1.72	1.73
2.00	1.10	1.10	1.40	1.40	1.20	1.70	1.40	1.70	1.70

Fonte: Adaptado de Carvalho e Figueiredo (2017)

$$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x} \quad (13)$$

Quadro 9 - Valores de ψ_3 para os tipos de aço disponíveis

Aço	ψ_3 para Lajes maciças
CA-25	35
CA-32	33
CA-40	30
CA-50	25
CA-60	20

Fonte: Adaptado de Carvalho e Figueiredo (2017)

A altura pré-dimensionada da laje se é determinada através da soma da altura útil calculada através das tabelas com os valores de recobrimento utilizado para o caso estrutural. Com a espessura decidida, pode-se prosseguir para o cálculo dos carregamentos atuantes na estrutura, que incluem: peso próprio, cargas de utilização e cargas extras como revestimento, paredes, entre outros.

1.4.2.5 Ações

A NBR 8681 (2004) é a norma brasileira responsável pela classificação dos estados limites e das ações solicitantes em estruturas, as ações são classificadas em 3 tipos:

1. Ações permanentes;
2. Ações variáveis;
3. Ações excepcionais.

As ações permanentes podem ser diretas ou indiretas, no primeiro caso a norma cita o peso próprio da construção e de todos os elementos construtivos presentes, pesos de equipamentos permanentes em caso de indústrias, e quaisquer ações do gênero. Quando as ações indiretas, a protensão e a retração dos materiais são bons exemplos. O peso próprio da laje se é obtido através de:

$$P.P = h . 25 \text{ kN/m}^3 (\text{peso específico do betão})$$

As ações variáveis são as cargas que podem variar para mais intensa ou menos intensa em certos períodos de tempo, também chamadas de cargas acidentais, alguns exemplos: força do vento, forças de frenagem no caso de pontes, variações de temperatura e pressões hidrostáticas ou dinâmicas. Essas ações podem ser classificadas em: normais, ações de fácil previsão que vão ocorrer com bastante frequência durante a vida útil do projeto; especiais, ações também previstas, porém com um grau de frequência muito pequena como os sismos ou fenômenos naturais.

Finalmente, as ações excepcionais são as ações que possuem pouca previsão por serem extremamente raras de acontecer, mas quando acontecem podem acabar comprometendo toda a estrutura global. Alguns bons exemplos para elas: incêndios, explosões, enchentes, acidentes de trânsito, dentre outros.

A NBR 6120 (1980) propõe em sua Tabela 2 um quadro informativo que indica as cargas características de utilização por metro quadrado em função do tipo de utilização da estrutura. Esta tabela está presente no Quadro 88 disposto no anexo ao fim deste trabalho.

Para o dimensionamento de lajes em balanço, a NBR 6118 (2014) recomenda a utilização de um coeficiente adicional de majoração da carga solicitante (Quadro 10), seu valor varia de acordo com a altura total da laje.

Quadro 10 - Valores do coeficiente adicional de majoração γ_n para lajes em balanço

h cm	≥ 19	18	17	16	15	14	13	12	11	10
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45

onde

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 h;$$

h é a altura da laje, expressa em centímetros (cm).

NOTA O coeficiente γ_n deve majorar os esforços solicitantes finais de cálculo nas lajes em balanço, quando de seu dimensionamento.

Fonte: NBR 6118 (2014)

Sendo o coeficiente de majoração abordada pela norma brasileira $\gamma = 1,4$, para o cálculo do carregamento no estado limite último da estrutura se tem:

$$p_d = 1,4 \cdot \left(\sum_{i=1}^m F_{G_{i,k}} + \sum_{j=1}^n F_{Q_{j,k}} \right) \quad (14)$$

Sendo $F_{G_{i,k}}$ as ações permanentes e $F_{Q_{j,k}}$ representa as ações variáveis. Com a determinação dos carregamentos de cálculo, pode-se partir para a utilização de ferramentas de cálculos de estruturas estáticas, como o *ftool*, para a obtenção dos momentos fletores positivos e negativos atuantes. Neste tipo de laje predomina-se a flexão, será dispensada a existência de armadura contra esforços transversos, diferentemente das lajes fungiformes que será proposto posteriormente.

1.4.2.6 Dimensionamento das armaduras de flexão

Carvalho e Figueiredo (2017) indicam um valor mínimo para altura útil da laje, esse valor é dependente do momento máximo determinado na resolução da estrutura e retirada dos esforços da iteração com a altura útil calculada no pré-dimensionamento, a seguinte equação demonstra seu cálculo:

$$d_{\min} = \sqrt{\frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd} \cdot (0,68 \cdot \xi_{34} - 0,272 \cdot \xi_{34}^2)}} \quad (15)$$

Sendo: M_d o momento máximo de cálculo proveniente da iteração recente, b_w é a largura unitária da laje, f_{cd} é o valor de cálculo da resistência do betão à compressão e ξ_{34} corresponde ao limite entre os domínios 3 e 4, para aços CA-50 (A500) esse valor é 0,628. Para o cálculo das armaduras longitudinais, será utilizado o método *KMD* de dimensionamento, processo também utilizado no dimensionamento de vigas em betão armado:

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad (16)$$

O dimensionamento tem como fundamento básico o escoamento do aço, logo $\varepsilon_s > \varepsilon_{yd} = 2,07\%$, as resistências características do aço e betão devem ser majorados pelos seus respectivos coeficientes de ponderação: $\gamma_s = 1,15$ e $\gamma_c = 1,4$. A tabela sugerida para a utilização dos valores de *KMD* e definição dos valores *KX* e *KZ* para o cálculo da armadura de flexão está em Carvalho e Figueiredo (2017), também disponível no Quadro 89 do anexo deste trabalho.

$$KX = \frac{x}{d} < 0,45, \text{ limite imposto pela norma}$$

$$A_s = \frac{M_d}{KZ \cdot d \cdot f_{yd}} \quad (17)$$

A área de aço existente deve ser o maior valor dentre as áreas de aço necessária e mínima, atendendo também o limite de armadura máxima calculado previamente.

1.4.3 Dimensionamento de lajes fungiformes

1.4.3.1 Modelo de cálculo

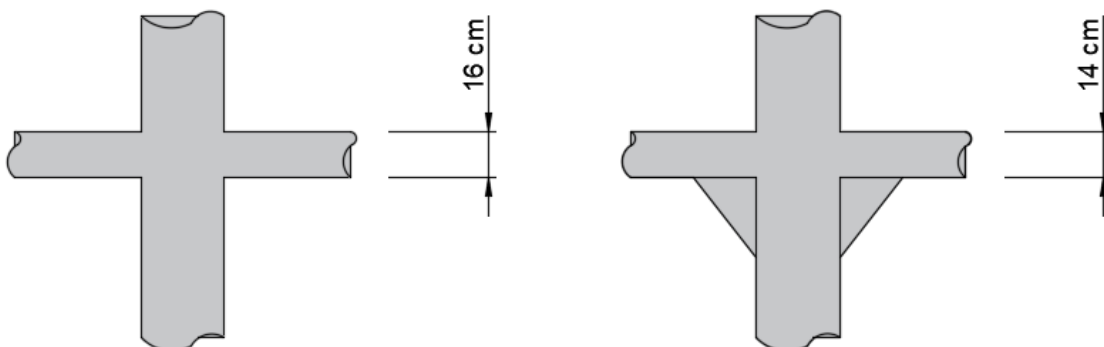
A NBR 6118 (2014) sugere que para que método dos pórticos equivalentes possa ser utilizado a laje a ser dimensionada deve estar dentro de dois pré-requisitos. O primeiro deles é o fato de que os pilares a sustentar a laje devem estar alinhados, sendo permitidos apenas 10% de deslocamento em relação ao vão gerando assim pórticos que vão ser responsáveis pela sua sustentação. Caso a laje esteja com pilares muito desalinhados, se tornará muito difícil a formação desses pórticos, inviabilizando o prosseguimento nos cálculos. O segundo critério de uso obriga a laje a ter os vãos ℓ_x e ℓ_y semelhantes, ou seja, lajes em formato quadrangular e não retangular, onde ℓ_y é o vão maior e ℓ_x o vão menor, satisfazendo a condição seguinte:

$$0,75 < \frac{\ell_y}{\ell_x} < 1,33 \quad (18)$$

1.4.3.2 Espessuras e armações

A norma brasileira em seu item 13.2.4.1 indica duas espessuras mínimas para lajes fungiformes, dependendo da presença ou não de capitéis: 14 centímetros para lajes cogumelo (c/capitéis ou ábacos) e 16 centímetros para lajes fungiformes sem elementos enrijecedores na ligação laje-pilar (Figura 23).

Figura 23 – Espessuras mínimas de lajes fungiformes com e sem capitéis



Fonte: Autoria Própria (2020)

Um método bem comum bastante utilizado para estimar a espessura de uma laje é utilizar 2,5% do menor vão, respeitando os limites mínimo de espessura para lajes indicados pela norma descrita no tópico de lajes maciças. A norma também indica que seja feita a verificação da altura mínima da laje demonstrada no dimensionamento de lajes maciças.

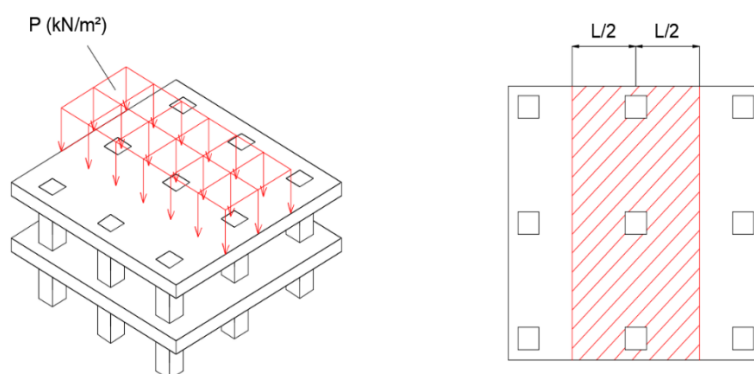
Sabe-se que um dos primeiros passos do cálculo de uma laje é a verificação de qual modo ela deve ser armada, dependendo de suas dimensões, seja unidireccionalmente ou bidireccionalmente. No caso de lajes sem vigas, a norma obriga que a laje seja armada em cruz, ou seja, nas duas direções. Isso acontece por dois motivos: pelo fato de a laje sem vigas normalmente ser quadrada com poucas variações entre os vãos e pelo fato da grande perda de rigidez ocasionada pela ausência dos vigamentos, logo essa rigidez precisa ser compensada com o acréscimo de mais aço na estrutura. Definidos esses detalhes de pré-dimensionamento, pode-se prosseguir ao estudo das cargas.

1.4.3.3 Carregamentos

Pode-se dizer que o estudo das cargas é uma das etapas mais importantes no projeto de estruturas, pois se trata de mensurar o que no futuro será o objetivo da estrutura, transportar as mesmas até o solo com a total segurança e conforto aos usuários. Essa etapa se repete no cálculo de qualquer tipo de laje, pois as cargas são as mesmas, independente se a laje possui ou não vigas, o que será alterado é o comportamento da estrutura perante as cargas. Por esse motivo, esta etapa será mostrada de forma mais sucinta, buscando mais destaque nos diferenciais.

Para o cálculo dos carregamentos para estado limite último será utilizado uma faixa apenas de laje, essa que compreenderá o pórtico. Conforme mostrado na Figura 24, essa faixa deverá medir da metade de um vão até outro, e o valor de carregamento por metro linear determinado nessa faixa será utilizado no cálculo dos esforços. Enquanto no cálculo das lajes convencionais utiliza-se o valor de carga por metro quadrado para ser convertida para metro linear nas vigas, nas lajes fungiformes o valor que se deve buscar é a carga por metro linear para calcular os esforços no pórtico, essa faixa é considerada como uma viga imaginária.

Figura 24 – Comprimento das faixas que serão analisadas para o pórtico



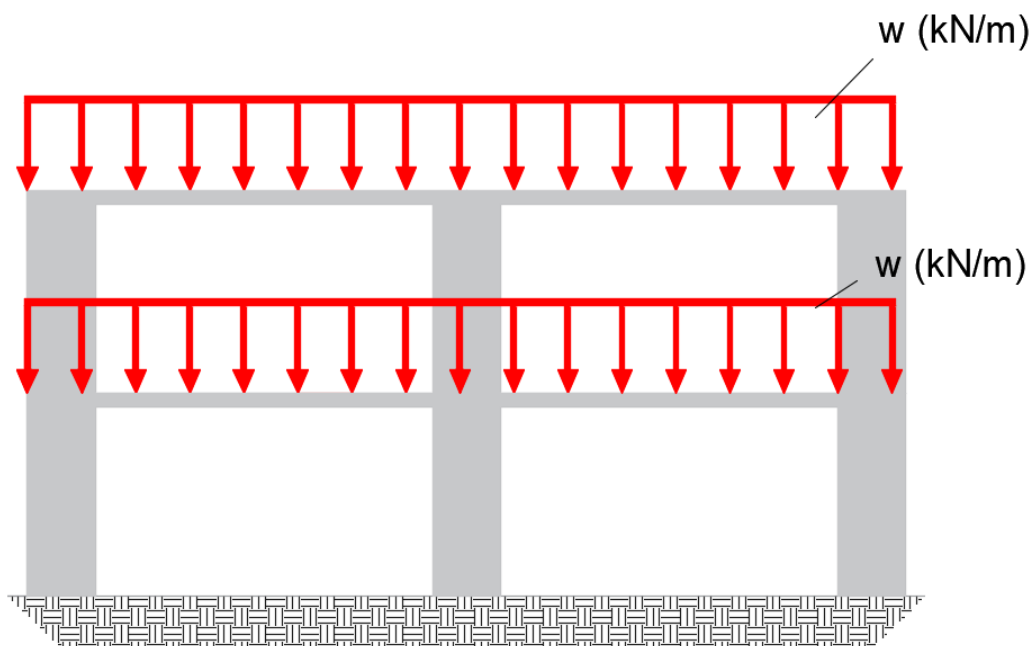
A NBR 6118 (2014) sugere um acréscimo de 40% como fator de segurança para a carga total, permanentes e variáveis.

$$p_{ELU} = 1,4 \cdot (\sum f_{gk} + \sum f_{qk}) \quad (kN/m^2) \quad (19)$$

Com os valores de carregamento por metro quadrado pode-se obter o carregamento por metro de faixa w , componente que fará parte do pórtico a ser calculado, conforme a Figura 25.

$$w_{ELU} = p_{ELU} \cdot \ell \quad (kN/m) \quad (20)$$

Figura 25 – Carregamento atuante nos pórticos (faixas)

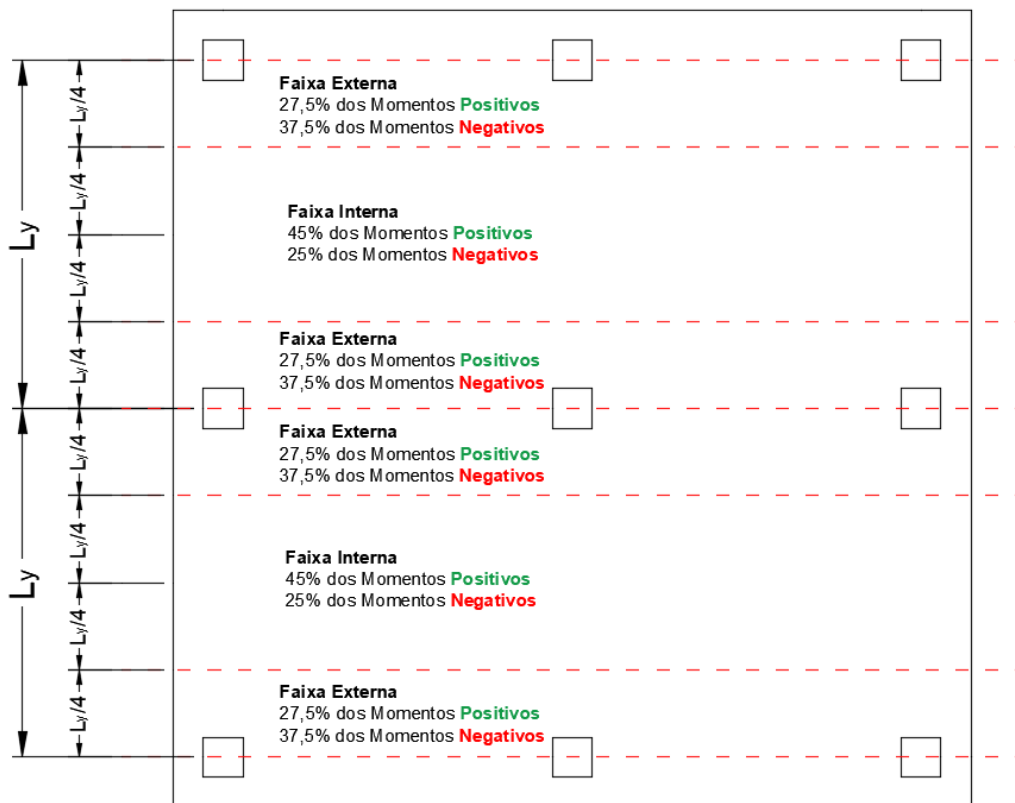


Fonte: Autoria Própria (2020)

1.4.3.4 Distribuição dos momentos

Conforme já dito, o cálculo dos esforços será realizado em um *software* de elementos finitos para simplificar o trabalho, visto que se trata de um pórtico hiperestático, logo não sendo conveniente demonstrar os cálculos neste trabalho. No caso das lajes fungiformes, a NBR 6118 (2014) recomenda que os momentos calculados no pórtico sejam distribuídos na faixa de acordo com percentagens que variam de acordo com a posição da faixa, se a mesma é externa (adjacente aos pilares) ou interna (faixa entre os pilares). A mesma ainda destaca que a maior percentagem relativa aos momentos positivos deve ser concentrada nas faixas internas e a maior parte dos momentos negativos deve ser concentrada nas faixas externas. Essas tais percentagens são especificadas na norma através do método dos pórticos equivalentes, conforme descrito na Figura 26.

Figura 26 - Distribuição dos momentos positivos e negativos



Fonte: Adaptação da NBR 6118 (2014)

Esses valores de momento encontrados são aplicados por faixa, porém para o cálculo da armadura, convém transformar para valores de momento por metro, logo se faz necessária fazer essa conversão antes de prosseguir para o cálculo da área de aço.

$$M_d(kN.m) = \frac{M_{m\acute{a}x} \left(kN \cdot \frac{m}{faixa} \right)}{\frac{\ell}{4}} \quad (21)$$

1.4.3.5 Dimensionamento das armaduras de flexão

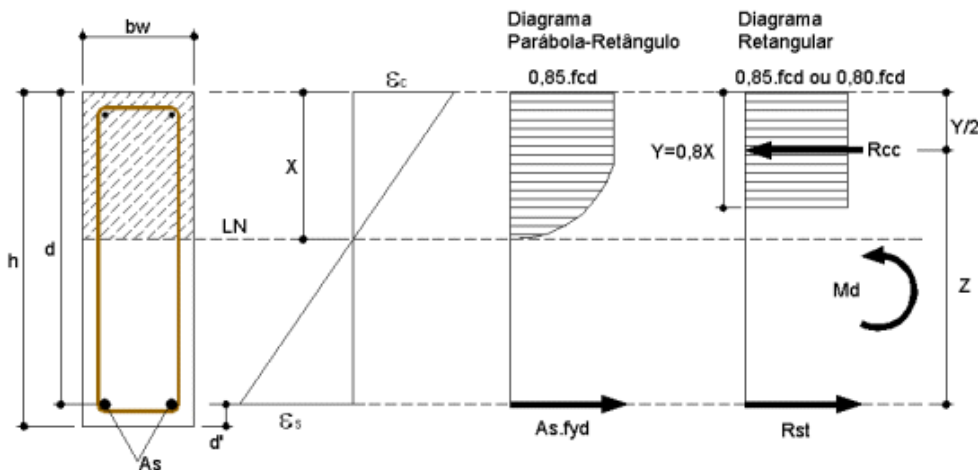
Para o cálculo da armadura, a literatura brasileira dispõe de alguns métodos bem usuais como o método do *KMD*, métodos tabulares, porém será utilizado o método referenciado na norma que é através da determinação da linha neutra e da área de aço através de equações empíricas. Método o qual também se utiliza no dimensionamento de várias outras estruturas submetidas a flexão.

$$x = 1,25 \cdot d \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}}} \right) \quad (22)$$

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd} \cdot (d - 0,4x)} \quad (23)$$

Sendo “ x ” a profundidade da linha neutra, f_{cd} a resistência de cálculo à compressão do betão e f_{yd} a resistência a tração do aço de cálculo. Considerando a hipótese de cálculo das estruturas no domínio 3 (Figura 27), ou seja, quando a deformação da armadura tracionada é maior ou igual a tensão de escoamento ($\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$).

Figura 27 – Diagrama parábola-retângulo utilizada para formulação do cálculo da armadura



Fonte: AltoQi (2010)

1.4.3.6 Dimensionamento das armaduras contra colapso progressivo

Para o dimensionamento da armadura contra colapso progressivo, a norma solicita que seja utilizada a força cisalhante de cálculo máxima para o pilar o qual se deseja efetuar o dimensionamento, por isso é importante também atentar-se ao diagrama de esforços transversos. Essa armadura deve estar posicionada dentro do contorno crítico do pilar, a norma indica a seguinte expressão para seu cálculo:

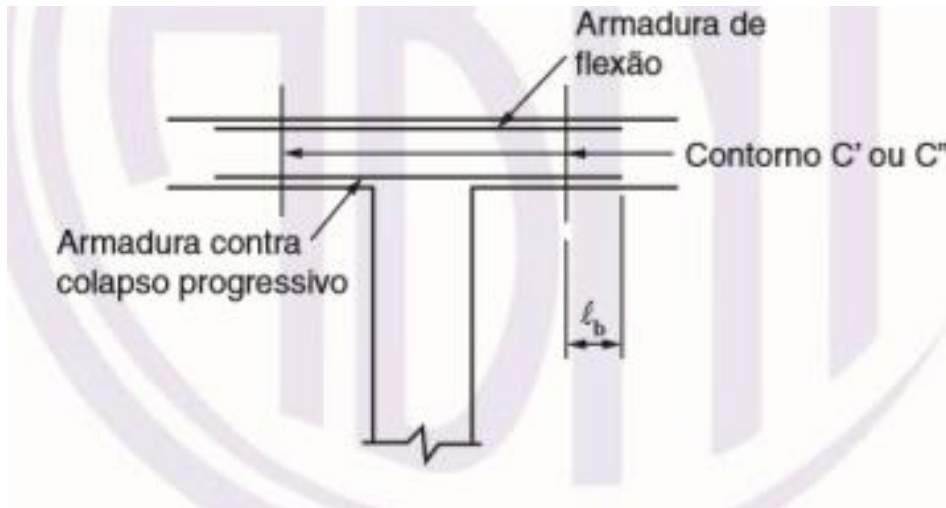
$$A_{sccp} = 1,5 \cdot \frac{F_{sd}}{f_{yd}} \quad (24)$$

Sendo F_{sd} a tensão atuante aplicada na ligação laje-pilar em análise e f_{yd} a resistência do aço a tração de cálculo ($f_{yk}/1,15$). Diferentemente do coeficiente de segurança do betão em que há uma variação de 10% entre a norma brasileira e portuguesa, o coeficiente de segurança do aço permanece o mesmo para duas normas, tendo seu valor como 1,15. A NBR 6118 (2014) descreve que a função principal da armadura contra colapso progressivo é garantir a ductilidade da ligação laje-pilar e assim evitar o fenômeno descrito como colapso progressivo (Figura 28), ela acrescenta que deve ser calculada uma armadura de flexão inferior que deve ultrapassar os limites do pilar (C) e ancorada além do contorno crítico (C'). A norma ainda permite a utilizar outras combinações para o cálculo do F_{sd} e um coeficiente de majoração de 1,2, reduzindo a quantidade de aço.

A norma possui algumas peculiaridades no seu tópico de detalhamento, ela obriga que pelo menos duas barras de armadura positiva passem direto na região dos apoios e 1/3 das barras de armadura positiva ultrapassem o meio do vão, devendo ser feito o cálculo do comprimento de

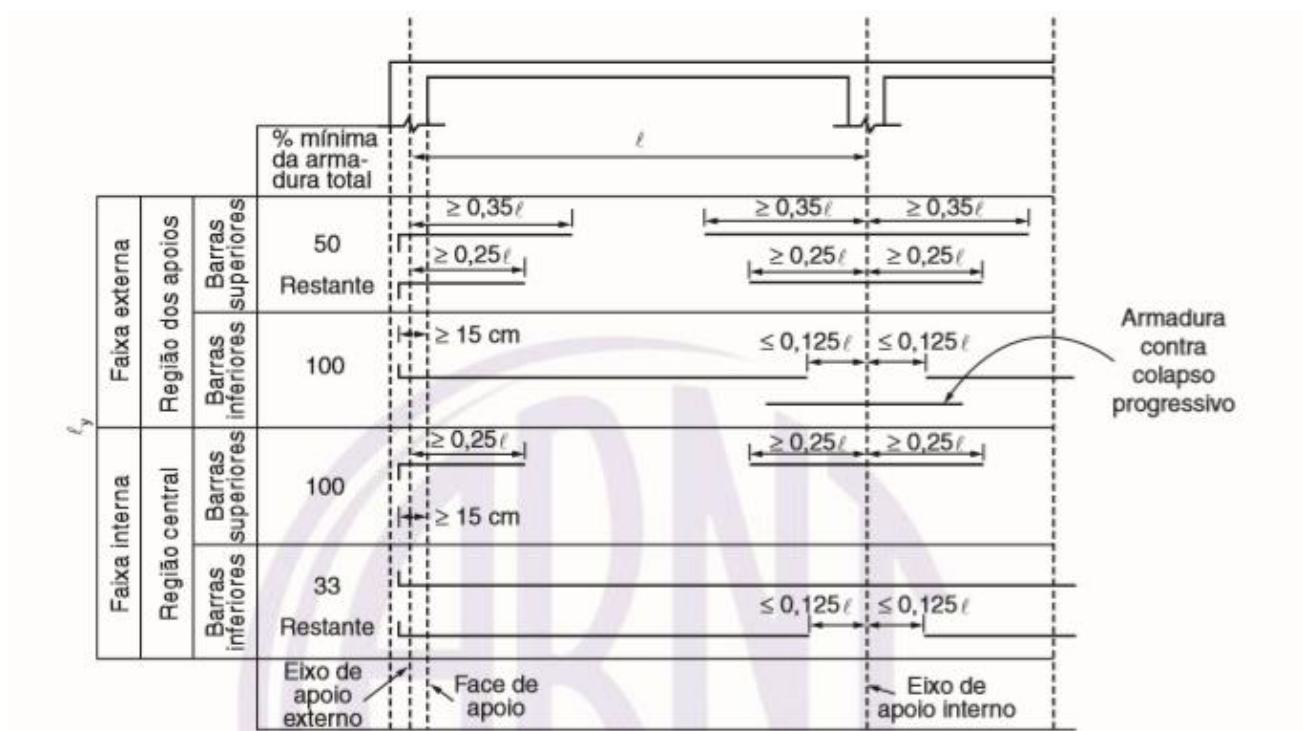
ancoragem das mesmas. Esse procedimento faz com que a estrutura tenha um caráter monolítico sem congestionar muito as ligações, pois já se tem armaduras positivas, negativas e contra colapso progressivo nessas regiões. A Figura 29 fornecida pela NBR 6118 (2014) resume as percentagens e comprimentos de barras para cada faixa da laje.

Figura 28 – Detalhamento da armadura contra colapso progressivo



Fonte: NBR 6118 (2014)

Figura 29 – Detalhamento das armaduras longitudinais em lajes sem vigas



Fonte: NBR 6118 (2014)

1.4.3.7 Dimensionamento das armaduras de punçoamento

Quanto ao punçoamento, a NBR 6118 (2014) admite duas situações para sua abordagem e desenvolvimento: quando não for prevista armadura de punçoamento e quando for prevista armadura de punçoamento. Recomenda-se começar o procedimento pela primeira situação e verificar se a laje irá prescindir de armadura de punçoamento, caso sim prosseguir para o cálculo da mesma.

Uma das informações mais preciosas para se possuir antes do início dos cálculos é relacionada aos perímetros críticos. A norma indica 3 tipos de perímetros que deverão ser levados em conta nas verificações: o perímetro crítico no pilar μ_0 , perímetro crítico da região C' μ_1 e da região C'' μ_2 . Esses perímetros irão depender da posição do pilar em planta: de canto, de bordo ou interno, os mesmos serão importantes para o cálculo da tensão de cisalhamento solicitante τ_{sd} .

Para o cálculo das tensões solicitantes, a norma indica um valor de altura útil d , essa altura útil varia na seção em relação as duas direções, logo a norma permite o cálculo da altura útil como a média das alturas nas duas direções:

$$d_{eff} = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (25)$$

No pilar de canto existem duas dimensões no pilar expostos ao exterior, ou seja, duas faces do pilar não colaboram para o perímetro crítico do pilar, aumentando a tensão solicitante de cisalhamento. Os seus perímetros críticos na face do pilar (Figura 30), C' (Figura 31) e C'' (Figura 32) respectivamente podem ser calculados pelas seguintes expressões normatizadas:

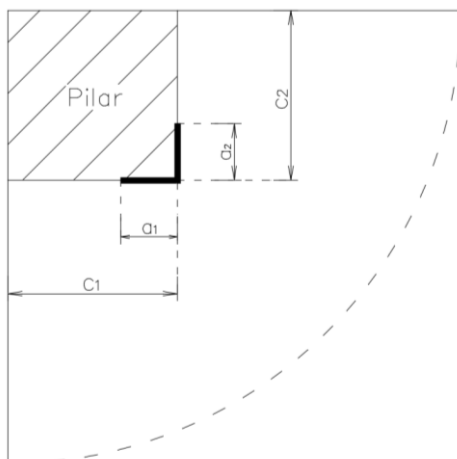
$$\mu_0 = a_1 + a_2 \quad (26)$$

Sendo:

$$a_1 = 1,5d \leq \frac{c_1}{2} \quad (27)$$

$$a_2 = 1,5d \leq \frac{c_2}{2} \quad (28)$$

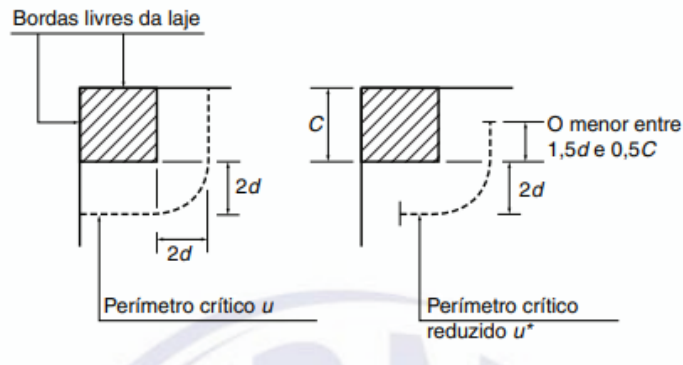
Figura 30 – Perímetro crítico na face do pilar de canto (C)



Fonte: Adaptado da NBR 6118 (2014)

$$\mu_1 = a_1 + a_2 + \pi d \quad (29)$$

Figura 31 – Perímetro crítico na região C' para o pilar de canto

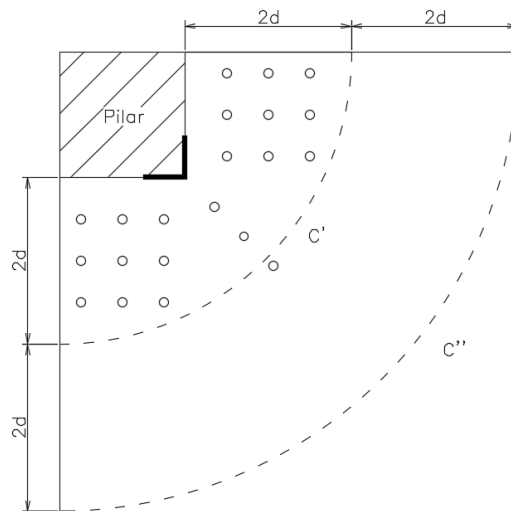


Fonte: NBR 6118 (2014)

$$\mu_2 = a_1 + a_2 + \pi d + \frac{\pi p}{2} \quad (30)$$

Onde p é a distância entre a face do pilar até a última linha de pinos.

Figura 32 – Perímetro crítico na região C'' para o pilar de canto



Fonte: Adaptado da NBR 6118 (2014)

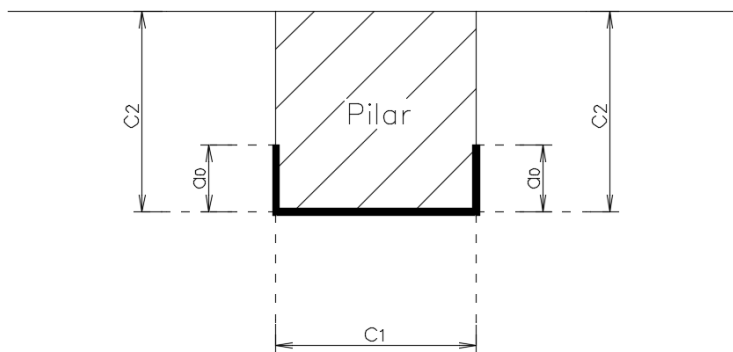
No pilar de bordo há uma dimensão exposta ao exterior, logo uma das dimensões do pilar será desprezada no cálculo do perímetro crítico. Os perímetros críticos na face do pilar, no contorno C' e C'' estão mostrados respectivamente na Figura 33, Figura 34 e Figura 35.

Sendo:

$$a_0 = 1,5d \leq \frac{c_2}{2} \quad (31)$$

$$\mu_0 = 2 \cdot a_0 + c_1 \quad (32)$$

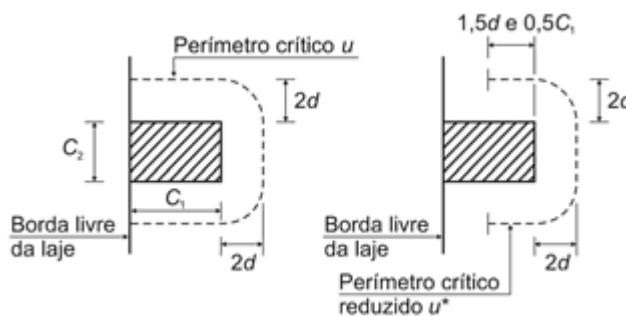
Figura 33 – Perímetro crítico na face do pilar de bordo (C)



Fonte: Adaptado da NBR 6118 (2014)

$$\mu_1 = 2 \cdot a_0 + c_1 + 2\pi d \tag{33}$$

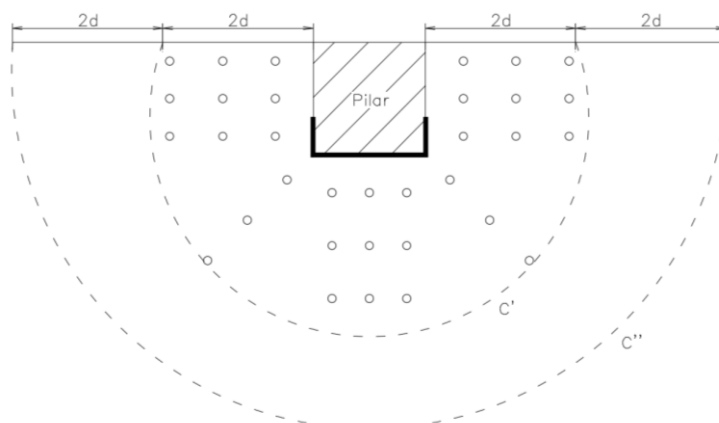
Figura 34 – Perímetro crítico na região C' para o pilar de borda



Fonte: NBR 6118 (2014)

$$\mu_2 = 2 \cdot a_0 + c_1 + 2\pi d + \pi r \tag{34}$$

Figura 35 – Perímetro crítico na região C'' para o pilar de borda



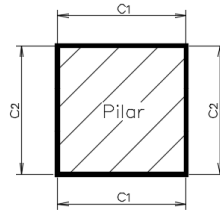
Fonte: Adaptado da NBR 6118 (2014)

Finalmente, os pilares internos são os mais sugeridos a serem utilizados em obras com lajes fungiformes, pois todo o perímetro do pilar é utilizado no combate a tensão solicitante de cisalhamento. É devido a isso que é bastante comum em projeto se embutir o pilar na laje para sempre trabalhar com pilares do tipo interno e maximizar sua resistência ao punçoamento.

A Figura 36, Figura 37 e Figura 38 representam os perímetros críticos utilizados no dimensionamento ao punçoamento para os pilares internos.

$$\mu_0 = 2 \cdot c_1 + 2 \cdot c_2 \quad (35)$$

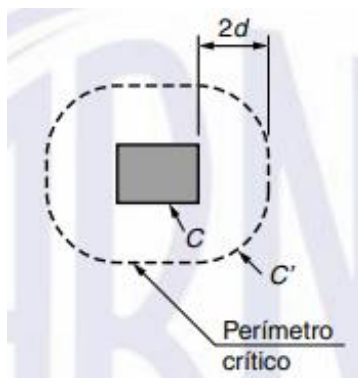
Figura 36 – Perímetro crítico na face do pilar interno (C)



Fonte: Adaptado da NBR 6118 (2014)

$$\mu_1 = 2 \cdot c_1 + 2 \cdot c_2 + 4\pi d \quad (36)$$

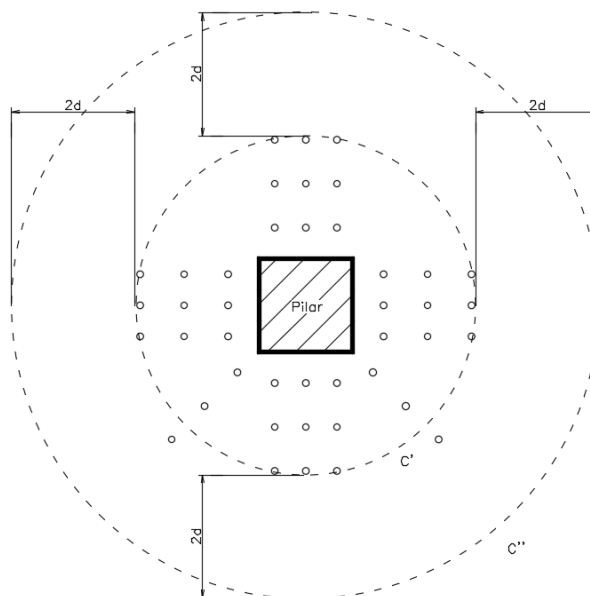
Figura 37 – Perímetro crítico na região C' para o pilar interno



Fonte: NBR 6118 (2014)

$$\mu_2 = 2 \cdot c_1 + 2 \cdot c_2 + 4\pi d + 2\pi r \quad (37)$$

Figura 38 – Perímetro crítico na região C'' para o pilar interno



Fonte: Adaptado da NBR 6118 (2014)

Com o estudo dos contornos críticos C, C' e C'' e os seus respectivos perímetros críticos concluído, prossegue-se então a caracterização das verificações necessárias no processo anterior ao dimensionamento e no dimensionamento em si, cada verificação terá um parâmetro limite que deverá ser comparado com a tensão solicitante. Estes parâmetros são definidos em norma como tensões resistentes de cisalhamento, a NBR 6118 (2014) define 3 parâmetros para a análise do punçoamento e dimensionamento das armaduras de combate: τ_{rd1} , τ_{rd2} e τ_{rd3} .

A norma indica duas situações na análise do punçoamento: quando não for prevista e quando for prevista armadura de punçoamento. Na primeira situação devem ser realizadas duas verificações:

Primeira verificação: Realizada no contorno C (faces do pilar), se trata da verificação acerca da tensão resistente de compressão diagonal do betão.

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd2} \quad (38)$$

Onde τ_{sd} é a tensão solicitante de compressão no perímetro crítico, nesse caso o contorno C, e o τ_{rd2} é a tensão resistente de compressão limite utilizada para verificação da compressão diagonal do betão na ligação laje-pilar.

Segunda verificação: Realizada no contorno C' (a uma distância $2d$ da face do pilar), se trata de conferir se a seção vai prescindir de área de aço transversal para combater os esforços cortantes.

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd1} \quad (39)$$

Onde τ_{sd} é a tensão solicitante de compressão no perímetro crítico, nesse caso o contorno C', e o τ_{rd1} é o limite de tensão para que a seção prescinda de armadura transversal de cisalhamento. Caso essa condição não seja satisfeita, deve-se então prosseguir para a segunda situação na qual será calculada uma área de aço para ligação dúctil e garantir a estabilidade da mesma contra punção.

Para caso de necessidade de armadura de punção, a norma recomenda que três verificações sejam realizadas, a primeira delas é a verificação no contorno C quanto a diagonal comprimida do betão, logo pode ser desconsiderada caso já tenha sido feita.

Primeira verificação: Realizada no contorno C (dimensões do pilar), se trata da verificação acerca da tensão resistente de compressão diagonal do betão.

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd2} \quad (40)$$

Onde τ_{sd} é a tensão solicitante de compressão no perímetro crítico, nesse caso o contorno C, e o τ_{rd2} é a tensão resistente de compressão limite utilizada para verificação da compressão diagonal do betão na ligação laje-pilar.

Segunda verificação: Se trata da verificação ao punçoamento no contorno crítico C', onde a tensão solicitante de cisalhamento em C' τ_{sd} não deve superar a tensão resistente de cisalhamento τ_{rd3} .

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd3} \quad (41)$$

Terceira verificação: Se trata da verificação ao punçoamento no contorno crítico C'', onde a tensão solicitante de cisalhamento em C'' τ_{sd} não deve superar a tensão resistente de cisalhamento τ_{rd1} .

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd1} \quad (42)$$

De acordo com a NBR 6118 (2014), as tensões resistentes de cisalhamento nos perímetros indicados em cada verificação podem ser calculados através das seguintes expressões:

$$\tau_{rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{CP} \quad (43)$$

$$\tau_{rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \quad (44)$$

$$\tau_{rd3} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{CP} + \left(1,5 \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen } \alpha}{S_r \cdot \mu} \right) \quad (45)$$

Onde d é a altura útil da laje, f_{ck} a resistência característica a compressão do betão, f_{cd} é o valor reduzido do f_{ck} através do coeficiente de minoração de 1,4, S_r é o espaçamento radial entre as linhas de armaduras de punçoamento não devendo ser maior que $0,75d$ e μ é o perímetro crítico na região indicada pela verificação. O ângulo α vai depender da inclinação das armaduras de cisalhamento, se for a 90° , será considerado neutro no cálculo. Da mesma forma o σ_{cp} , pois só deve ser considerado no dimensionamento de peças protendidas, logo seu valor será nulo.

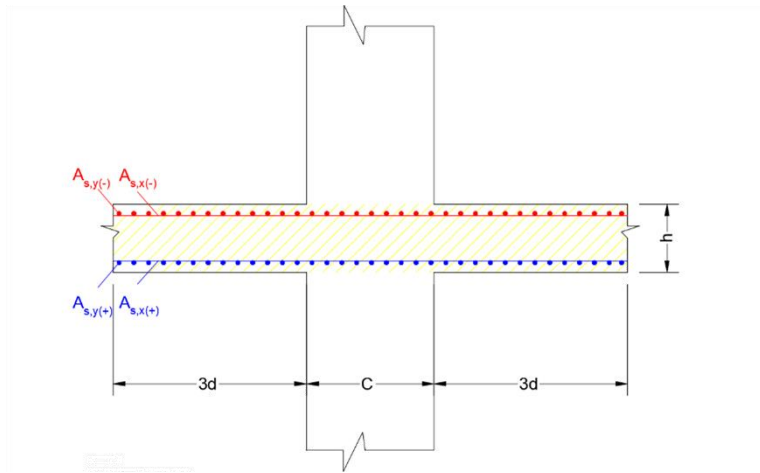
O α_{v2} é o fator de efetividade considerado pela norma e dependente do f_{ck} , a norma brasileira sugere o seu cálculo através da expressão:

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}(MPa)}{250} \quad (46)$$

A resistência da armadura de punção f_{ywd} é fixado na norma brasileira dependendo da espessura da laje: 250 MPa para lajes de até 15 centímetros e 435 MPa para lajes com mais de 35 centímetros de espessura. Para demais valores de espessuras, é normalmente utilizado em projetos o recurso de interpolação linear.

A taxa de armadura ρ deverá ser calculada através da razão entre a área de aço e de betão da região crítica, cujo comprimento mede da dimensão do pilar mais uma faixa de $3d$ da face do pilar, em pilares de bordo ou de canto esse comprimento deve variar devido a presença de laje colaborante em apenas um dos lados (Figura 39).

Figura 39 – Áreas de aço presentes na região crítica



Fonte: Autoria Própria (2020)

Dessa forma as taxas de aço em ambas as direções podem ser calculadas pelas seguintes expressões:

a) Pilares de canto

$$\rho_x = \frac{A_{sx}^{(+)} + A_{sx}^{(-)}}{(3d + C_1) \cdot h} \quad (47)$$

$$\rho_y = \frac{A_{sy}^{(+)} + A_{sy}^{(-)}}{(3d + C_2) \cdot h} \quad (48)$$

b) Pilares de bordo

$$\rho_x = \frac{A_{sx}^{(+)} + A_{sx}^{(-)}}{(3d + C_1) \cdot h} \quad (49)$$

$$\rho_y = \frac{A_{sy}^{(+)} + A_{sy}^{(-)}}{(6d + C_2) \cdot h} \quad (50)$$

Considerando c_1 a dimensão do pilar paralela ao eixo x e possuindo um lado de laje com bordo livre.

c) Pilares Internos

$$\rho_x = \frac{A_{sx}^{(+)} + A_{sx}^{(-)}}{(6d + C_1) \cdot h} \quad (51)$$

$$\rho_y = \frac{A_{sy}^{(+)} + A_{sy}^{(-)}}{(6d + C_2) \cdot h} \quad (52)$$

Porém a taxa de armadura utilizada no cálculo deverá ser a média geométrica das taxas de armadura calculadas nas duas direções:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad (53)$$

Para se achar a área de aço da armadura de punçoamento A_{sw} , será necessário fornecer um valor para τ_{rd3} , como se quer que seja um valor igual ou superior a tensão solicitante, então se faz conveniente igualar as duas tensões:

$$\tau_{rd3} = \tau_{sd} \quad (54)$$

As tensões solicitantes presentes nas verificações dependerão mais precisamente do perímetro crítico analisado em cada situação e a presença ou não de momento fletor transmitido pelo pilar, a norma descreve um processo para se calcular essa tensão com a influência da força de cisalhamento e de momentos fletores variando para todos os tipos de pilares.

a) Pilares internos

Nos casos em que há na ligação laje-pilar não houver transmissão de momentos, a tensão solicitante pode ser calculada através da seguinte expressão:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu \cdot d} \quad (55)$$

Caso haja a transmissão de momentos, a norma brasileira adiciona duas incógnitas k e W_p para o cálculo da tensão solicitante:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu \cdot d} + \frac{k \cdot M_{sd}}{W_p \cdot d} \quad (56)$$

Sendo μ e d já conhecidos como perímetro crítico na região solicitada e altura útil da laje, F_{sd} a reação de apoio e M_{sd} o momento transmitido do pilar a laje por cisalhamento. O coeficiente k será dependente das dimensões do pilar, a norma aborda isso através do Quadro 11, podendo utilizar o recurso de interpolação caso necessário.

Quadro 11 – Valores de k

C_1/C_2	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,60	0,70	0,80
onde C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força; C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.				

Fonte: NBR 6118 (2014)

Em relação ao W_p que é o módulo de resistência plástica, é calculado através das expressões:

$$(C') W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_2 \cdot d + 16d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_1 \quad (57)$$

$$(C'') W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_2 \cdot d + 16d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_1 + 2 \cdot C_2 \cdot p + 16 \cdot d \cdot p + 4 \cdot p^2 + \pi \cdot C_1 \cdot p \quad (58)$$

b) Pilares de bordo

Os pilares de bordo são abordados pela NBR 6118 (2014) em duas situações: quando há ou não momento no plano paralelo ao bordo livre da laje.

i) Quando há momento no plano paralelo ao bordo livre da laje:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu \cdot d} + \frac{k_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{k_2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d} \quad (59)$$

ii) Quando não há momento no plano paralelo ao bordo livre da laje:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu \cdot d} + \frac{k_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} \quad (60)$$

Onde M_{sd1} e M_{sd2} são os momentos de cálculo perpendicular e paralelo ao bordo livre respectivamente. O k_2 é dado na mesma tabela, utilizando a relação $c_2/2c_1$ ao invés de c_1/c_2 . Para o cálculo das excentricidades do perímetros críticos reduzidos e^* para os pilares de bordo será utilizada a literatura de Loureiro (2005), já que a norma não especifica essas equações:

i) Contorno C'

$$e^* = \frac{c_1 \cdot a - a^2 + \frac{c_1 \cdot c_2}{2} + 2 \cdot c_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_1}{2 \cdot a + c_2 + 2 \cdot \pi \cdot d} \quad (61)$$

ii) Contorno C''

$$e^* = \frac{c_1 \cdot a - a^2 + \frac{c_1 \cdot c_2}{2} + 2 \cdot c_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_1 + c_2 \cdot p + 8 \cdot d \cdot p + \frac{\pi \cdot p \cdot c_1}{2} + 2 \cdot p^2}{2 \cdot a + c_2 + 2 \cdot \pi \cdot d + \pi \cdot p} \quad (62)$$

Para calcular o módulo de resistência plástica W_{pl} , ainda Loureiro (2005) indica a definição da excentricidade do perímetro em relação ao bordo livre e_c . São fornecidas as seguintes equações:

i) Contorno C'

$$e_c = \frac{c_1^2 + c_1 \cdot c_2 + 2 \cdot d \cdot c_2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot c_1 + 8 \cdot d^2}{2 \cdot c_1 + c_2 + 2 \cdot \pi \cdot d} \quad (63)$$

- se $e_{c'} \leq c_1$

$$W_{p1} = 2 \cdot e_{c'}^2 \quad (64)$$

- se $c_1 < e_{c'} \leq c_1 + 4 \cdot \frac{d}{\pi}$

$$W_{p1} = 2 \cdot c_1 \cdot \left(e_{c'} - \frac{c_1}{2} \right) + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot \left(c_1 + \frac{4 \cdot d}{\pi} - e_{c'} \right) + c_2 \cdot (c_1 + 2 \cdot d - e_{c'}) \quad (65)$$

- se $e_{c'} > c_1 + 4 \cdot \frac{d}{\pi}$

$$W_{p1} = 2 \cdot c_1 \cdot \left(e_{c'} - \frac{c_1}{2} \right) + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot \left(e_{c'} - c_1 - \frac{4 \cdot d}{\pi} \right) + c_2 \cdot (c_1 + 2 \cdot d - e_{c'}) \quad (66)$$

ii) Contorno C''

$$e_{c''} = \frac{c_1^2 + \pi \cdot (p + 2 \cdot d) \cdot \left[c_1 + \frac{2(p + 2 \cdot d)}{\pi} \right] + c_2 \cdot (c_1 + p + 2 \cdot d)}{2 \cdot c_1 + c_2 + \pi \cdot (p + 2 \cdot d)} \quad (67)$$

- se $e_{c''} \leq c_1$

$$W_{p1} = 2 \cdot e_{c''}^2 \quad (68)$$

- se $c_1 < e_{c''} \leq c_1 + 2 \cdot \frac{(p+2 \cdot d)}{\pi}$

$$W_{p1} = 2 \cdot c_1 \cdot \left(e_{c''} - \frac{c_1}{2} \right) + \pi \cdot (p + 2 \cdot d) \cdot \left(c_1 + \frac{2 \cdot (p + 2 \cdot d)}{\pi} - e_{c''} \right) + c_2 \cdot (c_1 + p + 2 \cdot d - e_{c''}) \quad (69)$$

- se $e_{c''} > c_1 + 2 \cdot \frac{(p+2 \cdot d)}{\pi}$

$$W_{p1} = 2 \cdot c_1 \cdot \left(e_{c''} - \frac{c_1}{2} \right) + \pi \cdot (p + 2 \cdot d) \cdot \left(e_{c''} - c_1 - \frac{2 \cdot (p + 2 \cdot d)}{\pi} \right) + c_2 \cdot (c_1 + p + 2 \cdot d - e_{c''}) \quad (70)$$

Para o pilar de bordo com momentos atuando em bordo livre, Loureiro (2005) define as seguintes equações para cálculo de W_{p2} :

i) Contorno C'

$$W_{p2} = \frac{c_2^2}{4} + c_1 \cdot c_2 + 4 \cdot c_1 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_2 \quad (71)$$

ii) Contorno C''

$$W_{p2} = \frac{c_2^2}{4} + c_1 \cdot c_2 + 4 \cdot c_1 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_2 + 2 \cdot c_1 \cdot p + 8 \cdot d \cdot p + \frac{\pi \cdot p \cdot c_2}{2} + 2 \cdot p^2 \quad (72)$$

c) Pilares de canto

A NBR 6118 (2014) repete a teoria utilizada nos pilares de bordo para os de canto, porém utilizando a situação em que não há momento no plano paralelo ao bordo livre da laje. Particularmente, a norma recomenda que seja feita separadamente a verificação para cada bordo livre, considerando o momento fletor aplicada ao plano perpendicular ao bordo livre adotado em cada situação.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu \cdot d} + \frac{k_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} \quad (73)$$

Para o cálculo das excentricidades do perímetros críticos reduzidos e^* para os pilares de canto também serão utilizadas as equações propostas em Loureiro (2005):

i) Contorno C'

$$e^* = \frac{c_1 \cdot a_1 - a_1^2 + a_2 \cdot c_1 + 4 \cdot a_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_1}{2 \cdot (a_1 + a_2 + \pi \cdot d)} \quad (74)$$

ii) Contorno C''

$$e^* = \frac{c_1 \cdot a_1 - a_1^2 + a_2 \cdot c_1 + 4 \cdot a_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_1 + 2 \cdot a_2 \cdot p + 8 \cdot d \cdot p + \frac{\pi \cdot p \cdot c_1}{2} + 2 \cdot p^2}{2 \cdot (a_1 + a_2 + \pi \cdot d + \frac{\pi \cdot p}{2})} \quad (75)$$

As equações propostas para cálculo do módulo de resistência W_{pl} para pilares de canto também são fornecidas por essa literatura:

i) Contorno C'

$$e_{c'} = \frac{0,5 \cdot c_1^2 + c_1 \cdot c_2 + 2 \cdot d \cdot c_2 + \pi \cdot d \cdot c_1 + 4 \cdot d^2}{c_1 + c_2 + \pi \cdot d} \quad (76)$$

- se $e_{c'} \leq c_1$

$$W_{p1} = e_{c'}^2 \quad (77)$$

- se $c_1 < e_{c'} \leq c_1 + 4 \cdot \frac{d}{\pi}$

$$W_{p1} = c_1 \cdot \left(e_{c'} - \frac{c_1}{2} \right) + \pi \cdot d \cdot \left(c_1 + \frac{4 \cdot d}{\pi} - e_{c'} \right) + c_2 \cdot (c_1 + 2 \cdot d - e_{c'}) \quad (78)$$

- $se \quad e_{c'} > c_1 + 4 \cdot \frac{d}{\pi}$

$$W_{p1} = c_1 \cdot \left(e_{c'} - \frac{c_1}{2} \right) + \pi \cdot d \cdot \left(e_{c'} - c_1 - \frac{4 \cdot d}{\pi} \right) + c_2 \cdot (c_1 + 2 \cdot d - e_{c'}) \quad (79)$$

ii) Contorno C''

$$e_{c''} = \frac{0,5 \cdot c_1^2 + 0,5 \cdot \pi \cdot (p + 2 \cdot d) \cdot \left[c_1 + \frac{2(p + 2 \cdot d)}{\pi} \right] + c_2 \cdot (c_1 + p + 2 \cdot d)}{c_1 + c_2 + 0,5 \cdot \pi \cdot (p + 2 \cdot d)} \quad (80)$$

- $se \quad e_{c'} \leq c_1$

$$W_{p1} = 2 \cdot e_{c''}^2 \quad (81)$$

- $se \quad c_1 < e_{c''} \leq c_1 + 2 \cdot \frac{(p+2 \cdot d)}{\pi}$

$$W_{p1} = c_1 \cdot \left(e_{c''} - \frac{c_1}{2} \right) + 0,5 \cdot \pi \cdot (p + 2 \cdot d) \cdot \left(c_1 + \frac{2 \cdot (p + 2 \cdot d)}{\pi} - e_{c''} \right) + c_2 \cdot (c_1 + p + 2 \cdot d - e_{c''}) \quad (82)$$

- $se \quad e_{c''} > c_1 + 2 \cdot \frac{(p+2 \cdot d)}{\pi}$

$$W_{p1} = c_1 \cdot \left(e_{c''} - \frac{c_1}{2} \right) + 0,5 \cdot \pi \cdot (p + 2 \cdot d) \cdot \left(e_{c''} - c_1 - \frac{2 \cdot (p + 2 \cdot d)}{\pi} \right) + c_2 \cdot (c_1 + p + 2 \cdot d - e_{c''}) \quad (83)$$

1.5 Aspectos técnicos da norma portuguesa: NP EN 1992-1-1 (2010)

1.5.1 Generalidades e critérios de projeto

1.5.1.1 Aspectos técnicos dos materiais

A NP EN 1992-1-1 (2010) descreve no seu item 3.1.6, o cálculo da resistência de cálculo à rotura do betão utilizado para o dimensionamento de estrutura com esse material:

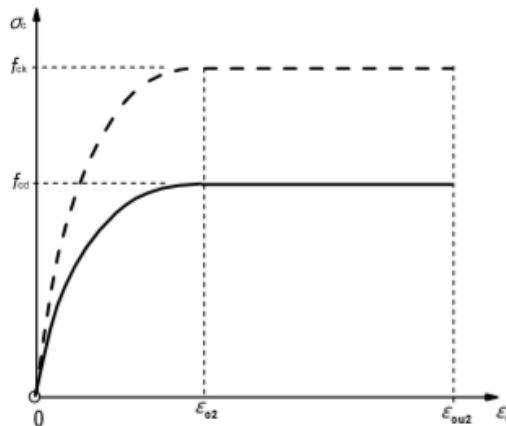
$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (84)$$

Onde:

- α_{cc} é o coeficiente relativo aos efeitos de longo prazo na resistência à compressão do betão, a norma sugere seu valor como 1,0;
- f_{ck} corresponde ao valor característico da resistência do betão à compressão;
- γ_c é coeficiente de segurança do betão, a norma portuguesa sugere 1,5.

O diagrama tensão-deformação do betão é assim descrito na norma portuguesa através da Figura 40.

Figura 40 – Diagrama parábola-rectângulo do betão comprimido



Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

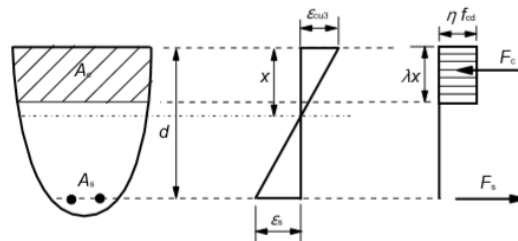
Onde as relações expressas no diagrama são descritas também por equações:

$$se \ 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \Rightarrow \sigma_c = f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (85)$$

$$se \ \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2} \Rightarrow \sigma_c = f_{cd} \quad (86)$$

O valores de ε_{c2} e ε_{cu2} estão disponíveis no Quadro 3.1 retirado do Eurocódigo 2 e presente também no Quadro 90 ao final deste trabalho. Da mesma forma como a norma brasileira, a portuguesa também permite o dimensionamento utilizando a simplificação de considerar as tensões em uma distribuição retangular conforme a Figura 41 retirada da norma.

Figura 41 – Distribuição rectangular de tensões



Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

Contudo para utilizar essa simplificação, a norma sugere situações para o uso de λ , coeficiente relativo a altura útil da região comprimida, e o coeficiente η , relativo a resistência efetiva:

$$\text{se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \Rightarrow \lambda = 0,8 \text{ e } \eta = 1 \quad (87)$$

$$\text{se } 50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \Rightarrow \lambda = 0,8 - \left(\frac{f_{ck} - 50}{400}\right) \text{ e } \eta = 1 - \left(\frac{f_{ck} - 50}{200}\right) \quad (88)$$

Quanto ao aço para betão armado, a NP EN 1991-1 (2010) cita a seguinte equação para determinar valores de cálculo para a resistência do aço à tração:

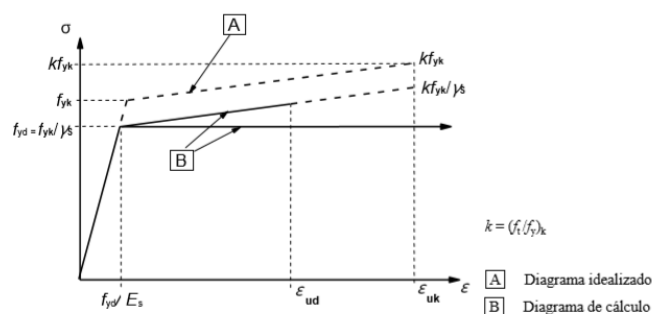
$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (89)$$

Em que:

- f_{yk} é a resistência característica do aço à tração ou também chamada de tensão de cedência do aço, são usualmente utilizados aços de 400 MPa a 600 MPa;
- γ_s é o coeficiente de segurança do aço, a norma sugere que seu valor seja 1,15.

O diagrama tensão-deformação do aço é abordado na norma portuguesa através da Figura 42.

Figura 42 – Diagrama tensão-deformação para o aço do betão armado



Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

1.5.1.2 Influências ambientais e classificações

Em relação a influência ambiental para com o betão armado, a norma portuguesa lista dezoito classes de exposição que podem influenciar na vida útil de peças de betão armado caso não sejam tratadas com preocupação. Estas classes são definidas, caracterizadas e exemplificadas no Quadro 4.1 da NP EN 1992-1-1 (2010), começando pelo X0 onde não há risco algum de corrosão da armadura até o XA3 onde a peça de betão armado está sujeita a constantes e agressivos ataques químicos gerados pelo ambiente (Quadro 12). O Eurocódigo 2 (2010) no seu Quadro 4.3N indica alguns critérios a serem utilizados para a tomada de decisão referente a classe de exposição a ser considerada no projeto (Quadro 13).

Quadro 12 – Classes de exposição relativas às condições ambientais

Designação da classe	Descrição do ambiente	Exemplos informativos de condições em que poderão ocorrer as classes de exposição
1 Nenhum risco de corrosão ou ataque		
X0	Para betão sem armadura ou elementos metálicos embebidos: todas as exposições excepto em situação de gelo/degelo, abrasão ou ataque químico Para betão com armadura ou elementos metálicos embebidos: muito seco	Betão no interior de edifícios com uma humidade do ar ambiente muito baixa
2 Corrosão induzida por carbonatação		
XC1	Seco ou permanentemente húmido	Betão no interior de edifícios com uma humidade do ar ambiente baixa Betão permanentemente submerso em água
XC2	Húmido, raramente seco	Superfícies de betão sujeitas a contacto prolongado com água Um grande número de fundações
XC3	Humidade moderada	Betão no interior de edifícios com uma humidade do ar ambiente moderada ou elevada Betão exterior protegido da chuva
XC4	Alternadamente húmido e seco	Superfícies de betão sujeitas a contacto com água, não incluídas na classe de exposição XC2
3 Corrosão induzida por cloretos		
XD1	Humidade moderada	Superfícies de betão expostas a cloretos transportados pelo ar
XD2	Húmido, raramente seco	Piscinas Elementos de betão expostos a águas industriais contendo cloretos
XD3	Alternadamente húmido e seco	Elementos de pontes expostos a pulverizações contendo cloretos Pavimentos Lajes de parques de estacionamento
4 Corrosão induzida por cloretos presentes na água do mar		
XS1	Exposto ao sal transportado pelo ar mas não em contacto directo com a água do mar	Estruturas próximas da costa ou na costa
XS2	Permanentemente submerso	Elementos de estruturas marítimas
XS3	Zonas sujeitas aos efeitos das marés, da rebentação e da neblina marítima	Elementos de estruturas marítimas
5 Ataque gelo/degelo		
XF1	Saturação moderada em água, sem produto descongelante	Superfícies verticais de betão expostas à chuva e ao gelo
XF2	Saturação moderada em água, com produto descongelante	Superfícies verticais de betão de estruturas rodoviárias expostas ao gelo e a produtos descongelantes transportados pelo ar
XF3	Saturação elevada em água, sem produtos descongelantes	Superfícies horizontais de betão expostas à chuva e ao gelo
XF4	Saturação elevada em água, com produtos descongelantes ou com água do mar	Estradas e tabuleiros de pontes expostos a produtos descongelantes Superfícies de betão expostas a pulverizações directas contendo produtos descongelantes e expostas ao gelo Zonas sujeitas aos efeitos da rebentação de estruturas marítimas expostas ao gelo
6 Ataque químico		
XA1	Ambiente químico ligeiramente agressivo, de acordo com a EN 206-1, ver o Quadro 2	Terrenos naturais e água do terreno
XA2	Ambiente químico moderadamente agressivo, de acordo com a EN 206-1, ver o Quadro 2	Terrenos naturais e água do terreno
XA3	Ambiente químico altamente agressivo, de acordo com a EN 206-1, ver o Quadro 2	Terrenos naturais e água do terreno

Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

Quadro 13 – Classificação estrutural sugerida

<i>Classe Estrutural</i>							
<i>Critério</i>	<i>Classe de Exposição de acordo com o Quadro 4.1</i>						
	<i>X0</i>	<i>XC1</i>	<i>XC2 / XC3</i>	<i>XC4</i>	<i>XD1</i>	<i>XD2 / XS1</i>	<i>XD3 / XS2 / XS3</i>
<i>Tempo de vida útil de projecto de 100 anos</i>	<i>Aumentar 2 classes</i>	<i>Aumentar 2 classes</i>	<i>Aumentar 2 classes</i>	<i>Aumentar 2 classes</i>	<i>Aumentar 2 classes</i>	<i>Aumentar 2 classes</i>	<i>Aumentar 2 classes</i>
<i>Classe de Resistência ¹⁾²⁾</i>	$\geq C30/37$ <i>Reduzir 1 classe</i>	$\geq C30/37$ <i>Reduzir 1 classe</i>	$\geq C35/45$ <i>Reduzir 1 classe</i>	$\geq C40/50$ <i>Reduzir 1 classe</i>	$\geq C40/50$ <i>Reduzir 1 classe</i>	$\geq C40/50$ <i>Reduzir 1 classe</i>	$\geq C45/55$ <i>Reduzir 1 classe</i>
<i>Elemento com geometria de laje (posição das armaduras não afectada pelo processo construtivo)</i>	<i>Reduzir 1 classe</i>	<i>Reduzir 1 classe</i>	<i>Reduzir 1 classe</i>	<i>Reduzir 1 classe</i>	<i>Reduzir 1 classe</i>	<i>Reduzir 1 classe</i>	<i>Reduzir 1 classe</i>
<i>Garantia especial de controlo da qualidade da produção do betão</i>	<i>Reduzir 1 classe</i>	<i>Reduzir 1 classe</i>	<i>Reduzir 1 classe</i>	<i>Reduzir 1 classe</i>	<i>Reduzir 1 classe</i>	<i>Reduzir 1 classe</i>	<i>Reduzir 1 classe</i>

Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

1.5.1.3 Recobrimento

O recobrimento é a capa de betão que precisa estar sobreposta as barras para garantir sua proteção contra a corrosão e, conseqüentemente, contribuir com vida útil para a estrutura. O Eurocódigo 2, em seu item 4.4.1, descreve que o recobrimento nominal de projeto a ser utilizado pode ser calculado através de:

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} \quad (90)$$

Onde: c_{nom} é o recobrimento nominal de projeto, c_{min} é o recobrimento mínimo de norma e Δc_{dev} é a margem de cálculo para as tolerâncias de execução.

Segundo a norma portuguesa, o recobrimento mínimo deve fornecer as seguintes características à peça de betão: fornecer uma espessura que garanta que haja uma transmissão eficaz das forças de aderência; oferecer proteção para as armaduras contra o processo de oxidação do aço e gerar um bom comportamento estrutural em situação de incêndio para que a estrutura resista por um tempo mais prolongado. A norma sugere para o recobrimento mínimo o maior dos valores:

$$c_{min} = \text{máximo} \{c_{min,b}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,y} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10mm\} \quad (91)$$

Sendo o $c_{min,b}$ o recobrimento mínimo normatizado relacionado com as condições de aderência entre o aço e o betão, conforme o Quadro 14.

Quadro 14 – Valores recomendados para $c_{\min,b}$ relativo às condições de aderência

Requisito de aderência	
Disposição dos varões	Recobrimento mínimo $c_{\min,b}$ ^{*)}
Isolados	Diâmetro do varão
Agrupados	Diâmetro equivalente (ϕ) (ver 8.9.1)
^{*) Se a máxima dimensão do agregado for superior a 32 mm, $c_{\min,b}$ deverá ser aumentado de 5 mm.}	

Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

O $c_{\min,dur}$, segundo o Eurocódigo 2 (2010), se trata do valor de recobrimento mínimo necessário para a boa manutenção da peça de betão armado perante as condições ambientais adversas. No seu Quadro 4.4N, a norma portuguesa apresenta valores de recobrimento em função da classe estrutural (Quadro 15).

Quadro 15 – Valores de $c_{\min,dur}$ em função da classe estrutural

Classe Estrutural	Requisito ambiental para $c_{\min,dur}$ (mm)						
	Classe de Exposição de acordo com o Quadro 4.1						
	X0	XC1	XC2 / XC3	XC4	XD1 / XS1	XD2 / XS2	XD3 / XS3
S1	10	10	10	15	20	25	30
S2	10	10	15	20	25	30	35
S3	10	10	20	25	30	35	40
S4	10	15	25	30	35	40	45
S5	15	20	30	35	40	45	50
S6	20	25	35	40	45	50	55

Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

A norma acrescenta uma margem de segurança $\Delta c_{dur,y}$, valor a ser adicionado no cálculo do recobrimento das armadura. Contudo este valor varia de acordo com o anexo nacional de cada país, a norma portuguesa recomenda que seja esse valor seja 0 mm. Para casos em que seja utilizado aço inoxidável, a norma permite o uso de uma redução do recobrimento mínimo através de $\Delta c_{dur,st}$. Da mesma forma do anterior, na maioria dos casos, a norma sugere que esse valor seja 0, excepto casos em que haja especificações. Já para o $\Delta c_{dur,add}$, se trata de outra redução do recobrimento mínimo, dessa vez para casos de proteção adicional como em casos de revestimento, a norma sugere um valor de 0 mm, com excepção à casos específicos.

O Eurocódigo 2 (2010), em seu item 4.4.1.3, recomenda uma margem de cálculo para tolerâncias de execução Δc_{dev} , valor sugerido é 10 mm, contudo a norma indica situações em que se permite uma redução dessa margem:

- Quando o fabrico está sujeito a uma política de qualidade, algo formal que gere alguma garantia, onde há medições do recobrimento na fiscalização:

$$5 \text{ mm} \leq \Delta c_{dev} \leq 10 \text{ mm} \quad (92)$$

- Quando se é possível fiscalizar através de dispositivos exatos de medição e quando os elementos não conforme podem ser rejeitados:

$$0 \text{ mm} \leq \Delta c_{dev} \leq 10 \text{ mm} \quad (93)$$

1.5.1.4 Armaduras mínimas e máximas

O item 9.2.1.1 da NP EN 1992-1-1 (2010) é a seção responsável por descrever as taxas de armaduras mínimas e máximas de tração que devem ser utilizados como parâmetros para o cálculo e detalhamento das peças de betão submetidas a flexão. Quanto aos valores mínimos, a norma sugere seu cálculo através da expressão:

$$A_{s,mín} = 0,26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d \quad (94)$$

Sendo f_{yk} o valor característico resistente à tração ou tensão de cedência do aço; b_t é a largura média da região tracionada, em lajes considera-se um valor unitário, e d é a altura útil da seção. O f_{ctm} se trata da resistência do betão à esforços de tração, a norma estima seu cálculo pela equação:

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (95)$$

Como limite máximo de armadura, a norma sugere que a área de aço não deverá ultrapassar o valor correspondente a 4% da área da seção bruta:

$$A_{s,máx} = 0,04 \cdot A_c \quad (96)$$

1.5.1.5 Disposições construtivas

Em relação a disposição construtiva, a norma portuguesa apresenta no seu item 9.3.1.1 informações importantes para o detalhamento das armaduras:

- Para lajes armadas unidirecionalmente, deverão ser consideradas no projeto armaduras transversais de distribuição, estas deverão corresponder a no mínimo 20% da armadura principal;
- Quanto aos espaçamentos dos varões que compõem as armaduras principais de flexão, o espaçamento máximo será o menor valor dentre: $3h$ e 400 mm, sendo h a espessura da laje;
- Para armaduras transversais de distribuição, o espaçamento máximo deverá ser o menor valor dentre: $3,5h$ e 450 mm;
- Em regiões com uma previsão de alta concentração de cargas ou momentos críticos, os espaçamentos máximos deverão ser adaptados: para armaduras principais, o menor valor dentre: $2h$ e 250 mm; para armaduras de distribuição, o menor valor dentre: $3h$ e 400 mm.

A norma portuguesa sugere que as armaduras sejam dispostas de modo coerente com o comportamento real da laje em serviço, dessa forma, como em qualquer tipo de laje, haverá uma alta concentração de armadura nas ligações com os pilares. A mesma norma recomenda o uso de armadura superior a área de 50% da armadura necessária para resistir aos momentos negativos resultantes da

soma dos painéis adjacentes a cada lado do pilar, essa armadura deverá ter um comprimento de 0,125 vezes a espessura da laje.

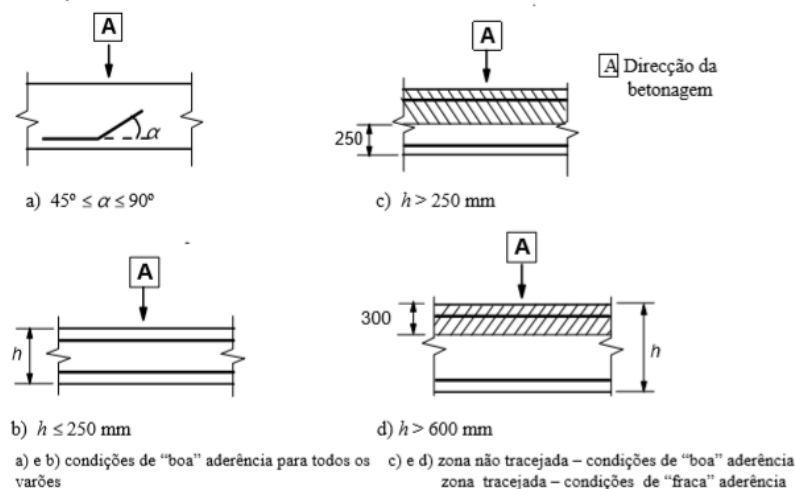
1.5.1.6 Ancoragem ou amarração dos varões

A norma portuguesa também recomenda um comprimento de ancoragem l_{bd} a considerar no comprimento final dos varões. Segundo o Eurocódigo 2 (2010), primeiramente se faz necessária a verificação entre a aderência entre o betão e o aço, o coeficiente responsável por essa relação é o f_{bd} e pode ser calculado através da expressão:

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd} \quad (97)$$

Onde o f_{ctd} é a resistência de cálculo do betão à tração, limitado até betão de classe C60/75. O η_1 é o fator relativo a aderência entre os dois materiais, a norma sugere que esse fator seja 1 para condições de boa aderência e 0,7 para má aderência. Esse fator está fortemente relacionado a posição e do ângulo das armaduras na seção e nas condições de betonagem (Figura 43).

Figura 43 – Condições de aderência entre o betão e a armadura



Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

O η_2 é o fator relativo ao diâmetro da barra de aço, a norma sugere que esse fator seja 1 para barras com diâmetro inferior ou igual a 32 mm, caso contrário esse fator pode ser calculado por $\eta_2 = (132 - \phi)/100$. Dessa forma se faz possível calcular, o comprimento de ancoragem de referência:

$$l_{b,rqd} = \frac{\phi \cdot \sigma_{sd}}{4 \cdot f_{bd}} \quad (98)$$

Onde: ϕ é o diâmetro da barra, σ_{sd} é a tensão de cálculo na armadura considerando a mesma escoando ($\sigma_{sd} = f_{yd}$). Finalmente, segundo a NP EN 1992-1-1 (2010), a expressão para o cálculo do comprimento de ancoragem de cálculo l_{bd} :

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,rqd} \geq l_{b,mín} \quad (99)$$

$$\alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_5 \geq 0,7 \quad (100)$$

Onde o α_1 é o fator relativo a forma dos varões com um recobrimento adequado; α_2 considera o efeito do recobrimento mínimo do betão; α_3 leva em consideração a cintagem das armaduras transversais; α_4 se é levado em conta quando há um ou mais barras soldadas ($\phi_t > 0,6\phi$) presentes no comprimento de ancoragem de cálculo; α_5 considera a pressão ortogonal ao plano de fissuração na extensão de amarração de cálculo. O $l_{b,mín}$ é o comprimento de ancoragem mínimo caso não exista limitações:

- ancoragem dos varões traccionados:

$$l_{b,mín} \geq \text{máx} (0,3 \cdot l_{b,rqd}; 10\phi; 100\text{mm}) \quad (101)$$

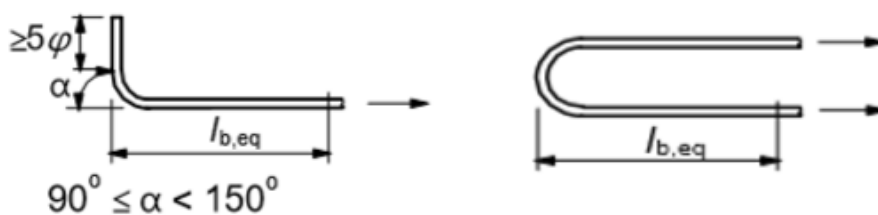
- ancoragem dos varões comprimidos:

$$l_{b,mín} \geq \text{máx} (0,6 \cdot l_{b,rqd}; 10\phi; 100\text{mm}) \quad (102)$$

Por simplificação, a norma portuguesa permite adotar em dois casos específicos um comprimento de ancoragem equivalente, conforme mostrado na Figura 44 e Figura 45, tornando assim o processo mais prático.

$$l_{b,eq} = l_{b,qrd} \cdot \alpha_1 \quad (103)$$

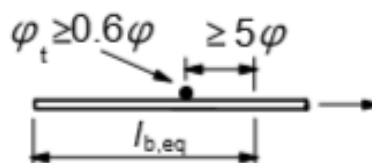
Figura 44 – Casos para simplificação do cálculo do comprimento de ancoragem (I)



Fonte: Adaptado da NP EN 1992-1-1 (2010)

$$l_{b,eq} = l_{b,qrd} \cdot \alpha_4 \quad (104)$$

Figura 45 – Caso para simplificação do cálculo de comprimento de ancoragem (II)



Fonte: Adaptado da NP EN 1992-1-1 (2010)

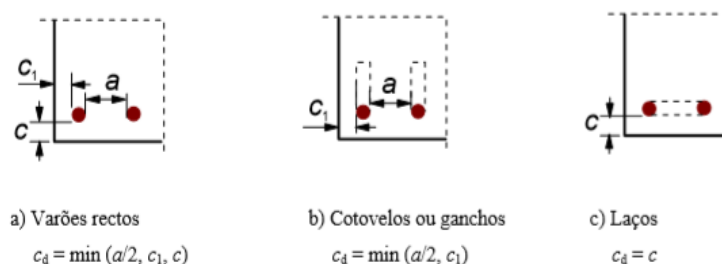
Para o restante dos casos, sugere-se determinar cada fator α para calcular o comprimento de ancoragem de cálculo, o item 8.2 da NP EN 1992-1-1 (2010) fornece no Quadro 16 para auxílio e cálculo destes fatores, esse coeficiente é dependente de C_d (Figura 46) valor relacionado ao recobrimento.

Quadro 16 – Valores dos coeficientes α

Factor de influência	Tipo de amarração	Armadura para betão armado	
		Traccionada	Comprimida
Forma dos varões	Recta	$\alpha_1 = 1,0$	$\alpha_1 = 1,0$
	Outra, não recta (ver a Figura 8.1(b), (c) e (d))	$\alpha_1 = 0,7$ se $c_d > 3\phi$ caso contrário $\alpha_1 = 1,0$ (ver a Figura 8.3 para os valores de c_d)	$\alpha_1 = 1,0$
Recobrimento das armaduras	Recta	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - \phi) / \phi$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_2 = 1,0$
	Outra, não recta (ver a Figura 8.1(b), (c) e (d))	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - 3 \phi) / \phi$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$ (ver a Figura 8.3 para os valores de c_d)	$\alpha_2 = 1,0$
Cintagem das armaduras transversais não soldadas à armadura principal	Todos os tipos	$\alpha_3 = 1 - K\lambda$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_3 = 1,0$
Cintagem das armaduras transversais soldadas ^{*)}	Todos os tipos, posições e diâmetros, como representado na Figura 8.1(e)	$\alpha_4 = 0,7$	$\alpha_4 = 0,7$
Cintagem por compressão transversal	Todos os tipos	$\alpha_5 = 1 - 0,04p$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	-
<p>em que:</p> <p>$\lambda = (\Sigma A_{st} - \Sigma A_{st,min}) / A_s$;</p> <p>$\Sigma A_{st}$ área da secção transversal das armaduras transversais ao longo do comprimento de amarração de cálculo ;</p> <p>$\Sigma A_{st,min}$ área mínima da secção das armaduras transversais: = 0,25 A_s para vigas e 0 para lajes;</p> <p>A_s área da secção de um único varão amarrado, de diâmetro máximo;</p> <p>K valores indicados na Figura 8.4;</p> <p>p pressão transversal [MPa] no estado limite último ao longo de l_{bd}.</p>			
<p>^{*)} Ver também 8.6: No caso de apoios directos, l_{bd} poderá ser considerado inferior a $l_{b,min}$ desde que pelo menos um fio transversal soldado exista no interior do apoio. Este fio deverá estar pelo menos a 15 mm da face do apoio.</p>			

Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

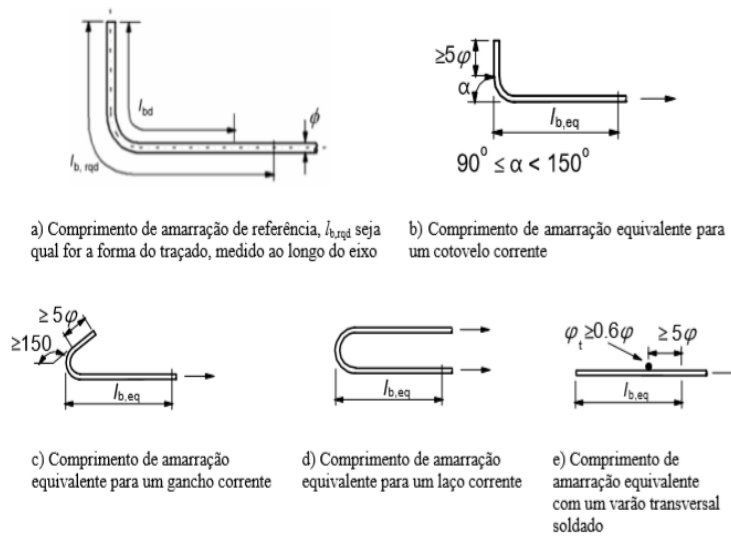
Figura 46 – Valores de C_d para vigas e lajes



Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

Na Figura 47 seguem os modelos de amarração sugeridas pela norma portuguesa.

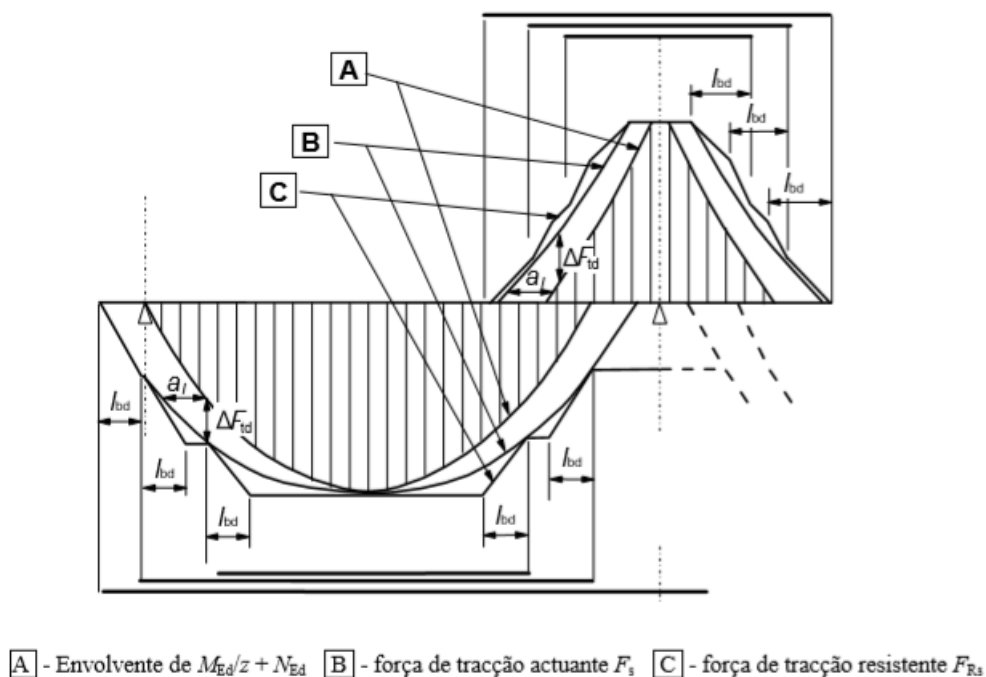
Figura 47 – Tipos de amarração sugeridas



Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

Quanto ao comprimento das barras, o Eurocódigo 2 (2010) esquematiza da seguinte forma como deverão ser posicionados os varões considerando o comprimento de amarração, segundo indicado na Figura 48:

Figura 48 – Representação da interrupção da armadura longitudinal de flexão



Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

1.5.2 Dimensionamento de lajes maciças

1.5.2.1 Pré-dimensionamento

A rotina de cálculo para lajes maciças se assemelha a brasileira em muitas etapas, a primeira delas é a decisão quanto aos eixos em que a laje deverá ser armada, o critério de cálculo é o mesmo levando em consideração os vãos teóricos ℓ_y e ℓ_x de maior e menor dimensão respetivamente:

$$\text{se } \frac{\ell_y}{\ell_x} > 2 \Rightarrow \text{laje armada unidirecionalmente} \quad (105)$$

$$\text{se } \frac{\ell_y}{\ell_x} \leq 2 \Rightarrow \text{a laje armada bidirecionalmente} \quad (106)$$

A norma portuguesa define um método para estimar a espessura da laje, conforme mostrado na seguinte expressão:

$$\frac{\ell}{d} \leq \left(\frac{\ell}{d}\right)_0 \cdot K_{\sigma_s} \cdot K_{\ell} \cdot K_T \quad (107)$$

Sendo:

- $(\ell/d)_0$ = Valor de base da relação de acordo com o Quadro 7.4N do Eurocódigo 2
- K_{σ_s} = Correção do valor da tensão na armadura

$$K_{\sigma_s} = \frac{310}{\sigma_s} = \frac{500}{f_{yk}} \cdot \frac{A_{s,prov}}{A_{s,req}} \quad (108)$$

$$K_{\ell} = \frac{7}{l_{eff}} \quad (\text{lajes vigadas suportando divisórias com } l_{eff} > 7 \text{ m})$$
$$K_{\ell} = \frac{8,5}{l_{eff}} \quad (\text{lajes fungiformes com } l_{eff,maior} > 8,5 \text{ m}) \quad (109)$$

$$K_{\ell} = 1 \quad (\text{restante dos casos})$$

$$K_T = 1,0 \quad \left(\text{vigas rectangulares ou em T com } \frac{b}{b_w} \leq 3\right)$$
$$K_T = 0,8 \quad \left(\text{Vigas em T com } \frac{b}{b_w} > 3\right) \quad (110)$$

No entanto, em Portugal é usual a utilização da seguinte equação empírica para pré-dimensionar a espessura da laje:

$$h = \frac{\ell_y}{25 \text{ a } 35}$$

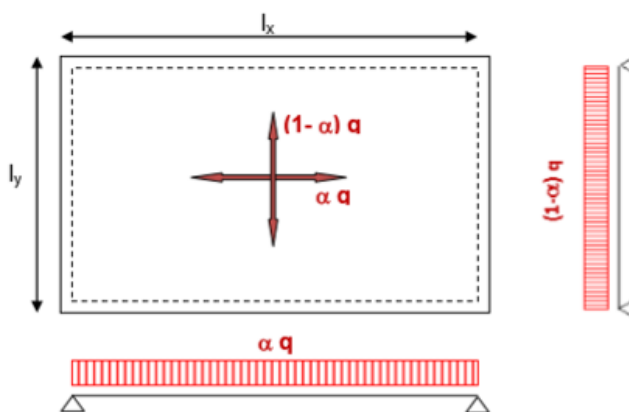
1.5.2.2 Ações e repartições

Para o cálculo das ações, é definida a seguinte expressão, considerando coeficientes de segurança diferentes para as cargas permanentes e variáveis:

$$p_{sd} = 1,35 \cdot CP + 1,5 \cdot CV \quad (111)$$

Para lajes armadas em uma direção, considera-se 100% da carga sendo aplicada na direção do vão mais rígido, geralmente o de menor dimensão. Quanto para lajes armadas em cruz, a norma fornece um coeficiente α responsável pela repartição do carregamento de cálculo p_{sd} , direcionando a maior parcela de carga para o vão mais rígido, devido ao fato da carga sempre percorrer o caminho mais rígido na estrutura (Figura 49).

Figura 49 – Coeficientes de repartição para cálculo dos momentos



Fonte: Appleton e Marchão (2007)

Segundo Appleton e Marchão (2007), algumas considerações devem ser indicadas quanto a repartição das cargas:

1. O valor de α deverá ter 0 e 1 como limites mínimo e máximo respectivamente;
2. Para lajes armadas em uma direção, o coeficiente α deverá ser 1;
3. O critério de maior rigidez do vão será em primeiro lugar para o maior número de apoios engastados, caso os vãos possuem o mesmo número, a maior parcela de carga será aplicada na direção do menor vão.

1.5.2.3 Dimensionamento das armaduras de flexão

Para o cálculo dos momentos solicitantes, mais uma vez será utilizado o *software ftool*, dessa forma pode se prosseguir para o cálculo das armaduras necessárias para atender os momentos. Para o dimensionamento da armadura de flexão também será utilizada uma simplificação através de equações adimensionais propostas por (Lúcio *et al.*, 2006) como o μ e ω :

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad (112)$$

$$\omega = \frac{1 - \sqrt{1 - 2.055\mu}}{1.028} \quad (113)$$

Onde M_{Ed} é o momento solicitante de cálculo obtido através do carregamento para o estado limite último, b é a largura unitária, d a altura útil da laje e f_{cd} é o valor de cálculo correspondente a resistência do betão à compressão, uma redução de aproximadamente 33,33 % do valor característico. Finalmente:

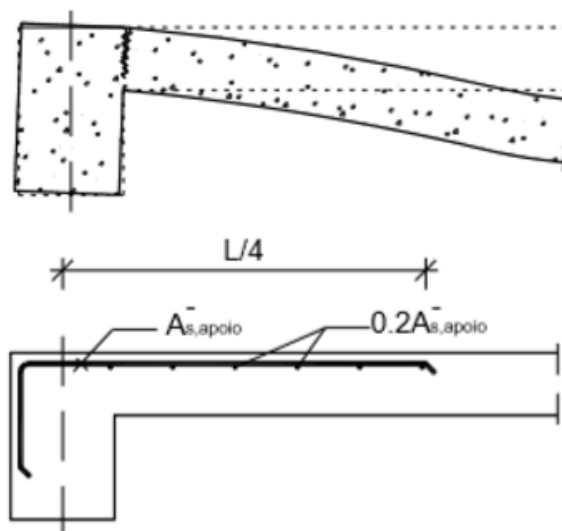
$$A_{s,nec} = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (114)$$

Sendo $A_{s,nec}$ a quantidade em área de aço suficiente a existir na seção para atender o momento atuante e f_{yd} é o valor de cálculo correspondente a resistência do aço à tração, uma redução de aproximadamente 13% do valor característico.

1.5.2.4 Dimensionamento das armaduras secundárias

Além da armadura principal de flexão, para efeitos de complementação em lajes unidireccionais deverão ser implementadas as chamadas armaduras de distribuição que, de acordo com a NP EN 1992-1-1 (2010), devem corresponder a 20% da armadura principal. A norma portuguesa ainda cita outras duas armaduras complementares: armaduras para bordos simplesmente apoiadas e para bordos livres. Para o primeiro caso, a armadura tem como função resistir as tensões de tração decorrentes da tentativa de rotação que a laje tende a gerar na viga devido a deformação, essa armadura deve ser disposta na face superior percorrendo toda a zona de ligação entre os dois componentes estruturais, que deve corresponder a 25% do vão, a Figura 50 descreve melhor a disposição descrita.

Figura 50 – Situação de necessidade de armadura para bordos simplesmente apoiados



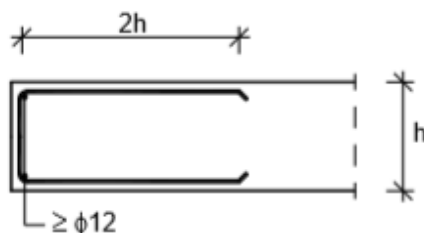
Fonte: Appleton e Marchão (2007)

A área de aço que deverá compor essa armadura terá que ser o maior dos seguintes valores:

$$A_{s,apoiado}^{(-)} = \text{máximo} \{ A_{s,mín} ; 0,25 \cdot A_{s,vão}^{(+)} \} \tag{115}$$

Para o segundo caso (Figura 51), se tem bordos de laje sem apoio nenhum o que caracteriza bordo livre, a norma impõe também uma armadura para essa extremidade, ela deverá existir tanto longitudinalmente como transversalmente.

Figura 51 – Situação de necessidade de armadura para bordos livres



Fonte: Appleton e Marchão (2007)

1.5.3 Dimensionamento de lajes fungiformes

1.5.3.1 Modelo de cálculo

De acordo com o Eurocódigo 2 (2010), lajes fungiformes podem ser dimensionadas de várias formas, contudo os métodos mais eficientes consistem na utilização de artifícios tecnológicos como *softwares* de elementos finitos, charneiras plásticas ou análise de grelha. No caso de estruturas de placa nas quais se fazem presentes pilares ortogonais com uma boa ligação com a laje formando pórticos, tanto a norma brasileira como a portuguesa sugerem o dimensionamento das lajes fungiformes

$$L_{faixa,x} = \frac{\ell_y}{4} \quad (116)$$

$$L_{faixa,y} = \frac{\ell_x}{4} \quad (117)$$

Para o cálculo da carga por metro quadrado, deve-se realizar o somatório das cargas estimadas no projeto: peso próprio, sobrecarga ou carga de utilização, revestimento e outras convenientes. O coeficiente de majoração γ_g a ser adotado segundo a norma portuguesa deverá ser 1,5 e o betão tem seu peso específico estimado de 25 kN/m³. Esse carregamento será válido para o dimensionamento da estrutura no seu estado limite último.

$$p_g = P.P + \text{Revestimento} + (...) \quad [kN/m^2] \quad (118)$$

$$P.P = 25 \cdot h_{laje} \quad [kN/m^2] \quad (119)$$

$$p_q = \text{Sobrecarga} + (...) \quad [kN/m^2] \quad (120)$$

$$p_{Ed} = 1,35 \cdot (p_g) + 1,5 \cdot (p_q) \quad [kN/m^2] \quad (121)$$

Para encontrar os valores de carga por faixa, basta multiplicar a carga de cálculo pela largura da faixa:

$$p_{Ed,x} = p_{Ed} \cdot L_{faixa,x} \quad (122)$$

$$p_{Ed,y} = p_{Ed} \cdot L_{faixa,y} \quad (123)$$

1.5.3.4 Dimensionamento das armaduras de flexão

Da mesma forma que foi feita anteriormente, os valores de carregamento na faixa serão processados no *software* de análise estrutural *ftool* para obtenção dos momentos positivos e negativos. Assim se torna possível distribuir os momentos nas faixas, determinar os momentos por metro de laje e calcular a área de aço correspondente.

Da mesma forma como nas lajes maciças o item 6.1 do Eurocódigo 2 trata de dimensionamento á flexão de laje para o estado limite último, esse item descreve algumas hipóteses importantes (Quadro 18) para a rotina de cálculo:

Quadro 18 – Hipóteses de cálculo utilizadas para o dimensionamento

Hipóteses de cálculo para dimensionamento (Eurocódigo 2)
1. Manutenção da seção plana
2. A deformação do aço e do betão é a mesma
3. A resistência do betão à tração é desprezível
4. Considera-se que a tensão no betão comprimido é igual a resistência de cálculo à compressão do betão ($\sigma_c = f_{cd}$)
5. Considera-se o dimensionamento com o aço escoando, logo $\sigma_s = f_{yd}$ ($\epsilon_s > \epsilon_{yd}$)

Fonte: Adaptado da NP EN 1992-1-1 (2010)

Os momentos obtidos pelo *software* são relacionados aos pórticos da laje, porém é conveniente determiná-los para o metro linear de laje, pois no cálculo da área de aço, o resultado final será em área por metro. Dessa forma:

$$M_{Ed}(kN.m/m) = \frac{M_{Ed}(kN.m/faixa)}{L_{faixa}} \quad (124)$$

Por se tratar de um método simplificado e prático serão utilizadas as mesmas tabelas adimensionais para o cálculo das armaduras de flexão utilizadas no tópico de lajes maciças (Equações 112, 113 e 114), essas tabelas são descritas com base nas equações com coeficientes adimensionais μ e ω propostas por (Lúcio *et al.*, 2006).

É importante perceber que antes de prosseguir para o detalhamento estrutural, deve-se verificar se a área de aço calculada está dentro dos limites mínimos e máximos de armadura dispostos pela norma. Com o valor da área de aço necessária obtida, prossegue-se então para o detalhamento de acordo com a área transversal de cada barra e diâmetro, conforme descrito no Quadro 19.

Quadro 19 – Barras comerciais e áreas de aço por barra

ϕ (mm)	Área (cm ²)
6.30	0.31
8.00	0.50
10.00	0.785
12.50	1.227
16.00	2.01
20.00	3.14
25.00	4.91
32.00	8.04

Fonte: Autoria própria (2020)

1.5.3.5 Dimensionamento das armaduras contra colapso progressivo

As disposições construtivas, comprimento das barras, amarração e demais conceitos estão presentes no tópico de generalidades. Da mesma forma como a norma brasileira, o Eurocódigo 2 obriga o uso de uma armadura específica com a função de evitar colapso progressivo. No item NA.4.3 do anexo nacional, o Eurocódigo 2 (2010) aponta a seguinte equação para o cálculo da armadura contra colapso progressivo:

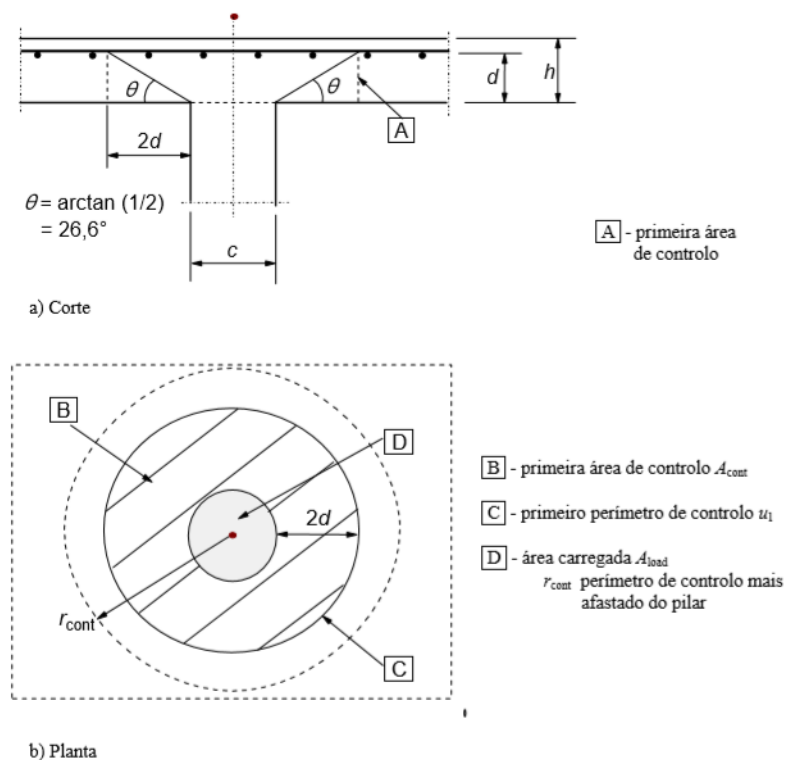
$$A_s \cdot f_{yd} + A_p \cdot f_{pd} \geq V_{sd} \quad (125)$$

Sendo A_s é a área da armadura inferior que passa pelo pilar ; f_{yd} é a tensão de cálculo na armadura; A_p é área da armadura pré-esforçada que passa no pilar; f_{pd} é a tensão de cálculo na armadura pré-esforçada e V_{sd} é a tensão solicitante no pilar. A norma portuguesa também sugere minimamente a presença de duas barras de 12 milímetros em cada direção.

1.5.3.6 Dimensionamento das armaduras contra punçoamento

O principal fenômeno que ocorre em lajes sem vigas é o punçoamento, por isso a NP EN 1992-1-1 (2010) reservou seu item 6.4 para tratar deste caso específico em lajes fungiformes. A norma define como punçoamento quando há uma grande concentração de forças cisalhantes em uma pequena área, podendo ser laje ou fundação. A mesma sugere que sejam feitas verificações na face do pilar u_0 e no primeiro perímetro de controlo u_1 . A partir de então, se for necessária armadura, deverá ser feita mais uma verificação em outro contorno $u_{out,ef}$ até se chegar a conclusão da não necessidade de armadura. A norma sugere um modelo apropriado para as verificações no estado limite último de punçoamento através da Figura 53.

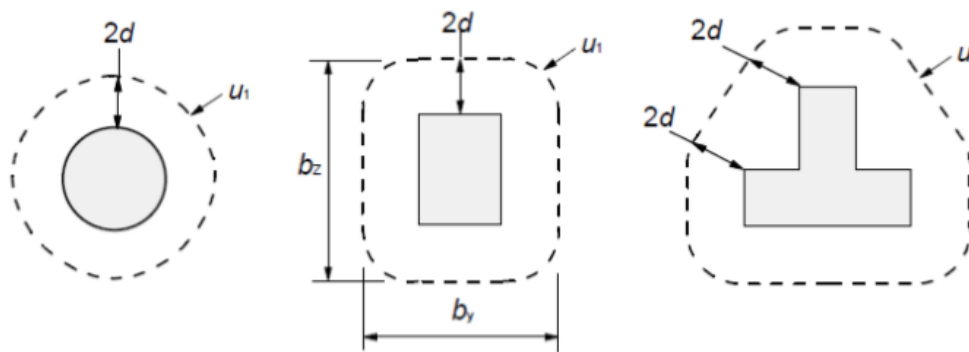
Figura 53 – Modelo para verificação do punçoamento no seu estado limite último



Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

O primeiro perímetro de controle, segundo a norma, se localiza a uma distância da face do pilar de duas vezes a altura útil ($2d$) conforme esquematizado na Figura 54 .

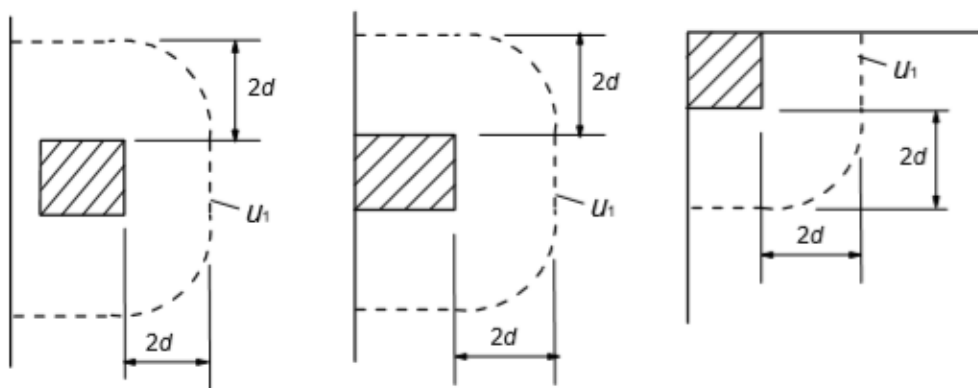
Figura 54 – Primeiros perímetros de controle em torno das áreas carregadas para pilares internos



Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

Além da geometria, um fator que é muito importante na análise do punçoamento se trata da posição do pilar na estrutura: interno, de bordo ou de canto. A norma sugere os seus primeiros perímetros dessa forma para os dois últimos casos através da Figura 55.

Figura 55 – Primeiros perímetros de controlo para pilares de diferentes posições



Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

Assim como a norma brasileira, a NP EN 1992-1-1 (2010) utiliza como base de cálculo ao punçoamento verificações na face do pilar e no primeiro perímetro de controlo u_i . Caso seja visto a necessidade de armadura contra punçoamento, deverá ser verificado também o contorno $u_{out,ef}$. É proposto na norma as seguintes tensões de cálculo resistentes ao punçoamento:

- $v_{Rd,c}$: valor de cálculo resistente ao punçoamento de uma laje sem armadura para o punçoamento na seção de controlo;
- $v_{Rd,cs}$: valor de cálculo resistente para o punçoamento de uma laje com armadura na seção de controlo;
- $v_{Rd,máx}$: valor de cálculo resistente máxima para o punçoamento na seção de controlo.

Assim definido, a norma portuguesa recomenda que sejam feitas as seguintes verificações quanto ao punçoamento:

- a) A tensão solicitante v_{Ed} não deverá exceder a tensão máxima de punçoamento $v_{Rd,máx}$:

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,máx} \quad (126)$$

- b) Não necessitará de armadura contra o punçoamento se:

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c} \quad (127)$$

- c) Necessitará de armadura contra o punçoamento para a seção de controlo considerada se:

$$v_{Ed} > v_{Rd,c} \quad (128)$$

O cálculo das tensões atuantes v_{Ed} vão depender da zona de análise definida para certa verificação, a norma define 3 zonas no processo completo de análise: perímetro na face do pilar, perímetro de controlo e perímetro em zona afastada da armadura. Essa última zona só se faz necessária quando há necessidade de armadura contra punçoamento. A NP EN 1992-1-1 (2010) também destaca um tópico que trata de pilares com carga excêntrica, ou seja, quando há transmissão de momentos através da ligação.

$$v_{Ed} = \beta \cdot \frac{v_{Ed}}{u_i \cdot d} \quad (129)$$

Onde: u_i é o perímetro do perímetro de controlo analisado e β é um fator que dependerá da posição do pilar e em quais direcções há excentricidade, a norma cita os seguintes casos:

a) Pilar interno

a.1) Pilar de seção retangular com excentricidade em uma direção

$$\beta = 1 + k \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{W_1} \quad (130)$$

O k é o coeficiente que relaciona as dimensões do pilar c_1 e c_2 , ele é calculado em função da proporção do momento não equilibrado por forças cortantes não uniformes e por flexo-torção. O Quadro 20 fornece valores de k em função da razão c_1 e c_2 .

Quadro 20 – Valores de k para áreas carregadas retangulares

c_1/c_2	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
k	0,45	0,60	0,70	0,80

Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

O W_1 consiste na distribuição das tensões tangenciais, seu valor é dependente do primeiro perímetro de controlo, a norma portuguesa equaciona essa incógnita para pilares de seção rectangular:

$$W_1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 \cdot c_2 + 4 \cdot c_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot c_1 \quad (131)$$

Onde c_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da carga e c_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da carga.

a.2) Pilar de seção retangular com excentricidade em duas direções

Nesse caso onde a carga é excêntrica nas duas direções, a norma sugere para o cálculo de β a seguinte expressão:

$$\beta = 1 + 1,8 \cdot \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2} \quad (132)$$

Onde e_y e e_z são as excentricidades geradas pela força V_{Ed} nos eixos y e z , b_y e b_z são as dimensões do perímetro de controlo.

b) Pilar de bordo

b.1) Para casos em que há excentricidade em apenas uma direção sendo a mesma perpendicular ao bordo da laje, a norma descreve que essa excentricidade é dirigida para o interior, logo inexistente excentricidade na direção paralela ao bordo da laje. Portanto β deverá ser calculado através da seguinte equação:

$$\beta = \frac{u_1}{u_{1*}} \quad (133)$$

b.2) E em situação de excentricidade nas duas direções:

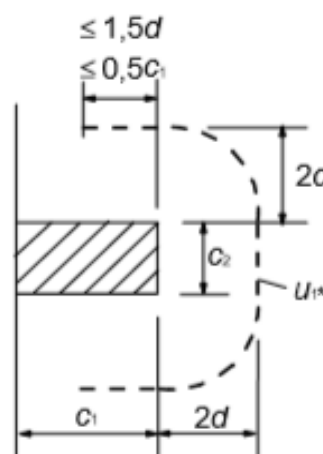
$$\beta = \frac{u_1}{u_{1*}} + k \cdot \frac{u_1}{W_1} \cdot e_{par} \quad (134)$$

Onde u_1 é o perímetro do primeiro perímetro de controlo, u_{1*} é o perímetro do primeiro perímetro de controlo reduzido (Figura 56) e e_{par} é a excentricidade no plano paralelo ao bordo da laje, resultando assim em um momento em torno de um eixo perpendicular ao bordo da laje. O valores de k estão disponíveis na mesma tabela fornecida pela norma para pilares internos, porém substituindo os valores de c_1/c_2 por $c_1/2c_2$. Já o valor de W_1 para pilar de bordo com seção rectangular deve ser calculado através da seguinte equação:

$$W_1 = \frac{c_2^2}{4} + c_1 \cdot c_2 + 4 \cdot c_1 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_2 \quad (135)$$

b.3) No caso em que a excentricidade na direção perpendicular ao bordo da laje ser dirigida para o exterior, o cálculo de β será feita com a mesma equação utilizada nos pilares internos com excentricidade em apenas uma direção (Equação 130).

Figura 56 – Perímetro do primeiro perímetro de controlo reduzido para o pilar de bordo



Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

c) Pilar de canto

A norma descreve para pilares de canto (Figura 57) duas situações: excentricidade dirigida para o interior e para o exterior:

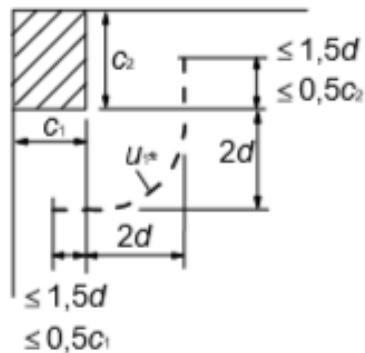
c.1) Excentricidade dirigida para o interior

Deverá ser utilizada a mesma equação para os casos de pilar de bordo em que há excentricidade em apenas uma direção sendo a mesma perpendicular ao bordo da laje (Equação 133).

c.2) Excentricidade dirigida para o exterior

Deverá ser utilizada a mesma equação para os casos de pilar internos em que há excentricidade em apenas uma direção (Equação 130).

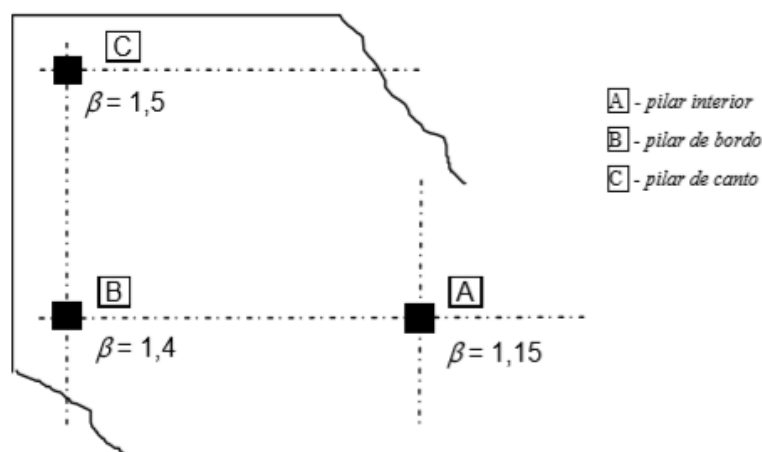
Figura 57 – Perímetro do primeiro perímetro de controlo reduzido para o pilar de canto



Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

A NP EN 1992-1-1 (2010) esclarece no seu item 6 do tópico 6.4.3 que, para situações em que a estabilidade lateral do edifício independe dos pórticos formados pelas ligações laje-pilar e que os vãos adjacentes tenham uma diferença no máximo de 25%, podem ser utilizados valores predefinidos de β (Figura 58), conforme indicados nos anexos nacionais de cada país.

Figura 58 – Valores de β recomendados segundo o anexo nacional português



Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

A primeira verificação se trata de realizar a conferência da compressão máxima nas faces do pilar, logo:

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,m\acute{a}x} \quad (136)$$

Sendo v_{Ed} calculado da seguinte forma:

$$v_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_o \cdot d} \quad (137)$$

Onde o perímetro crítico na face do pilar varia de acordo com a posição do pilar:

a) Pilar interno

$$u_o = 2 \cdot (c_1 + c_2) \quad (138)$$

b) Pilar de bordo

$$u_o = c_2 + 3d \leq c_2 + 2 \cdot c_1 \quad (139)$$

c) Pilar de canto

$$u_o = 3d \leq c_2 + c_1 \quad (140)$$

Sendo o c_1 a dimensão do pilar paralela à excentricidade da carga e c_2 a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da carga. Através do seu anexo nacional, a norma portuguesa descreve que para o valor resistente de cálculo seja utilizada a seguinte expressão:

$$v_{Rd,máx} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} \quad (141)$$

Na qual v é o fator de redução da resistência ao cisalhamento do betão sob regime de fissuração:

$$v = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \quad (142)$$

A segunda verificação deverá ser realizada considerando a laje sem armadura de punçoamento, de acordo com o item 6.4.4 da NP EN 1992-1-1 (2010). A mesma expressa a seguinte equação para cálculo da valor resistente ao punçoamento que deverá ser feita na seção de controlo de referência:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \geq (v_{mín} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \quad (143)$$

Em que:

- $C_{Rd,c}$, a norma em seu anexo nacional recomenda para o cálculo:

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} \quad (144)$$

- o f_{ck} está medido em MPa;
- o k poderá ser calculado pela expressão:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad [d \sim mm] \quad (145)$$

- ρ_{1y} e ρ_{1z} são as taxas de armaduras de positivas nas direções y e z , a norma descreve que o seu cálculo se dá pela razão entra a área de armadura positiva e a área de betão dentro de um

comprimento que abrange a dimensão do pilar na direção analisada e $3d$ para cada lado, sendo ρ_I a raiz do seu produto;

- para o k_I , a norma recomenda que seja 0,1;
- σ_{cp} deve ser calculado pela expressão:

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cy} + \sigma_{cz}}{2} \quad (146)$$

Onde σ_{cy} e σ_{cz} são as tensões normais aplicadas na seção crítica do betão nas direções y e z :

$$\sigma_{cy} = \frac{N_{Ed,y}}{A_{cy}} \quad (147)$$

$$\sigma_{cz} = \frac{N_{Ed,z}}{A_{cz}} \quad (148)$$

Sendo $N_{ed,y}$ e $N_{ed,z}$ as forças normais nas faixas de laje vinculadas à pilares internos e, no caso de pilares de bordo, esforços normais na seção de controlo; A_{cy} e A_{cz} são áreas das seções de aplicação das forças $N_{ed,y}$ e $N_{ed,z}$.

- v_{\min} é calculado pela norma portuguesa através da equação:

$$v_{\min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (149)$$

Com o valor de tensão resistente calculado basta realizar a verificação sugerida pela norma:

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c} \quad (150)$$

A última verificação normatizada deverá ser levando em conta armadura de punçoamento presente na seção, a NP EN 1992-1-1 (2010) a descreve da seguinte forma:

$$v_{Rd,cs} = 0,75 \cdot v_{Rd,c} + 1,5 \cdot \frac{d}{S_r} \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \frac{\sin \alpha}{u_1 \cdot d} \quad (151)$$

Onde:

- d é a média das alturas úteis nas duas direções ortogonais [mm];
- S_r é o espaçamento radial dos perímetros de armaduras contra o punçoamento [mm];
- A_{sw} é área do perímetro de armadura contra o punçoamento em torno do pilar [mm²];
- $f_{ywd,ef}$ corresponde ao valor de cálculo da tensão efetiva de cedências das armaduras contra punçoamento, a norma sugere seu cálculo através da expressão:

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0,25 \cdot d \leq f_{ywd} \text{ [MPa]} \quad (152)$$

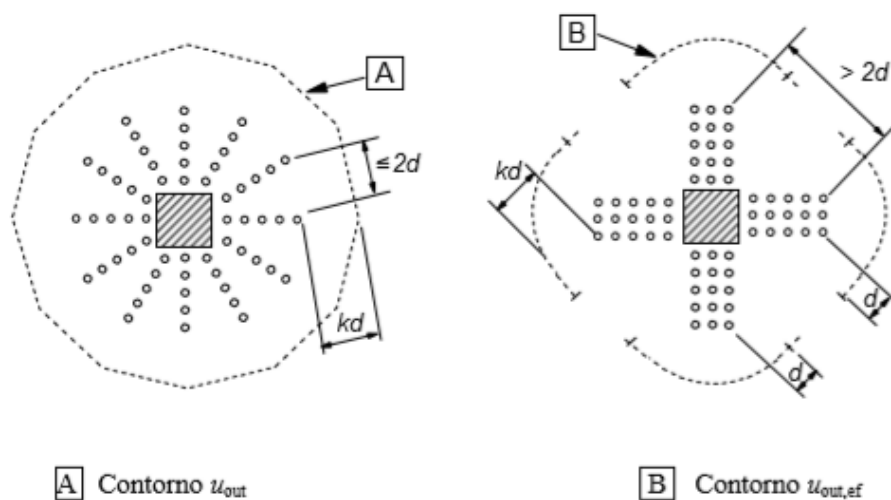
- α é o ângulo em que será executada a colocação da armadura dentro da laje, é usual que esse valor seja 90°, tornando essa parcela neutra no cálculo;
- u_1 é o perímetro do primeiro perímetro de controlo.

A norma recomenda que seja feita uma verificação final em um perímetro onde não será mais necessária a implementação de armadura, esse perímetro se é nomeado de $u_{out,ef}$ e deverá ser calculado pela seguinte expressão:

$$u_{out,ef} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c} \cdot d} \quad (153)$$

O perímetro exterior da armadura contra punçoamento deverá se localizar a uma distância inferior a kd dentro da região delimitada por $u_{out,ef}$. (Figura 59). O valor de k dependerá do anexo nacional em questão, a norma portuguesa sugere que seja 1,5.

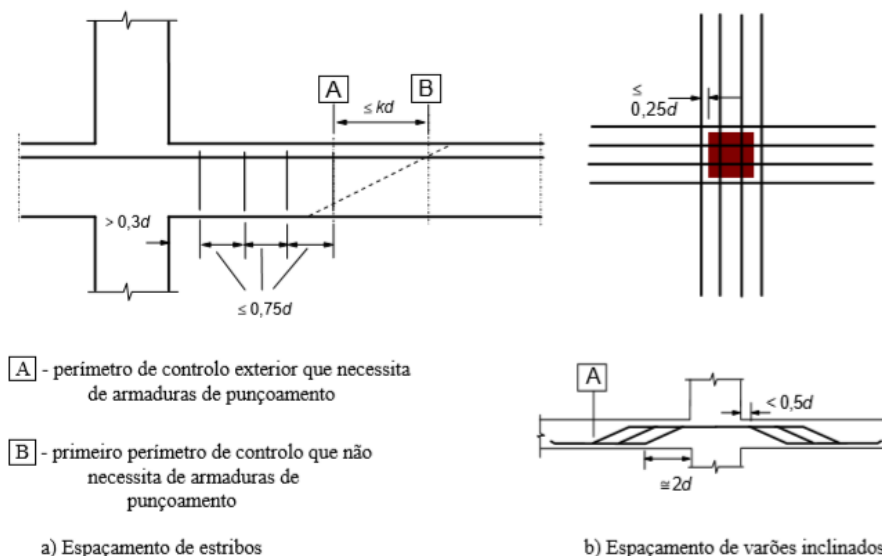
Figura 59 – Perímetros de controlo para pilares internos



Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

Segundo o item 9.4.3 da NP EN 1992-1-1 (2010), quando houver necessidade de armadura de punçoamento, a mesma deverá ser disposta na região delimitada pela área carregada ou zona de apoio e o comprimento kd no interior do perímetro de controlo. A partir deste comprimento não se faz mais necessária a existência de armadura de cisalhamento. A norma portuguesa ainda recomenda que sejam executados minimamente dois perímetros de armaduras de cisalhamento com espaçamento não superior a $0,75d$. Ainda segundo o mesmo item, o espaçamento máximo entre os ramos do estribo não deverá superar $1,5d$ na região delimitada pelo primeiro perímetro de controlo (distância menor que $2d$ da face do pilar) e não deverá superar $2d$ para os perímetros exteriores ao primeiro perímetro de controlo. Para estribos inclinados, a norma recomenda a consideração de apenas um perímetro. No seu anexo nacional, a norma portuguesa fornece informações importantes sobre o detalhamento das armaduras de punçoamento (Figura 60).

Figura 60 – Detalhamento da armadura contra punçoamento



Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

É ressaltado que os estribos inclinados que estejam em uma distância inferior a $0,25d$ da face do pilar podem ser considerados como armadura de punçoamento. Finalmente, a norma destaca que a distância entre a face do pilar ou do contorno de uma área carregada não deve superar $0,5d$. Para o cálculo da área de um ramo de armadura contra punçoamento, é recomendada a utilização da expressão:

$$\frac{A_{sw,min} \cdot (1,5 \cdot \text{sen}\alpha + \text{cos}\alpha)}{S_r \cdot S_t} \geq 0,08 \cdot \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yk}}} \quad (154)$$

Onde:

- α é o ângulo formado pelas armaduras contra punçoamento e as armaduras principais;
- S_r é o espaçamento radial dos estribos;
- S_t é o espaçamento tangencial dos estribos;

2 ABORDAGEM PRÁTICA: DIMENSIONAMENTO

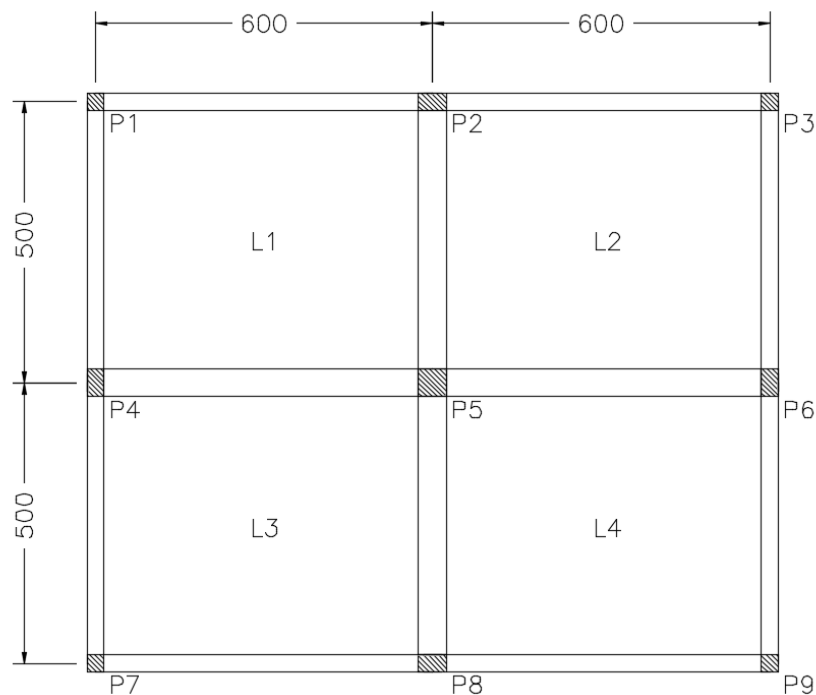
2.1 Considerações iniciais

Para efeitos de comparação, a laje será dimensionada apenas para o estado limite último, visto que o pré-dimensionamento da espessura da mesma já considera um bom comportamento em serviço. As dimensões da laje foram introduzidas com base nas literaturas estudadas com o objetivo de fornecer uma comparação mais clara possível.

2.2 Laje maciça

Para efetuar a comparação numérica entre as duas normas, será utilizado o exemplo de laje maciça mostrado na Figura 61.

Figura 61 – Exemplo de laje maciça a ser utilizado para o estudo comparativo



Fonte: Autoria própria (2020)

Dados utilizados para dimensionamento:

- Betão estrutural de classe C25/30 - $f_{ck} = 25$ MPa
- Aço estrutural CA-50 (BR) / A500 NR (PT)
- Condição ambiental: peça de betão no interior de edifício com humidade moderada
- Vida útil a ser considerada para o projeto: 50 anos
- Hipótese inicial de diâmetro do varão: 10 mm (BR) / 12 mm (PT)

2.2.1 Norma brasileira NBR 6118:2014

Quanto à classe ambiental, uma vez que é fornecida a informação que a agressividade ambiental a qual a estrutura está inserida é moderada, a mesma possui um risco de deterioração pequeno, logo trata-se da classe de agressividade ambiental do tipo II. A partir dessa informação e dos quadros propostos na norma conforme o capítulo anterior, podem-se retirar outros dados importantes para definir os materiais e o cobrimento adequado para a peça:

- Fator água/cimento adequado para o betão: $a/c \leq 0,60$;
- Resistência característica à compressão adequada para o betão: $f_{ck} \geq 25$ MPa;
- Recobrimento nominal adequado: $c = 25$ mm.

Por se tratar de uma estrutura simétrica, o processo de dimensionamento de um painel se repetirá para todos, inclusive no modelo de armação, sendo essa definida através da razão entre o maior e o menor vão:

$$\frac{\ell_y}{\ell_x} = \frac{600}{500} = 1,2 \leq 2 \Rightarrow \text{Laje armada bidirecionalmente}$$

Para determinar uma espessura adequada para a laje, é necessária a identificação do tipo de laje relacionado as suas condições de apoio. De acordo com Carvalho e Figueiredo (2017), os painéis simétricos componentes da laje em questão podem ser classificados como Caso 4 (Figura 62).

Figura 62 – Caso de laje quanto as condições de apoio (NBR)



Fonte: Autoria própria (2020)

Segundo os mesmos autores, para se estimar a espessura de uma laje, é necessário determinar valores para três coeficientes. O primeiro coeficiente denominado λ é associado as dimensões da laje:

$$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x} = \frac{600}{500} = 1,2$$

Para determinar o segundo coeficiente através da tabela, é necessário saber o caso de vinculação em que a laje se enquadra e o valor de λ :

$$\lambda = 1,2 \text{ para Caso 4} \Rightarrow \psi_2 = 1,72$$

E o último coeficiente é relacionado com a resistência do aço que será utilizado na composição das armaduras:

$$\text{AÇO CA} - 50 (f_{yk} = 500 \text{ MPa}) \Rightarrow \psi_3 = 25$$

Sendo assim, é possível estimar a altura útil da laje através da equação fornecida por Carvalho e Figueiredo (2017):

$$d \geq \frac{l_x}{\psi_2 \cdot \psi_3} = \frac{500}{1,72 \cdot 25} = 11,62 \text{ cm} \Rightarrow \text{adotar } 12 \text{ cm}$$

Adicionando os valores de recobrimento e metade do diâmetro da barra de 10 mm, define-se a espessura final da laje:

$$h = 12 + 2,5 + \frac{1}{2} = 15 \text{ cm}$$

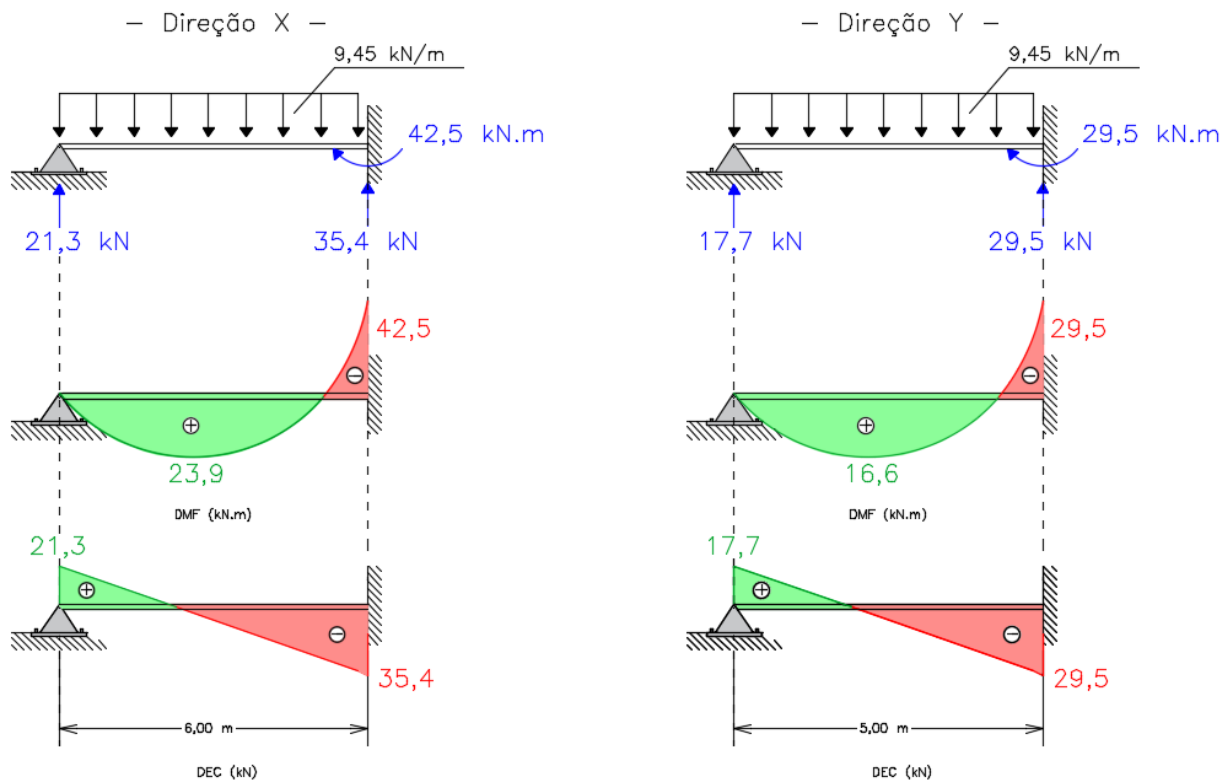
Com a altura da laje definida, pode-se então estudar as cargas que serão utilizadas para o dimensionamento da peça estrutural:

1. Peso próprio: $0,15 \times 25 = 3,75 \text{ kN/m}^2$
2. Sobrecarga: 2 kN/m^2
3. Revestimento e divisórias: 1 kN/m^2

$$p_d = 1,4 \cdot F_g + 1,4 \cdot F_q = 1,4 \cdot (3,75 + 1) + 1,4 \cdot 2 = 9,45 \text{ kN/m}^2$$

Aplicando a carga calculada na estrutura, obtém-se os diagramas de esforços dispostos na Figura 63.

Figura 63 – Diagramas de esforços para a laje em questão (NBR)



Fonte: Autoria própria (2020)

Segundo Carvalho e Figueiredo (2017), a altura mínima que a laje deve possuir é dependente do momento máximo atuante (Equação 15):

$$d_{\text{mín}} = \sqrt{\frac{42,5}{1 \cdot \frac{25000}{1,4} \cdot (0,68 \cdot 0,628 - 0,272 \cdot 0,628^2)}} = 8,62 \text{ cm}$$

A altura útil adotada é 12 cm, logo está adequada ao caso em questão.

A NBR 6118 (2014) também impõe taxas mínimas e máximas de armadura para as seções de betão. Contudo, no cálculo da armadura mínima a norma brasileira utiliza equações e tabelas:

Para concreto C25 $\Rightarrow \rho_{\text{mín}} = 0,15$

$$A_{s,\text{mín}} = \rho_{\text{mín}} \cdot A_c = \frac{0,15}{100} \cdot 100 \cdot 15 = 2,25 \text{ cm}^2/\text{m}$$

E para a armadura máxima:

$$A_{s,\text{máx}} = 4\% \cdot A_c = 0,04 \cdot 100 \cdot 15 = 60 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Definidos os limites, calculam-se as taxas de armadura necessárias para vencer os momentos solicitantes gerados pela atividade estrutural. Para representar um dos métodos mais usuais utilizados na literatura brasileira e nas normas para dimensionamento de armaduras de flexão, será utilizado o processo *KMD*:

1. Armaduras inferiores

- $M_{d,x}^+ = 23,9 \text{ kN.m}$

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{23,9}{1 \cdot 0,12^2 \cdot \frac{25000}{1,4}} = 0,093$$

$$KMD = 0,093 \Rightarrow \text{Tabela e Interpolação} \Rightarrow KZ = 0,942$$

$$A_{s,x}^{(+)} = \frac{M_d}{KZ \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{23,9}{0,942 \cdot 0,12 \cdot \frac{50}{1,15}} = 4,86 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- $M_{d,y}^+ = 16,6 \text{ kN.m}$

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{16,6}{1 \cdot 0,12^2 \cdot \frac{25000}{1,4}} = 0,0645$$

$$KMD = 0,0645 \Rightarrow \text{Tabela e Interpolação} \Rightarrow KZ = 0,96$$

$$A_{s,y}^{(+)} = \frac{M_d}{KZ \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{16,6}{0,96 \cdot 0,12 \cdot \frac{50}{1,15}} = 3,31 \text{ cm}^2/\text{m}$$

2. Armaduras superiores

- $M_{d,x}^- = 42,5 \text{ kN.m}$

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{42,5}{1 \cdot 0,12^2 \cdot \frac{25000}{1,4}} = 0,165$$

$$KMD = 0,165 \Rightarrow \text{Tabela e Interpolação} \Rightarrow KZ = 0,891$$

$$A_{s,x}^{(-)} = \frac{M_d}{KZ \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{42,5}{0,891 \cdot 0,12 \cdot \frac{50}{1,15}} = 9,14 \text{ cm}^2/\text{m}$$

- $M_{d,y}^- = 29,5 \text{ kN.m}$

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{29,5}{1 \cdot 0,12^2 \cdot \frac{25000}{1,4}} = 0,115$$

$$KMD = 0,115 \Rightarrow \text{Tabela e Interpolação} \Rightarrow KZ = 0,927$$

$$A_{s,y}^{(-)} = \frac{M_d}{KZ \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{29,5}{0,927 \cdot 0,12 \cdot \frac{50}{1,15}} = 6,10 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Para efeitos de detalhamento, o espaçamento máximo entre as barras e diâmetro máximo de:

$$s_{m\acute{a}x} = \text{mínimo} (30 \text{ cm}, 20 \text{ cm}) = 20 \text{ cm}$$
$$\phi \leq 0,125 \cdot 15 \Rightarrow \phi \leq 1,875 \text{ cm ou } 18,75 \text{ mm}$$

Finalmente, definem-se os espaçamentos e diâmetros das barras que vão compor as armaduras de flexão:

1. Armaduras inferiores

$$A_{s,x}^{(+)} = 4,86 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \text{adoptar } \phi 10 \text{ c/ } 15 (5,24 \text{ cm}^2/\text{m})$$

$$A_{s,y}^{(+)} = 3,31 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \text{adoptar } \phi 10 \text{ c/ } 20 (3,93 \text{ cm}^2/\text{m})$$

2. Armaduras superiores

$$A_{s,x}^{(-)} = 9,14 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \text{adoptar } \phi 16 \text{ c/ } 20 (10,05 \text{ cm}^2/\text{m})$$

$$A_{s,y}^{(-)} = 6,10 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \text{adoptar } \phi 12,5 \text{ c/ } 20 (6,14 \text{ cm}^2/\text{m})$$

Quanto ao comprimento das barras, segundo a norma, as barras das armaduras positivas devem ultrapassar 4 cm do vão teórico e as barras negativas devem ancorar com um comprimento l_b para cada lado. Para o cálculo da resistência de aderência (Equação 4), serão considerados os seguintes critérios:

1. Barras nervuradas ($\eta_1 = 2,25$);
2. Situação de boa aderência ($\eta_2 = 1$);
3. Todos os diâmetros são inferiores a 32 mm ($\eta_3 = 1$).

$$f_{ctd} = \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot 25^{\frac{2}{3}}}{1,4} = 1,28 \text{ MPa}$$

$$f_{bd} = 2,25 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,28 = 2,88 \text{ MPa}$$

Sendo assim, calculam-se os comprimentos de ancoragem das barras negativas de acordo com seu diâmetro:

- Comprimento de ancoragem para barras com $\phi = 16 \text{ mm}$

$$l_b = \frac{\phi \cdot f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}} = \frac{16 \cdot \frac{500}{1,15}}{4 \cdot 2,88} = 60,38 \text{ cm}$$

- Comprimento de ancoragem para barras com $\phi = 12,5 \text{ mm}$

$$l_b = \frac{\phi \cdot f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}} = \frac{12,5 \cdot \frac{500}{1,15}}{4 \cdot 2,88} = 47,17 \text{ cm}$$

2.2.2 Norma portuguesa NP EN 1992-1-1 (2010)

Por se tratar de uma peça localizada em um ambiente de humidade moderada, de acordo com o Quadro 4.1 da NP EN 1992-1-1 (2010), a classe ambiental em questão é a XC3. Para a laje em questão, serão utilizados varões isolados, logo o $c_{min,b}$ será considerado como diâmetro da hipótese inicial, logo 12 mm. Quanto aos valores de $c_{min,dur}$, a norma solicita a informação relativa a finalidade do projeto; uma vez que a estrutura possui uma vida útil de 50 anos, a classe estrutural adequada é a S4. De acordo com o Quadro 4.2 da NP EN 1992-1-1 (2010), pode-se definir esse valor como 25 mm. Assim, o valor de recobrimento mínimo (Equação 91) pode ser definido da seguinte forma:

$$c_{min} = \text{máximo} \{12 \text{ mm}; 25 \text{ mm}; 10\text{mm}\} \Rightarrow c_{min} = 25 \text{ mm}$$

Com a adição de 5 mm de margem mínima de tolerância Δc_{dev} , sugerida pela norma portuguesa, o valor de recobrimento adotado será :

$$c = 25 + 5 = 30 \text{ mm ou } 3 \text{ cm}$$

Para definir a altura útil de projeto, utilizando o procedimento descrito no EC2, estima-se a espessura da laje:

$$h = \frac{\ell_y}{25 \text{ a } 35} = \frac{600}{25 \text{ a } 35} = 17,14 \text{ cm} \leq h \leq 24 \text{ cm} \Rightarrow h = 20 \text{ cm}$$

Dessa forma, a altura útil da laje pode ser calculada:

$$d' = c + \phi_{(+),long} = 3 + \frac{1,2}{2} = 3,6 \text{ cm}$$

$$d = h - d' = 20 - 3,6 = 16,4 \text{ cm}$$

No pré-dimensionamento do projeto, também deve-se definir em quais direções a laje deverá ser armada. Como a laje do exemplo é uma estrutura simétrica, os seus painéis devem ser calculados da mesma forma:

$$\frac{\ell_y}{\ell_x} = \frac{600}{500} = 1,2 < 2 \Rightarrow \text{Laje armada em duas direções}$$

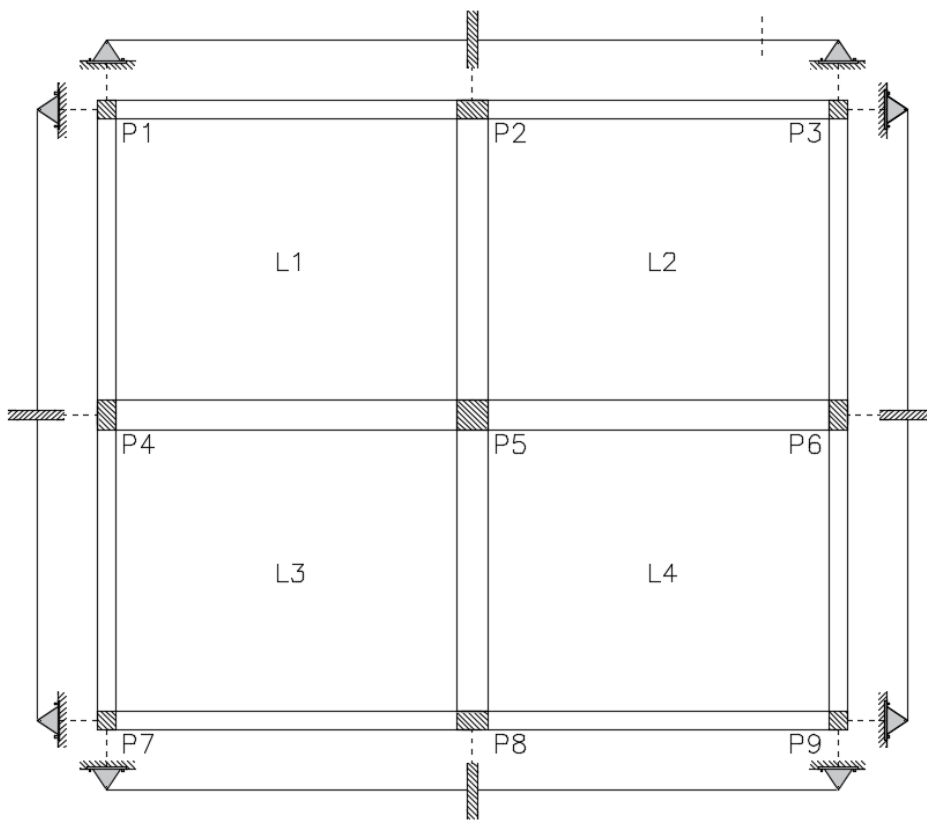
Neste projeto serão consideradas as seguintes cargas:

1. Peso próprio : $0,2 \times 25 = 5 \text{ kN/m}^2$
2. Sobrecarga: 2 kN/m^2
3. Revestimento e divisórias: 1 kN/m^2

$$p_{Ed} = 1,35 \cdot CP + 1,5 \cdot CV = 1,35 \cdot (5 + 1) + 1,5 \cdot 2 = 11,1 \text{ kN/m}^2$$

A laje em questão possui quatro painéis simétricos idênticos, todos com as mesmas condições de vinculação (Figura 64).

Figura 64 – Condições de vinculação dos painéis componentes da laje maciça (NP)



Fonte: Autoria própria (2020)

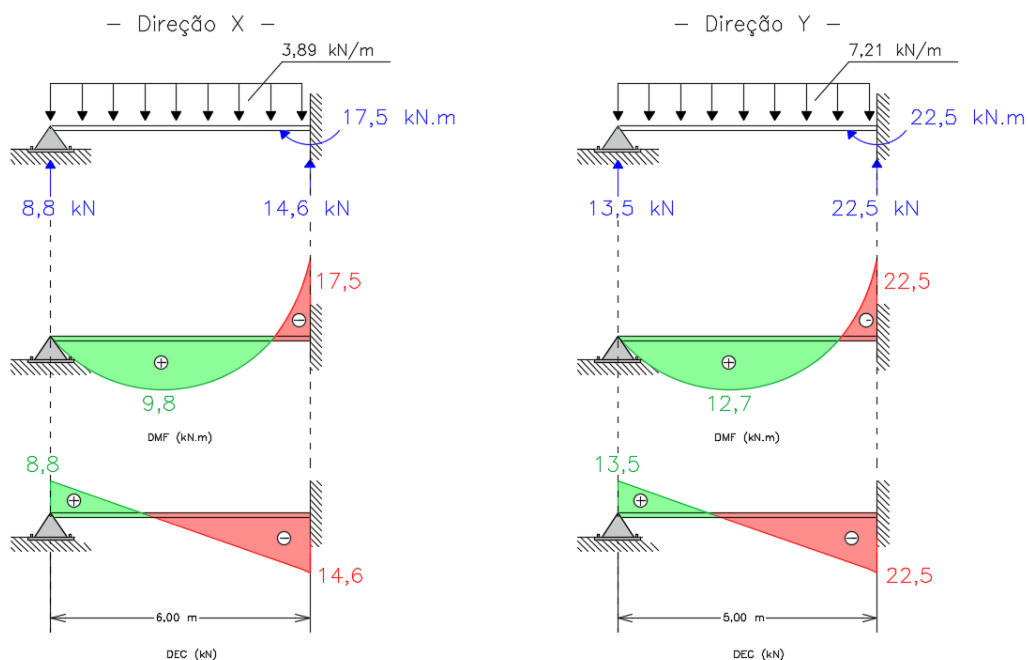
Sabe-se que os carregamentos sempre vão tender a ir nos caminhos mais rígidos da estrutura, logo os vãos apoiados e engastados devem receber uma parcela maior da carga. Como os dois vãos possuem um apoio engastado, o critério de maior rigidez está atribuído ao comprimento do seu vão, menores comprimentos correspondem a vão mais rígidos. Sendo assim, os carregamentos aplicados em cada vão são definidos:

1. Painéis L1, L2, L3 e L4:

- $p_{sd,x} = 0,35 \cdot 11,1 = 3,89 \text{ kN/m}^2$
- $p_{sd,y} = 0,65 \cdot 11,1 = 7,21 \text{ kN/m}^2$

Sendo assim, os esquemas estáticos para a laje em questão nas duas direções são conforme ilustrados na Figura 65.

Figura 65 – Diagramas de esforços para a laje em questão (NP)



Fonte: Autoria própria (2020)

Para o cálculo das armaduras de flexão, serão utilizadas as equações adimensionais propostas por (Lúcio *et al.*, 2006):

1. Cálculo da área de aço necessária para os momentos negativos:

$$M_{d,x}^{(-)} = 17,5 \text{ kN.m/m} \Rightarrow \mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{17,5}{1 \cdot 0,164^2 \cdot \frac{25000}{1,5}} = 0,03903$$

$$\omega = \frac{1 - \sqrt{1 - 2,055\mu}}{1,028} = 0,03983$$

$$A_{s,x(-)} = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,03903 \cdot 1 \cdot 0,164 \cdot \frac{\frac{25}{1,5}}{\frac{500}{1,15}} \cdot 10^4 = 2,50 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$M_{d,y}^{(-)} = 22,5 \text{ kN.m/m} \Rightarrow \mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{22,5}{1 \cdot 0,164^2 \cdot \frac{25000}{1,5}} = 0,05019$$

$$\omega = \frac{1 - \sqrt{1 - 2,055\mu}}{1,028} = 0,05153$$

$$A_{s,y(-)} = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,05153 \cdot 1 \cdot 0,164 \cdot \frac{\frac{25}{1,5}}{\frac{500}{1,15}} \cdot 10^4 = 3,23 \text{ cm}^2/\text{m}$$

2. Cálculo da área de aço necessária para os momentos positivos:

$$M_{d,x}^{(+)} = 9,8 \text{ kN.m/m} \Rightarrow \mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{9,8}{1 \cdot 0,164^2 \cdot \frac{25000}{1,5}} = 0,02186$$

$$\omega = \frac{1 - \sqrt{1 - 2,055\mu}}{1,028} = 0,02210$$

$$A_{s,x(+)} = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,02210 \cdot 1 \cdot 0,164 \cdot \frac{\frac{25}{1,5}}{\frac{500}{1,15}} \cdot 10^4 = 1,39 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$M_{d,y}^{(+)} = 12,7 \text{ kN.m/m} \Rightarrow \mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{12,7}{1 \cdot 0,164^2 \cdot \frac{25000}{1,5}} = 0,02833$$

$$\omega = \frac{1 - \sqrt{1 - 2,055\mu}}{1,028} = 0,02874$$

$$A_{s,y(+)} = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,02874 \cdot 1 \cdot 0,164 \cdot \frac{\frac{25}{1,5}}{\frac{500}{1,15}} \cdot 10^4 = 1,81 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Entretanto, na seção de betão, a norma define limites mínimos e máximos de armadura, além do espaçamento máximo permitido para os varões:

$$A_{s,\text{mín}} = 0,26 \cdot \frac{0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d = 0,26 \cdot \frac{2,56}{500} \cdot 1 \cdot 0,164 \cdot 10^4 = 2,18 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,\text{máx}} = 0,04 \cdot b \cdot d = 0,04 \cdot 100 \cdot 16,4 = 65,6 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$s_{\text{máx,slabs}} = \text{mínimo} (400 \text{ mm} ; 250\text{mm}) = 250 \text{ mm}$$

Definidas as áreas de aço necessárias, pode-se definir os diâmetros e espaçamentos dos varões:

1. Detalhamento da armadura negativa

$$A_{s,x(-)} = 2,50 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \phi 10 \text{ c} / 25 \text{ cm} (3,14 \text{ cm}^2/\text{m})$$

$$A_{s,y(-)} = 3,23 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \phi 12 \text{ c} / 25 \text{ cm} (4,52 \text{ cm}^2/\text{m})$$

2. Detalhamento da armadura positiva

$$A_{s,x(+)} = A_{s,mín} = 2,18 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \phi 8 \text{ c/ } 20 \text{ cm } (2,51 \text{ cm}^2/\text{m})$$

$$A_{s,y(+)} = A_{s,mín} = 2,18 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \phi 8 \text{ c/ } 20 \text{ cm } (2,51 \text{ cm}^2/\text{m})$$

Com os diâmetros definidos, finalmente é possível determinar os comprimentos de amarração dos varões superiores:

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \cdot \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_c} = 1 \cdot \frac{0,7 \cdot f_{ctm}}{1,5} = \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{1,5} = 0,14 \cdot 25^{2/3} = 1,19 \text{ MPa}$$

$$\eta_1 = 1 \text{ (situação de boa aderência)}$$

$$\eta_2 = 1 \text{ (} 10 \text{ mm} \leq 32 \text{ mm)}$$

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd} = 2,25 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,19 = 2,67 \text{ MPa}$$

a) l_{bd} para varão de 10 mm:

$$l_{b,rqd} = \frac{\phi \cdot \sigma_{sd}}{4 \cdot f_{bd}} = \frac{1,0 \cdot \frac{500}{1,15}}{4 \cdot 2,67} = 40,70 \text{ cm}$$

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot l_{b,rqd} = 1 \cdot 40,70 = 40,70 \text{ cm}$$

a) l_{bd} para varão de 12 mm:

$$l_{b,rqd} = \frac{\phi \cdot \sigma_{sd}}{4 \cdot f_{bd}} = \frac{1,2 \cdot \frac{500}{1,15}}{4 \cdot 2,67} = 48,85 \text{ cm}$$

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot l_{b,rqd} = 1 \cdot 48,85 = 48,85 \text{ cm}$$

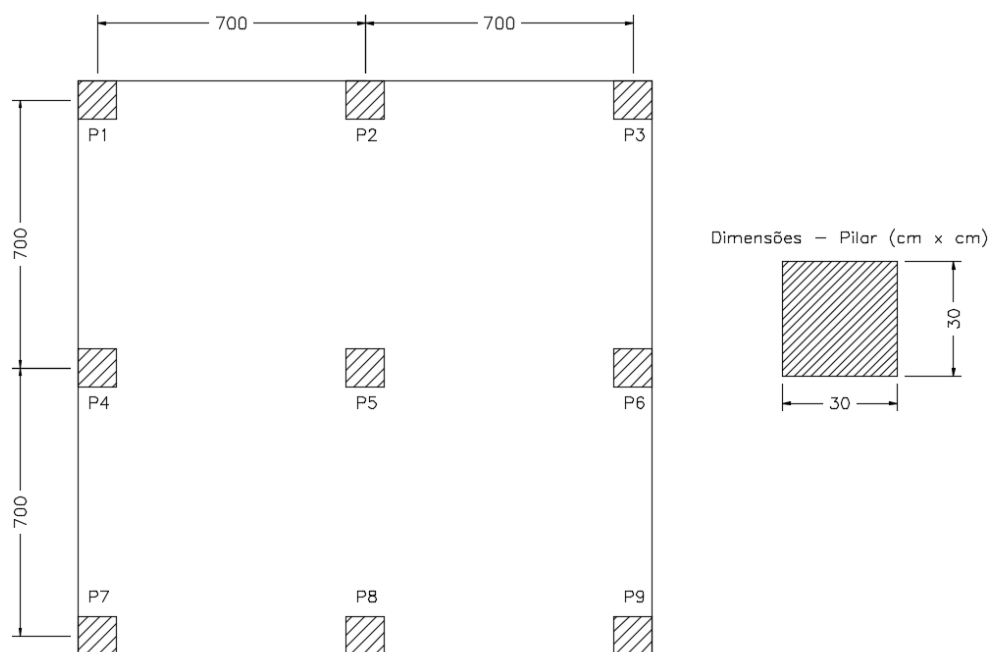
Para os bordos apoiados por vigas, haverá necessidade de uma armadura extra para bordos simplesmente apoiados:

$$A_{s,apoio}^{(-)} = \text{máximo} \{ 2,18 \text{ cm}^2; 0,545 \text{ cm}^2 \} \Rightarrow 2,18 \text{ cm}^2 \Rightarrow \phi 8 \text{ c/ } 20 \text{ cm } (2,51 \text{ cm}^2)$$

2.3 Laje fungiforme

Para realizar o estudo comparativo das duas normas no dimensionamento de lajes fungiformes, serão realizados os procedimentos de dimensionamento da seguinte laje pelas duas normas (Figura 66), incluindo os cálculos relativos ao punçoamento. Para esse caso, será verificado o punçoamento nos três tipos de pilares presentes: bordo, canto e interno em ambas as normas. Uma informação importante a ser considerada no dimensionamento é o fato da estrutura ser contraventada, desconsiderando assim os esforços horizontais e, conseqüentemente, transmissão de momentos aos pilares.

Figura 66 – Exemplo de laje fungiforme a ser utilizado para o estudo comparativo



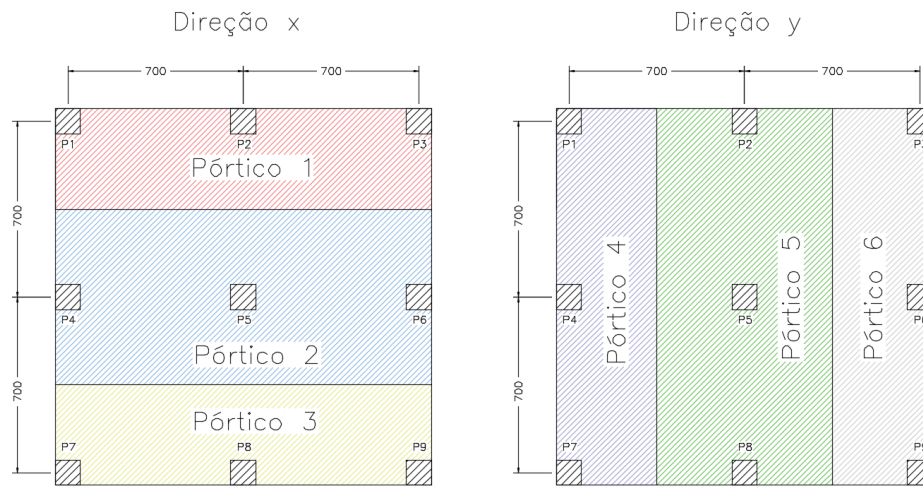
Fonte: Autoria própria (2020)

Dados utilizados para dimensionamento:

- Betão estrutural de classe C30/35 - $f_{ck} = 30$ MPa;
- Aço estrutural A500 NR (PT) / CA-50 (BR);
- Condição ambiental: Peça de betão no interior de edifício com humidade moderada;
- Vida útil a ser considerada para o projeto: 50 anos;
- Hipótese inicial de diâmetro do varão: 12 mm (PT) / 12,5 mm (BR);

Por se tratar de uma laje com vãos ortogonais iguais e pilares posicionados de forma alinhada, é possível dimensionar a laje pelo método dos pórticos equivalentes. Portanto, a estrutura pode ser dividida nos seguintes pórticos, considerando o pórtico atingindo a metade de cada vão, conforme mostrado na Figura 67.

Figura 67 – Divisão dos pórticos



Fonte: Autoria própria (2020)

Neste caso, se tem os seguintes vãos:

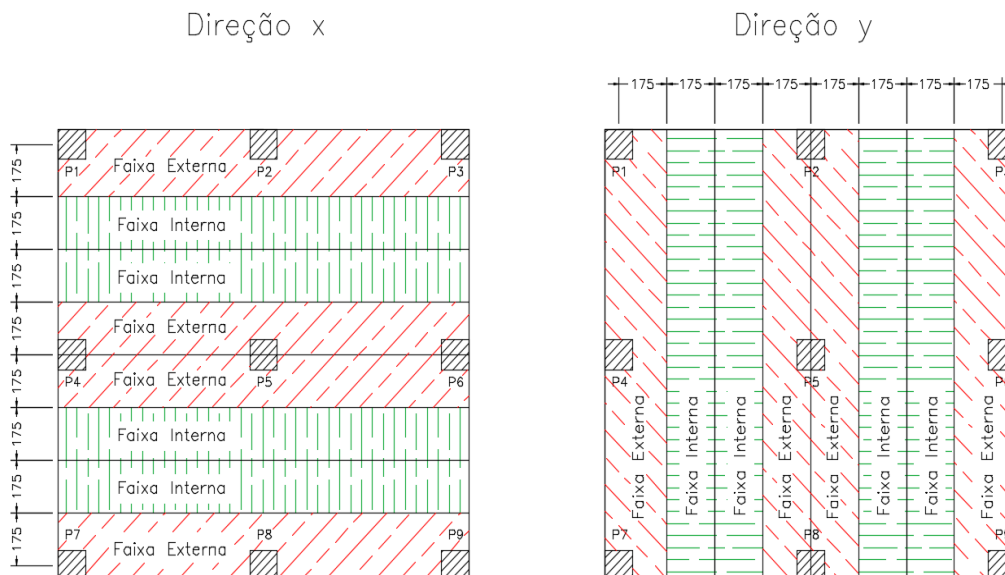
- $\ell_x = 7m$
- $\ell_y = 7m$

Portanto para definir a largura das faixas internas e externas (Figura 68) que vão compor estes pórticos.

$$\text{Largura de uma faixa em } x \Rightarrow L_x = \frac{\ell_y}{4} = \frac{7}{4} = 1,75m$$

$$\text{Largura de uma faixa em } y \Rightarrow L_y = \frac{\ell_x}{4} = \frac{7}{4} = 1,75m$$

Figura 68 – Faixas internas e externas componentes da laje



Fonte: Autoria própria (2020)

2.3.1 Norma brasileira NBR 6118:2014

2.3.1.1 Pré-dimensionamento

Por se tratar de uma laje sem viga, nem a literatura nem as normas brasileiras fornecem métodos específicos para estimar uma espessura inicial. Entretanto, a norma brasileira impõe um limite mínimo para lajes sem capitéis de 16 cm. Dessa forma, será decidido por iniciar com uma espessura de 25 cm como estimativa inicial. Para verificar se na laje em questão se é possível utilizar o método dos pórticos equivalentes, a condição seguinte deve ser satisfeita (Equação 18):

$$0,75 < \frac{700}{700} < 1,33 \Rightarrow 0,75 < 1 < 1,33 \Rightarrow \textit{o Método pode ser utilizado}$$

Por se tratar de um ambiente com humidade moderada, o risco de deterioração é pequeno, logo a classe de agressividade em questão é a do tipo *II*. Para lajes em betão armado, a norma especifica um cobrimento nominal de 2,5 cm e um f_{ck} superior a 25 MPa. Assim, é possível definir a altura útil inicial:

$$d = h - c - \frac{\phi}{2} = 25 - 2,5 - \frac{1,25}{2} = 21,87 \text{ cm}$$

2.3.1.2 Ações e esforços de cálculo

Para o cálculo das ações em E.L.U., se tem:

1. Peso Próprio: $0,25 \times 25 = 6,25 \text{ kN/m}^2$
2. Sobrecarga: $2,0 \text{ kN/m}^2$
3. Revestimento e divisórias: $2,35 \text{ kN/m}^2$

$$p_{ELU} = 1,4 \cdot (6,25 + 2 + 2,35) = 15,05 \text{ kN/m}^2$$

Sendo a largura da faixa o trecho limitado pela metade de dois vãos adjacentes, portanto calcula-se os carregamentos lineares para as duas direções:

- Pórtico 1 e 3

$$L_{p\acute{o}rtico} = 1,75 \cdot 2 = 3,50 \text{ m}$$

- Pórtico 4 e 6

$$L_{p\acute{o}rtico} = 1,75 \cdot 2 = 3,50 \text{ m}$$

- Pórtico 2

$$L_{p\acute{o}rtico} = 1,75 \cdot 4 = 7,00 \text{ m}$$

- Pórtico 5

$$L_{p\acute{o}rtico} = 1,75 \cdot 4 = 7,00 \text{ m}$$

Sabe-se que os porticos 1, 3, 4 e 6 equivalem à metade dos esforços totais nos pórticos 2 e 5.

i) Direção X

- Pórtico 2

$$W_{ELU,x} = P_{ELU} \cdot L_{p\acute{o}rtico} = 15,05 \cdot 7 = 105,35 \text{ kN/m}$$

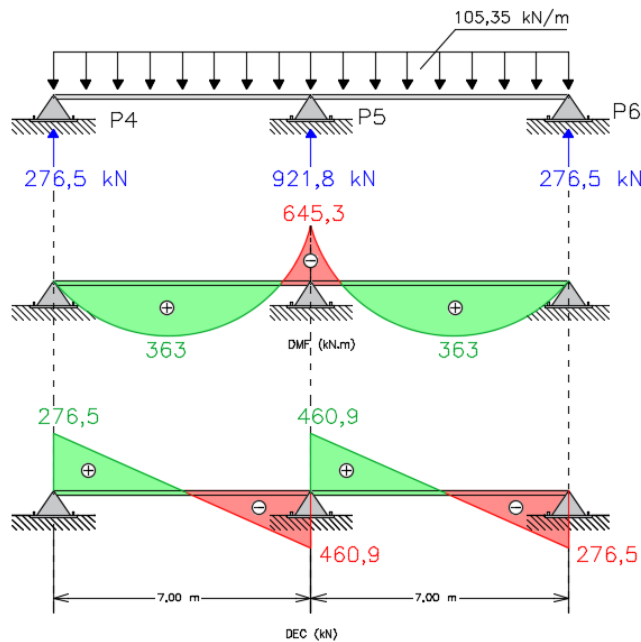
ii) Direção Y

- Pórtico 5

$$W_{ELU,y} = p_{ELU} \cdot L_{p\acute{o}rtico} = 15,05 \cdot 7 = 105,35 \text{ kN/m}$$

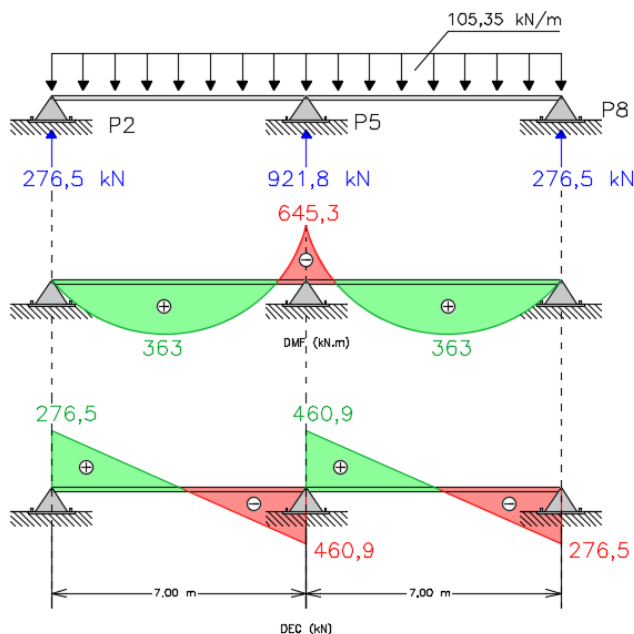
Para os carregamentos calculados, através do *ftool* se retira os diagramas de esforços dispostos na Figura 69 e Figura 70, o Quadro 21 reúne os esforços retirados.

Figura 69 – Diagramas de esforços para o Pórtico 2 (NBR)



Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 70 – Diagramas de esforços para o Pórtico 5 (NBR)



Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 21 – Esforços obtidos para cada pórtico

Momentos	Direção	Pórtico	Momentos por pórtico (kN.m/pórtico)	
			$M_d (+)$	$M_d (-)$
Momentos	x	1 e 3	181.5	322.7
		2	363	645.3
	y	4 e 6	181.5	322.7
		5	363	645.3
Cortantes	Direção	Pórtico	Cortantes por pórtico (kN/pórtico)	
			$V_d (+)$	$V_d (-)$
Cortantes	x	1 e 3	230.5	230.5
		2	460.9	460.9
	y	4 e 6	230.5	230.5
		5	460.9	460.9

Fonte: Autoria própria (2020)

A norma descreve as percentagens de momentos a serem distribuídos para faixas externas e internas (Figura 71 e Figura 72) :

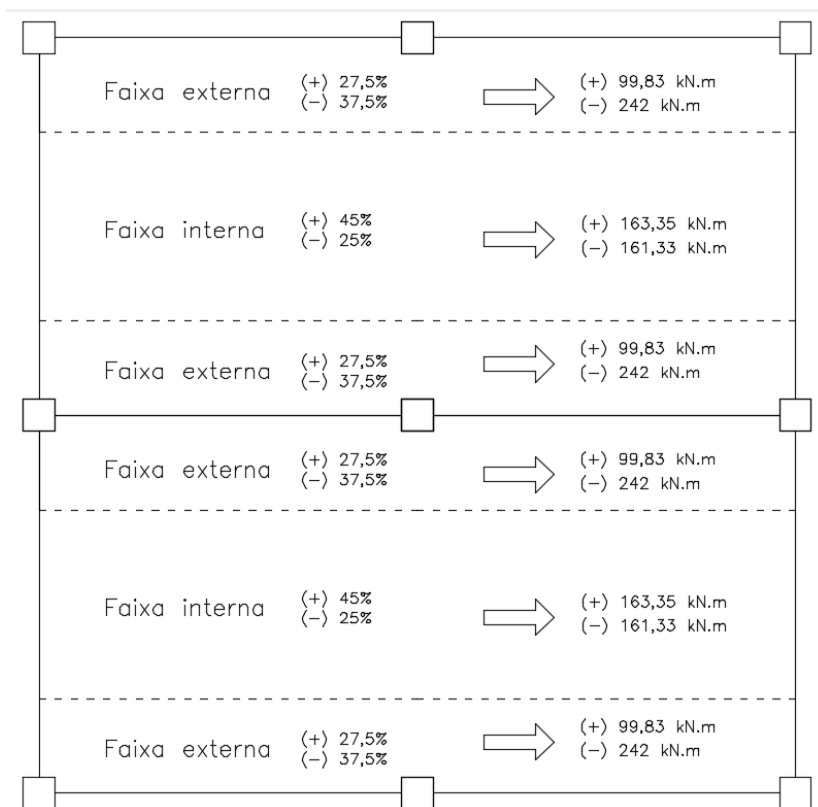
i) Momentos positivos:

- $M_d = + 363 \text{ kN.m/pórtico}$
 - Percentagem para faixas externas: $27,5 \% \times 363 = 99,83 \text{ kN.m/faixa}$
 - Percentagem para faixas internas: $45 \% \times 363 = 163,35 \text{ kN.m/faixa}$

ii) Momentos negativos:

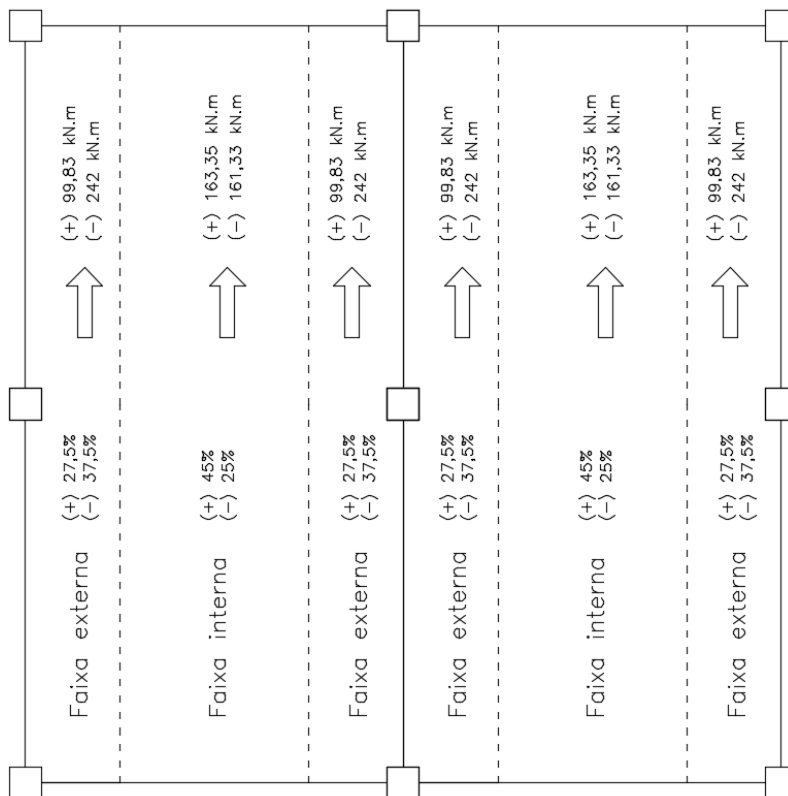
- $M_d = - 645,3 \text{ kN.m/pórtico}$
 - Percentagem para faixas externas: $37,5 \% \times -645,3 = -242 \text{ kN.m/faixa}$
 - Percentagem para faixas internas: $25 \% \times -645,3 = -161,33 \text{ kN.m/faixa}$

Figura 71 – Distribuição de momentos por faixa na direção x



Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 72 – Distribuição de momentos por faixa na direção y



Fonte: Autoria própria (2020)

Finalmente, pode-se distribuir os momentos por metro:

i) Momentos positivos:

$$\text{Faixas externas} \Rightarrow M_d = \frac{99,83}{1,75} = 57,04 \text{ kN.m/m}$$

$$\text{Faixas internas} \Rightarrow M_d = \frac{163,35}{1,75} = 93,36 \text{ kN.m/m}$$

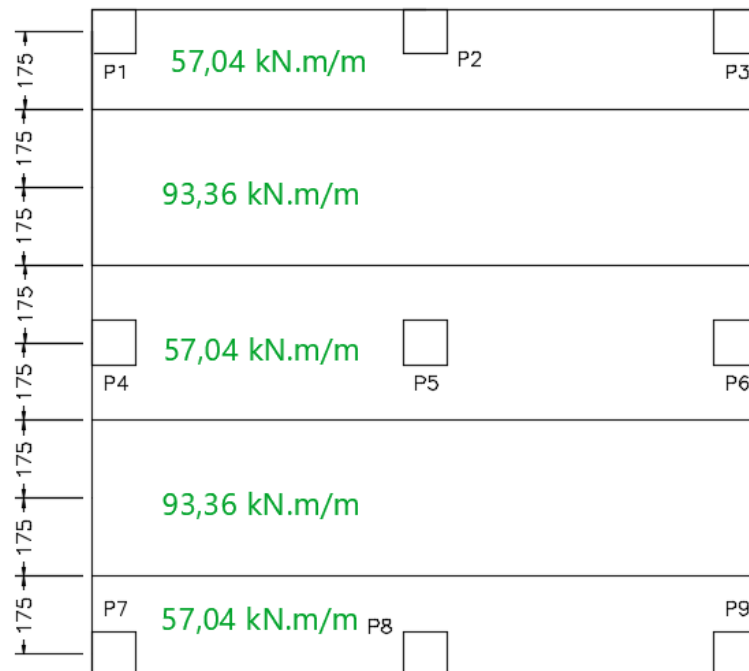
ii) Momentos negativos:

$$\text{Faixas externas} \Rightarrow M_d = \frac{-242}{1,75} = -138,32 \text{ kN.m/m}$$

$$\text{Faixas internas} \Rightarrow M_d = \frac{-161,33}{1,75} = -92,18 \text{ kN.m/m}$$

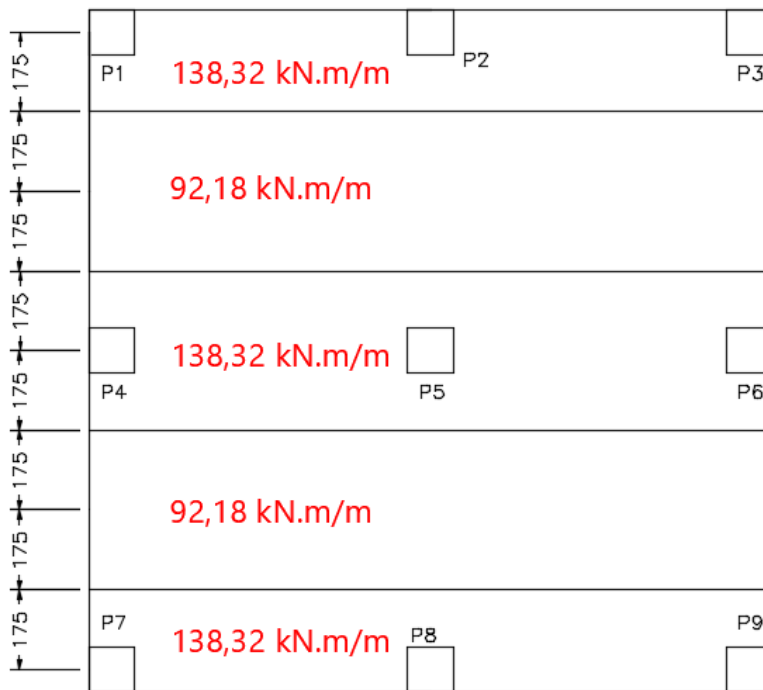
Dessa forma, a distribuição de momentos para todas as faixas nas duas direções está organizada na Figura 73, Figura 74, Figura 75 e Figura 76.

Figura 73 – Momentos positivos de cálculo para a direção x (NBR)



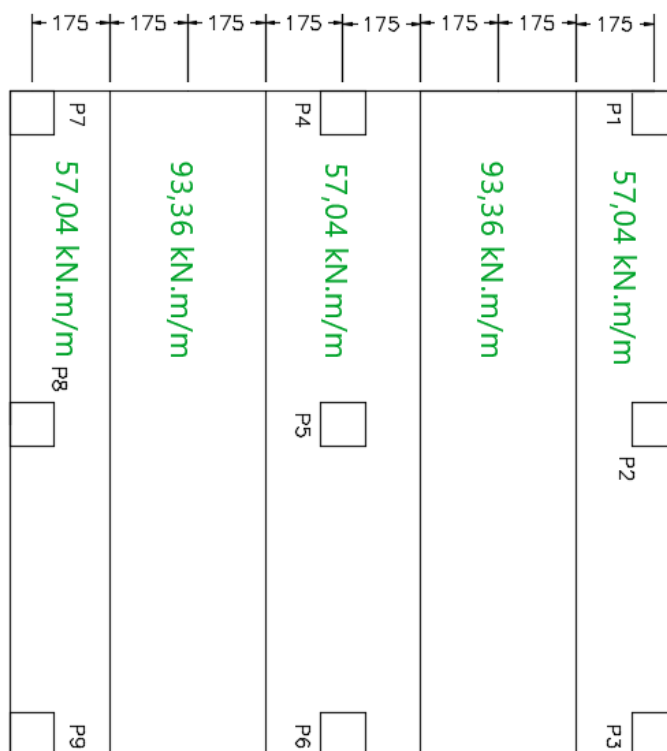
Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 74 – Momentos negativos de cálculo para a direção x (NBR)



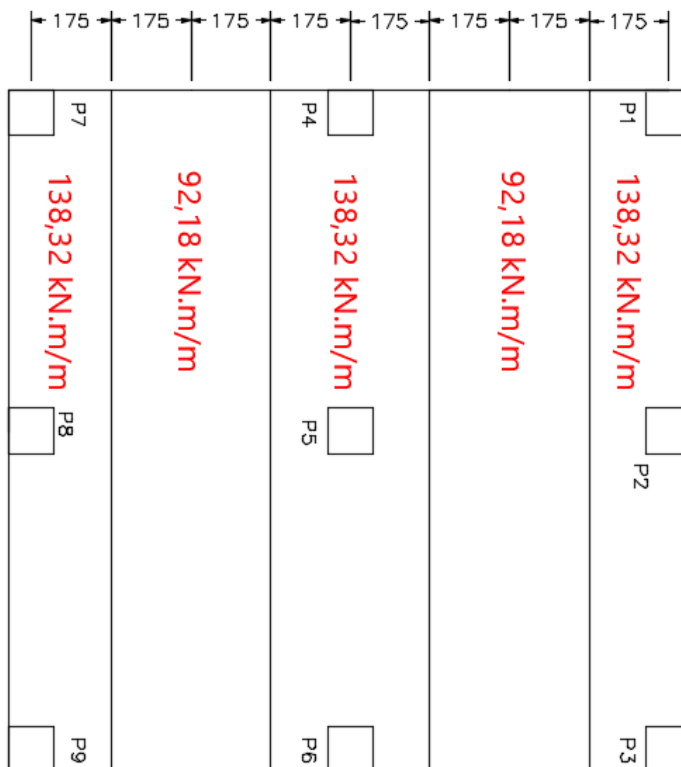
Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 75 – Momentos positivos de cálculo para a direção y (NBR)



Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 76 – Momentos negativos de cálculo para a direção y (NBR)



Fonte: Autoria própria (2020)

2.3.1.3 Dimensionamento à flexão

Para efeitos de detalhamento, o espaçamento máximo entre as barras e diâmetro máximo de:

$$s_{m\acute{a}x} = \text{mínimo} (50 \text{ cm}, 20 \text{ cm}) = 20 \text{ cm}$$

$$\phi \leq 0,125 \cdot 25 \Rightarrow \phi \leq 3,125 \text{ cm ou } 31,25 \text{ mm}$$

Repetindo o cálculo dos limites mínimos e máximos de armadura para as lajes maciças, determina-se as armaduras limites para a laje fungiforme em questão:

$$\text{Para concreto C30} \Rightarrow \rho_{mín} = 0,15$$

$$A_{s,mín} = \rho_{mín} \cdot A_c = \frac{0,15}{100} \cdot 100 \cdot 25 = 3,75 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,máx} = 4\% \cdot A_c = 0,04 \cdot 100 \cdot 25 = 100 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Para atender os momentos, calculam-se as armaduras de flexão necessárias utilizando as diretrizes da norma e equações abordadas pelas principais literaturas brasileiras (Equações 22 e 23). As configurações de varões estão mostradas na Figura 77, Figura 78, Figura 79 e Figura 80.

i) Armaduras Positivas

- $M_d = 93,36 \text{ kN.m}$

$$x = 1,25 \cdot 0,2187 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{93,36}{0,425 \cdot 1 \cdot 0,2187^2 \cdot \frac{30000}{1,4}}} \right) \cdot 100 = 3,10 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{93,36}{\frac{50}{1,15} \cdot (0,2187 - 0,4 \cdot 0,0310)} = 10,41 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,nec} = 10,41 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \text{adotar } \phi 16 \text{ c/16 } (12,06 \text{ cm}^2/\text{m})$$

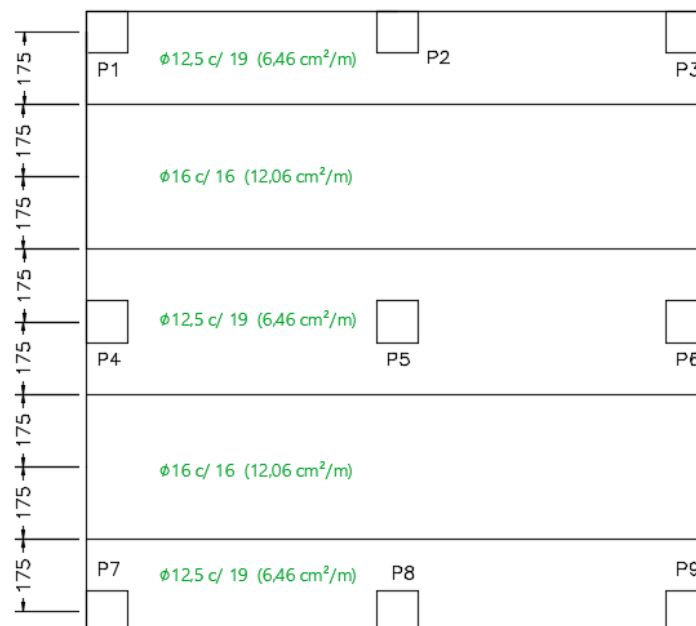
- $M_d = 57,04 \text{ kN.m}$

$$x = 1,25 \cdot 0,2187 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{57,04}{0,425 \cdot 1 \cdot 0,2187^2 \cdot \frac{30000}{1,4}}} \right) \cdot 100 = 1,85 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{57,04}{\frac{50}{1,15} \cdot (0,2187 - 0,4 \cdot 0,0185)} = 6,21 \text{ cm}^2/\text{m}$$

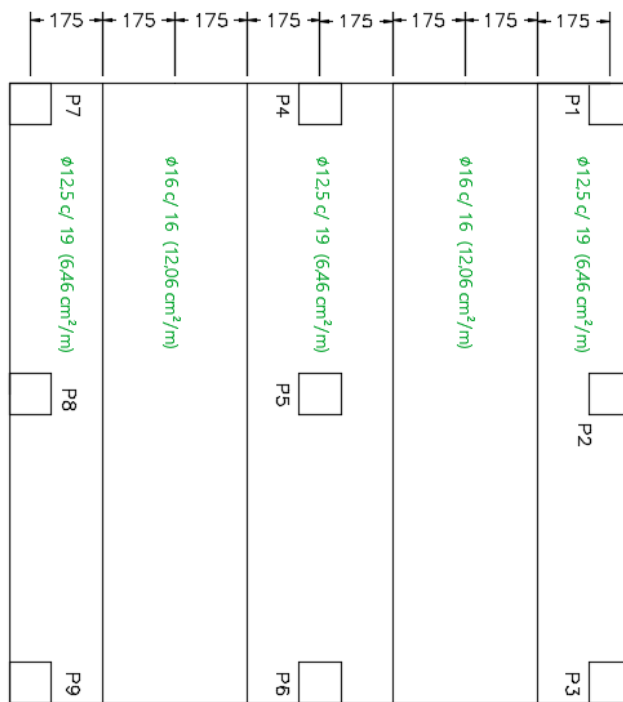
$$A_{s,nec} = 6,21 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \text{adotar } \phi 12,5 \text{ c/19 } (6,46 \text{ cm}^2/\text{m})$$

Figura 77 – Armaduras Positivas para direção x (NBR)



Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 78 – Armaduras Positivas para direção y (NBR)



Fonte: Autoria própria (2020)

ii) . Armaduras Negativas

- $M_d = 92,18 \text{ kN.m}$

$$x = 1,25 \cdot 0,2187 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{92,18}{0,425 \cdot 1 \cdot 0,2187^2 \cdot \frac{30000}{1,4}}} \right) \cdot 100 = 3,07 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{69,16}{\frac{50}{1,15} \cdot (0,2187 - 0,4 \cdot 0,0226)} = 10,26 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s,nec} = 10,26 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \text{adotar } \phi 16 \text{ c/ 16 } (12,06 \text{ cm}^2/\text{m})$$

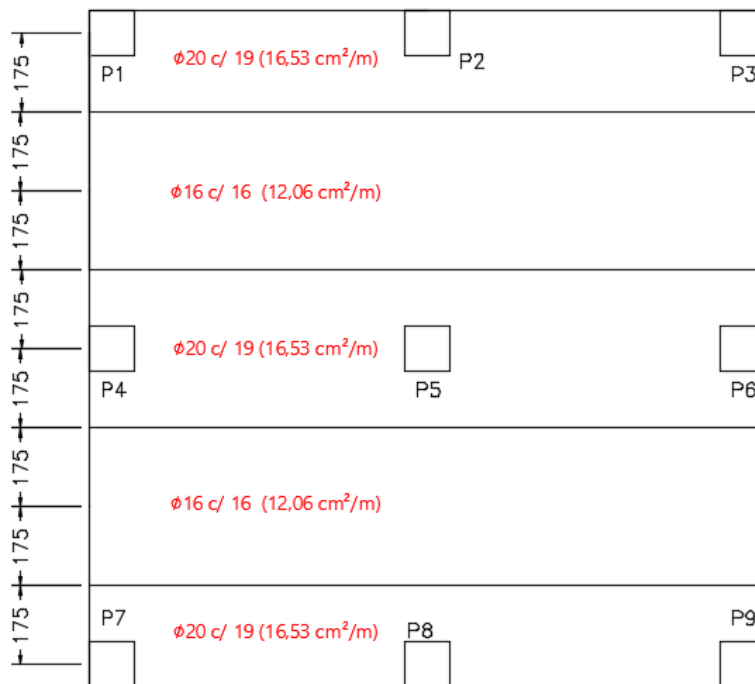
- $M_d = 138,32 \text{ kN.m}$

$$x = 1,25 \cdot 0,2187 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{138,32}{0,425 \cdot 1 \cdot 0,2187^2 \cdot \frac{30000}{1,4}}} \right) \cdot 100 = 4,75 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{138,32}{\frac{50}{1,15} \cdot (0,2187 - 0,4 \cdot 0,0475)} = 15,93 \text{ cm}^2/\text{m}$$

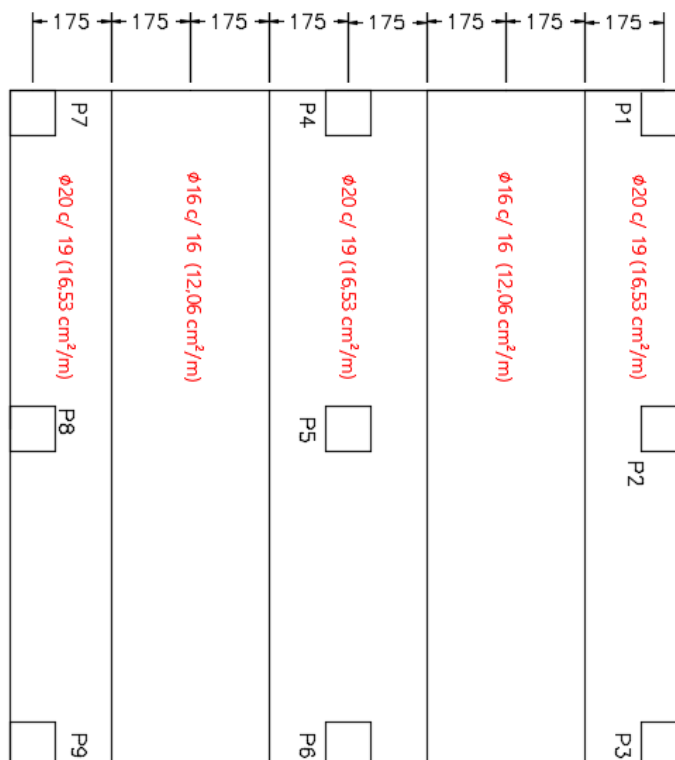
$$A_{s,nec} = 15,93 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \text{adotar } \phi 20 \text{ c/ 19 } (16,53 \text{ cm}^2/\text{m})$$

Figura 79 – Armaduras negativas para direção x (NBR)



Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 80 – Armaduras negativas para direção y (NBR)



Fonte: Autoria própria (2020)

Para o cálculo dos comprimentos de ancoragem, utiliza-se o mesmo procedimento abordado para as lajes maciças (Equação 4):

1. Barras nervuradas ($\eta_1 = 2,25$);
2. Situação de boa aderência ($\eta_2 = 1$);
3. Todos os diâmetros são inferiores a 32 mm ($\eta_3 = 1$).

$$f_{ctd} = \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot 30^{\frac{2}{3}}}{1,4} = 1,44 \text{ MPa}$$

$$f_{bd} = 2,25 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,44 = 3,25 \text{ MPa}$$

- Comprimento de ancoragem para barras com $\phi = 16$ mm

$$l_b = \frac{\phi \cdot f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}} = \frac{1,6 \cdot \frac{500}{1,15}}{4 \cdot 3,25} = 53,52 \text{ cm}$$

- Comprimento de ancoragem para barras com $\phi = 20$ mm

$$l_b = \frac{\phi \cdot f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}} = \frac{2 \cdot \frac{500}{1,15}}{4 \cdot 3,25} = 66,89 \text{ cm}$$

2.3.1.4 Dimensionamento das armaduras contra colapso progressivo

Para o cálculo das armaduras contra colapso progressivo, serão dispostas barras inferiores de aço para cada direção de cada pilar cuja soma seja a área calculada seguindo a expressão fornecida pela norma:

$$A_{sccp} = 1,5 \cdot \frac{F_{sd}}{f_{yd}}$$

- Pilares de Canto 1, 3, 7 e 9 ($F_{sd} = 276,6$ kN)

$$A_{sccp} = 1,5 \cdot \frac{276,6}{\frac{50}{1,15}} = 9,54 \text{ cm}^2 \Rightarrow 8 \phi 12,5 (9,81 \text{ cm}^2) \text{ [4 barras para cada direção]}$$

- Pilares de Bordo 2, 4, 6 e 8 ($F_{sd} = 507$ kN)

$$A_{sccp} = 1,5 \cdot \frac{507}{\frac{50}{1,15}} = 17,49 \text{ cm}^2 \Rightarrow 6 \phi 20 (18,85 \text{ cm}^2) \text{ [3 barras para cada direção]}$$

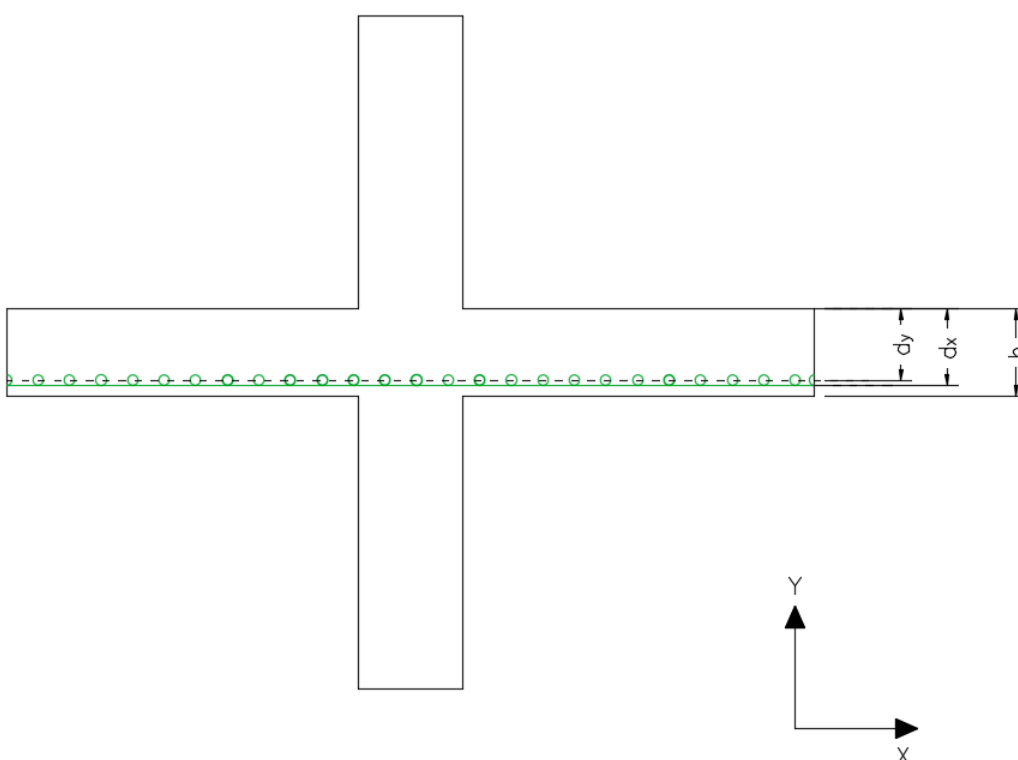
- Pilar Interior 5 ($F_{sd} = 737,5$ kN)

$$A_{sccp} = 1,5 \cdot \frac{921,8}{\frac{50}{1,15}} = 31,80 \text{ cm}^2 \Rightarrow 8 \phi 25 (39,26 \text{ cm}^2) \text{ [4 barras para cada direção]}$$

2.3.1.5 Dimensionamento das armaduras de punçoamento

Quanto ao punçoamento, serão demonstrados os cálculos referentes a cada tipo de pilar em relação a sua posição na planta. Para as verificações de segurança, a norma pede que seja verificado o punçoamento no contorno C que corresponde ao perímetro da face do pilar, contorno C' correspondente a uma distância $2d$ da face do pilar e do contorno C'', perímetro onde não se é mais necessária armadura. A princípio deve-se determinar uma altura útil para o cálculo, considerando as armaduras positivas de flexão já calculadas, para o pilar interno P5 têm-se o esquematizado em corte na Figura 81.

Figura 81 – Corte do Pilar interno P5 das armaduras de flexão positivas (NBR)



Fonte: Autoria própria (2020)

Na região desse pilar, de acordo com as armaduras de flexão já calculadas, foram escolhidas barras de diâmetros de 12,5 mm para ambas direções.

$$d_x = 25 - 2,5 - 0,5 \cdot 1,25 = 21,875 \text{ cm}$$

$$d_y = 25 - 2,5 - 1,25 - 0,5 \cdot 1,25 = 20,625 \text{ cm}$$

$$d = \frac{21,875 + 20,625}{2} = 21,25 \text{ cm}$$

a) Pilar interno

a.1) Verificação quanto ao esmagamento do betão

Por se tratar de uma estrutura contraventada, nenhum momento é transmitido aos pilares, dessa forma para verificação do punçoamento será utilizado como esforço único retirado dos diagramas de esforços cortantes para as duas direções:

$$F_{sd} = 921,8 \text{ kN}$$

Calcula-se através da Equação 35 o perímetro crítico correspondente as faces do pilar:

$$\mu_o = 2 \cdot (30 + 30) = 120 \text{ cm}$$

Portanto, calculam-se as tensões solicitantes e resistentes de punção (Equações 55 e 44):

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_o \cdot d} = \frac{921,8}{120 \cdot 21,25} = 0,36 \text{ kN/cm}^2 = 3,6 \text{ MPa}$$

$$\tau_{rdz} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) \cdot \frac{30}{1,4} = 5,09 \text{ MPa}$$

Dessa forma, o valor de resistência é superior a solicitação, a diagonal do betão não será esmagada:

$$3,6 \text{ MPa} \leq 5,09 \text{ MPa}$$

a.2) Verificação no Contorno C' para que a seção prescindia de armadura de punçoamento

Para este novo contorno, calcula-se o perímetro crítico distante $2d$ do pilar (Equação 36):

$$\mu_1 = 2 \cdot 30 + 2 \cdot 30 + 4\pi \cdot 21,25 = 387 \text{ cm}$$

Portanto, a tensão solicitante neste contorno pode ser determinada através da expressão:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_1 \cdot d} = \frac{921,8}{387 \cdot 21,25} = 1,12 \text{ MPa}$$

Para realizar a verificação, faz-se o cálculo da tensão resistente de punção, necessita-se a informação da taxa de armadura dentro da região crítica (Equações 51,52 e 53):

$$A_{sx}^{(+)} = A_{sy}^{(+)} = 27 \text{ cm}^2$$

$$A_{sx}^{(-)} = A_{sy}^{(-)} = 25,1 \text{ cm}^2$$

$$\rho_x = \frac{27 + 25,1}{(6 \cdot 21,25 + 30) \cdot 25} = 0,0132$$

$$\rho_y = \frac{27 + 25,1}{(6 \cdot 21,25 + 30) \cdot 25} = 0,0132$$

$$\rho = \sqrt{0,0088 \cdot 0,0088} = 0,0132$$

Finalmente, pode-se calcular a tensão resistente (Equação 43) para verificar se a seção necessitará de armadura de punção:

$$\tau_{rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{21,25}} \right) \cdot (100 \cdot 0,0132 \cdot 30)^{1/3} = 0,87 \text{ MPa}$$

Logo, a tensão solicitante é superior a resistente, tornando necessária a presença de armadura de punçoamento:

$$1,12 \text{ MPa} > 0,87 \text{ MPa}$$

a.3) Cálculo da armadura necessária contra o efeito de punçoamento

Foi verificado que a seção precisa de aço para combater os esforços de punção para evitar a ruína da estrutura provocada pela concentração de tensões na região crítica C'. Nesse caso, a próxima etapa é calcular a taxa de aço por perímetro até chegar em um perímetro onde essas tensões na seção sem armadura sejam totalmente dissipadas sem a necessidade da mesma. A tensão solicitante a ser superada é a mesma de 1,12 MPa, considerando as armaduras de punção retas ($\alpha = 90^\circ$), para calcular a área de armadura necessária:

$$\tau_{sd} = \tau_{rd3} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + \left(1,5 \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{S_r \cdot \mu} \right)$$

Para o cálculo da resistência de armadura de punção, a norma fixa 250 MPa para lajes de até 15 cm e 435 MPa para espessuras superiores a 35 cm, para a espessura em questão de 25 cm utiliza-se o recurso de interpolação linear:

$$\frac{35 - 15}{435 - 250} = \frac{25 - 15}{x - 250} \Rightarrow \frac{20}{185} = \frac{10}{x - 250} \Rightarrow x - 250 = \frac{185 \cdot 10}{20} \Rightarrow x = 342,5 \text{ MPa}$$

Define-se o espaçamento radial máximo permitido segundo a norma:

$$s_r \leq 0,75d \Rightarrow 0,75 \cdot 21,25 = 15,94 \text{ cm} \Rightarrow \text{adoptar } 15 \text{ cm}$$

E finalmente calcula-se a taxa de armadura por linha de perímetro:

$$1,12 = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{21,25}} \right) \cdot (100 \cdot 0,0132 \cdot 30)^{1/3} + \left(1,5 \cdot \frac{A_{sw} \cdot 34,25}{15 \cdot 387} \right)$$

$$0,112 = 0,0671 + 0,00885 \cdot A_{sw} \Rightarrow A_{sw} = 5,06 \text{ cm}^2 / \text{linha}$$

Utilizando os critérios abordados na norma, decide-se por utilizar os seguintes espaçamentos entre as armaduras:

$$s_o \leq 0,5d \Rightarrow 10,625 \text{ cm (adotar } 10 \text{ cm)}$$

$$s_r = 15 \text{ cm}$$

Para atender essa necessidade, são utilizadas 16 barras de diâmetro de 8 mm por perímetro, totalizando uma área efetiva de 8,04 cm².

a.4) Verificação no Contorno C''

Finalmente, a norma pede que seja feita uma verificação no contorno C'', perímetro distante $2d$ da região armada:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd1}$$

O τ_{rd1} já foi calculado anteriormente, valor correspondente a 0,87 MPa. Sendo assim, calcula-se a tensão solicitante τ_{sd} , aumentando o valor de p que é a distância entre a face do pilar e o último perímetro de armadura:

- Cálculo da Tensão solicitante para $p = 25 \text{ cm}$ (2 perímetros de armadura)

Calcula-se o perímetro crítico o módulo de resistência plástica para o pilar no contorno C'' (Equação 37):

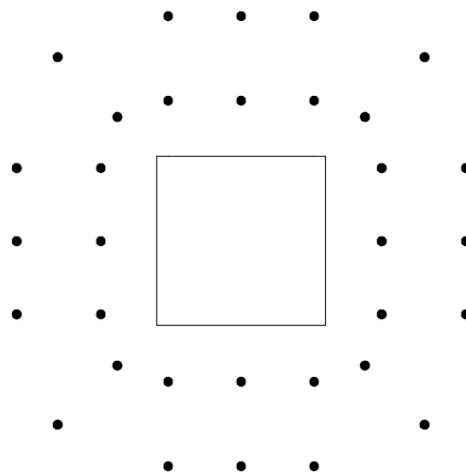
$$\mu_2 = 2 \cdot 30 + 2 \cdot 30 + 4\pi \cdot 21,25 + 2\pi \cdot (10 + 15) = 544 \text{ cm}$$

$$\tau_{sd} = \frac{921,8}{544 \cdot 21,25} = 0,79 \text{ MPa}$$

$$\tau_{sd} = 0,79 \text{ MPa} \leq 0,87 \text{ MPa} \quad (OK)$$

Logo, para garantir um p de 25 cm, a armadura para o pilar deverá ser configurada da maneira disposta na Figura 82 :

Figura 82 – Configuração da armadura de punção para o pilar interno (NBR)



Fonte: Autoria própria (2020)

Para esse pilar , serão necessárias a quantidade de estribos disposta no Quadro 22.

Quadro 22 – Quantidade de estribos para o pilar interno (NBR)

Pilar	$A_{sw,calc}$ (cm ²)	Φ (mm)	Quant./perímetro	N ^o total	$A_{sw,ef}$ (cm ²)	A_{total} (cm ²)
5	5,06	8	2	32	8,04	16,08

Fonte: Autoria própria (2020)

b) Pilar de Bordo (P2, P4, P6 e P8)

Os pilares de bordo estão submetidos ao seguinte esforço de corte:

$$F_{sd} = 507 \text{ kN}$$

b.1) Verificação quanto ao esmagamento do betão

Para cálculo das dimensões contribuintes para o perímetro crítico têm-se (Equações 31 e 32):

$$a_0 = 1,5 \cdot 21,25 = 31,87 \leq \frac{30}{2} = 15;$$

$$\mu_0 = 2 \cdot 15 + 30 = 60 \text{ cm}$$

Portanto, calculam-se as tensões solicitantes e resistentes de punção (Equações 55 e 44)

$$\tau_{sd} = \frac{507}{60 \cdot 21,25} = 0,397 \text{ kN/cm}^2 = 3,97 \text{ MPa}$$

$$\tau_{rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) \cdot \frac{30}{1,4} = 5,09 \text{ MPa}$$

Dessa forma, o valor de resistência é superior a solicitação, a diagonal do betão não será esmagada:

$$3,97 \text{ MPa} \leq 5,09 \text{ MPa}$$

b.2) Verificação no Contorno C' para que a seção prescindia de armadura de punçoamento

Sem momentos atuantes na ligação, calcula-se o perímetro crítico em C' (Equação 33) e a tensão solicitante respectiva:

$$\mu_1 = 60 + 2\pi \cdot 21,25 = 193 \text{ cm}$$

$$\tau_{sd} = \frac{507}{193 \cdot 21,25} = 1,23 \text{ MPa}$$

Para determinar a parcela resistente τ_{rd1} (Equação 43), as taxas de armadura existentes dentro da região crítica delimitada por C' (Equações 49, 50 e 53):

$$A_{sx}^{(+)} = 14,13 \text{ cm}^2$$

$$A_{sy}^{(+)} = 7,06 \text{ cm}^2$$

$$A_{sx}^{(-)} = 11,04$$

$$A_{sy}^{(-)} = 5,52 \text{ cm}^2$$

$$\rho_x = \frac{14,13 + 11,04}{(6 \cdot 21,25 + 30) \cdot 25} = 0,00640$$

$$\rho_y = \frac{7,06 + 5,52}{(3 \cdot 21,25 + 30) \cdot 25} = 0,00536$$

$$\rho = \sqrt{0,00640 \cdot 0,00536} = 0,00586$$

$$\tau_{rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{21,25}} \right) \cdot (100 \cdot 0,00586 \cdot 30)^{1/3} = 0,66 \text{ MPa}$$

Logo, a tensão solicitante é superior a resistente, tornando necessária a presença de armadura de punçoamento:

$$1,23 \text{ MPa} > 0,66 \text{ MPa}$$

b.3) Cálculo da armadura necessária contra o efeito de punçoamento

Os espaçamentos entre estribos S_r e a resistência da armadura de punçoamento f_{ywd} permanecem os mesmos, calcula-se então a armadura necessária para atender a solicitação:

$$1,23 = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{21,25}} \right) \cdot (100 \cdot 0,00586 \cdot 30)^{1/3} + \left(1,5 \cdot \frac{A_{sw} \cdot 34,25}{15 \cdot 193} \right)$$

$$0,123 = 0,0512 + 0,0177 \cdot A_{sw} \Rightarrow A_{sw} = 4,04 \text{ cm}^2 / \text{linha}$$

Para atender essa necessidade, serão utilizadas 11 barras de diâmetro de 8 mm por perímetro, totalizando uma área efetiva de 5,52 cm².

b.4) Verificação no Contorno C''

- Cálculo da Tensão solicitante para $p = 25 \text{ cm}$ (2 perímetros de armadura)

Calcula-se então o perímetro crítico para o contorno C'' (Equação 34):

$$\mu_2 = 193 + \pi \cdot (10 + 15) = 272 \text{ cm}$$

Finalmente, determina-se a tensão solicitante no contorno C'':

$$\tau_{sd} = \frac{507}{272 \cdot 21,25} = 0,87 \text{ MPa}$$

Logo, não se faz suficiente:

$$\tau_{sd} = 0,87 \text{ MPa} > 0,66 \text{ MPa}$$

- Cálculo da Tensão solicitante para $p = 55 \text{ cm}$ (4 perímetros de armadura)

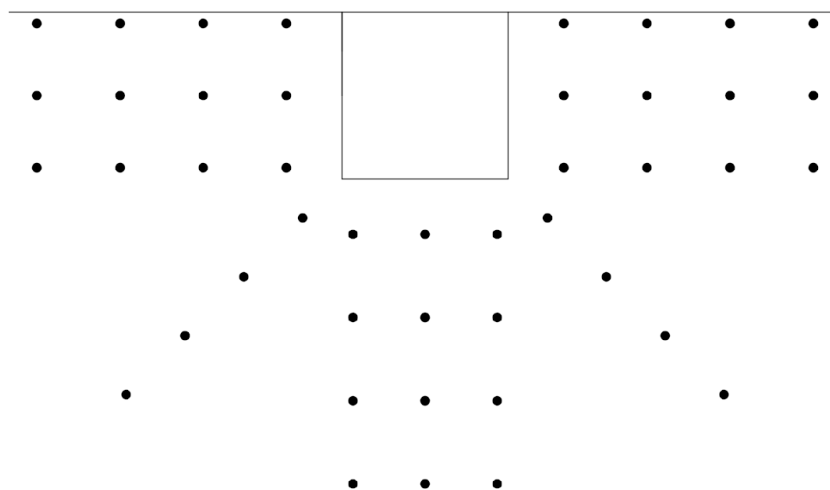
$$\mu_2 = 193 + \pi \cdot 55 = 366,30 \text{ cm}$$

$$\tau_{sd} = \frac{507}{366,30 \cdot 21,25} = 0,652 \text{ MPa}$$

$$\tau_{sd} = 0,652 \text{ MPa} \leq 0,66 \text{ MPa (OK)}$$

Sendo assim, a configuração de armaduras de punção para os pilares de bordo permanece conforme mostrado na Figura 83. O Quadro 23 mostra as informações relativas a armadura de punção para este tipo de pilar.

Figura 83 – Configuração da armadura de punção para o pilar de bordo (NBR)



Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 23 – Quantidade de estribos para o pilar de bordo (NBR)

Pilar	$A_{sw,calc}$ (cm ²)	Φ (mm)	Quant./perímetro	N° total	$A_{sw,ef}$ (cm ²)	A_{total} (cm ²)
2	4,04	8	11	44	5,52	22,12
4	4,04	8	11	44	5,52	22,12
6	4,04	8	11	44	5,52	22,12
8	4,04	8	11	44	5,52	22,12

Fonte: Autoria própria (2020)

c) Pilar de Canto (P1, P3, P7 e P9)

Os pilares de canto estão submetidos aos seguintes esforços:

$$F_{sd} = 276,6 \text{ kN}$$

c.1) Verificação quanto ao esmagamento do betão

Para cálculo do perímetro crítico na face do pilar (Equação 26), calcula-se as dimensões a_1 e a_2 (Equações 27 e 28):

$$a_1 = a_2 = 15 \text{ cm}$$

$$\mu_0 = 15 + 15 = 30 \text{ cm}$$

Portanto, calculam-se as tensões solicitantes e resistentes de punçoamento (Equações 55 e 44)

$$\tau_{sd} = \frac{276,6}{30 \cdot 21,25} = 0,434 \text{ kN/cm}^2 = 4,34 \text{ MPa}$$

$$\tau_{rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) \cdot \frac{30}{1,4} = 5,09 \text{ MPa}$$

Dessa forma, o valor de resistência é superior a solicitação, a diagonal do betão não será esmagada:

$$4,34 \text{ MPa} \leq 5,09 \text{ MPa}$$

c.2) Verificação no Contorno C' para que a seção prescindia de armadura de punçoamento

O perímetro crítico em C' para os pilares de canto são calculados através da Equação 29:

$$\mu_1 = 15 + 15 + \pi \cdot 21,25 = 96,75 \text{ cm}$$

Como não existe momento atuando nas ligações, a tensão solicitante será gerada apenas por F_{sd} :

$$\tau_{sd} = \frac{276,6}{96,75 \cdot 21,25} = 1,34 \text{ MPa}$$

Quanto a resistência, as taxas de armadura existentes dentro da região crítica gerada por C' (Equações 47, 48 e 53):

$$A_{sx}^{(+)} = A_{sy}^{(+)} = 7,25 \text{ cm}^2$$

$$A_{sx}^{(-)} = A_{sy}^{(-)} = 7,17 \text{ cm}^2$$

$$\rho_x = \frac{7,25 + 7,17}{(3 \cdot 21,25 + 30) \cdot 25} = 0,00615$$

$$\rho_y = \frac{7,06 + 5,52}{(3 \cdot 21,25 + 30) \cdot 25} = 0,00615$$

$$\rho = \sqrt{0,00640 \cdot 0,00536} = 0,00615$$

$$\tau_{rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{21,25}} \right) \cdot (100 \cdot 0,00615 \cdot 30)^{1/3} = 0,676 \text{ MPa}$$

Logo, a sollicitação é superior a resistência, o que torna necessária a presença de armadura de punçoamento:

$$1,34 \text{ MPa} > 0,676 \text{ MPa}$$

c.3) Cálculo da armadura necessária contra o efeito de punçoamento

Sendo assim, calcula-se a quantidade de aço para combater o punçoamento:

$$1,34 = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{21,25}} \right) \cdot (100 \cdot 0,00615 \cdot 30)^{1/3} + \left(1,5 \cdot \frac{A_{sw} \cdot 34,25}{15 \cdot 96,75} \right)$$

$$0,134 = 0,052 + 0,0354 \cdot A_{sw} \Rightarrow A_{sw} = 2,32 \text{ cm}^2 / \text{linha}$$

Para atender essa necessidade, serão utilizadas 7 barras de diâmetro de 8 mm por perímetro, totalizando uma área efetiva de 3,51 cm².

c.4) Verificação no Contorno C''

- Cálculo da Tensão solicitante para $p = 25 \text{ cm}$ (2 perímetros de armadura)

Calcula-se então o perímetro crítico para o contorno C'' (Equação 30):

$$\mu_2 = 15 + 15 + \pi \cdot 21,25 + \frac{\pi \cdot 25}{2} = 136,02 \text{ cm}$$

Finalmente, determina-se a tensão solicitante no contorno C'':

$$\tau_{sd} = \frac{276,6}{136,02 \cdot 21,25} = 0,956 \text{ MPa}$$

$$\tau_{sd} = 0,956 \text{ MPa} > 0,676 \text{ MPa} \text{ (Insuficiente)}$$

- Cálculo da Tensão solicitante para $p = 70$ cm (5 perímetros de armadura)

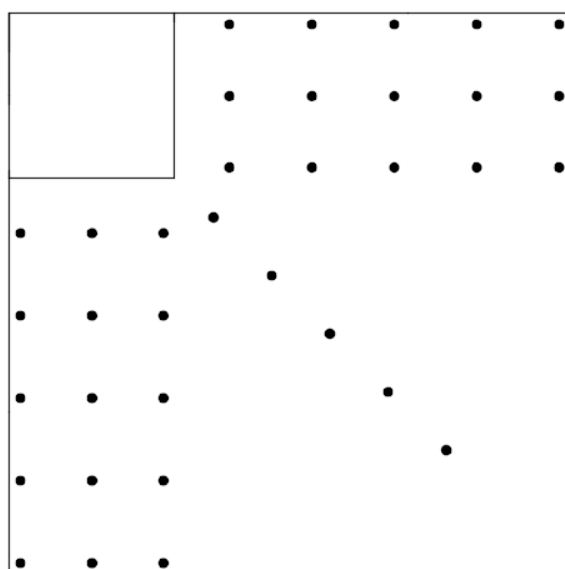
$$\mu_{cr} = 15 + 15 + \pi \cdot 21,25 + \frac{\pi \cdot 70}{2} = 206,71 \text{ cm}$$

$$\tau_{sd} = \frac{276,6}{206,71 \cdot 21,25} = 0,63 \text{ MPa}$$

$$\tau_{sd} = 0,63 \text{ MPa} \leq 0,66 \text{ MPa (OK)}$$

Sendo assim, a configuração de armaduras de punção para os pilares de canto permanece conforme mostrado na Figura 84. O Quadro 24 mostra as informações relativas a armadura de punção para este tipo de pilar.

Figura 84 – Configuração da armadura de punção para o pilar de canto (NBR)



Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 24 – Quantidade de estribos para o pilar de canto (NBR)

Pilar	$A_{sw,calc}$ (cm ²)	Φ (mm)	Quant./perímetro	N° total	$A_{sw,ef}$ (cm ²)	A_{total} (cm ²)
1	2,32	8	7	35	3,51	17,59
3	2,32	8	7	35	3,51	17,59
7	2,32	8	7	35	3,51	17,59
9	2,32	8	7	35	3,51	17,59

Fonte: Autoria própria (2020)

2.3.2 Norma portuguesa NP EN 1992-1-1 (2010)

2.3.2.1 Pré-dimensionamento

Para calcular as cargas que serão consideradas para a obtenção dos esforços, primeiramente encontra-se uma espessura para a laje de acordo com critérios empíricos mas comum entre projetistas em Portugal:

$$h = \frac{\ell_y}{25 \text{ a } 35} = \frac{700}{25 \text{ a } 35} = 20 \text{ cm} \leq h \leq 28 \text{ cm} \Rightarrow h = 25 \text{ cm}$$

2.3.2.2 Ações e esforços internos de cálculo

Dessa forma, estima-se o carregamento que será aplicado na laje por metro quadrado:

1. Peso próprio: $0,25 \text{ m} \times 25 \text{ kN/m}^3 = 6,25 \text{ kN/m}^2$
2. Sobrecarga: $2,0 \text{ kN/m}^2$
3. Revestimento e divisórias: $2,35 \text{ kN/m}^2$

$$p_{sd} = 1,35 \cdot CP + 1,5 \cdot CV = 1,35 \cdot (6,25 + 2,35) + 1,5 \cdot 2,0 = 14,61 \text{ kN/m}^2$$

Por se tratar de uma estrutura simétrica, pode-se definir igualdades entre pórticos:

- Pórtico 1 = Pórtico 3
- Pórtico 2
- Pórtico 4 = Pórtico 6
- Pórtico 5

Com os valores por metro quadrado de laje calculados juntamente com as larguras de cada pórtico, pode-se calcular o valor por metro linear para então determinar os momentos e cortantes mostrados no Quadro 25.

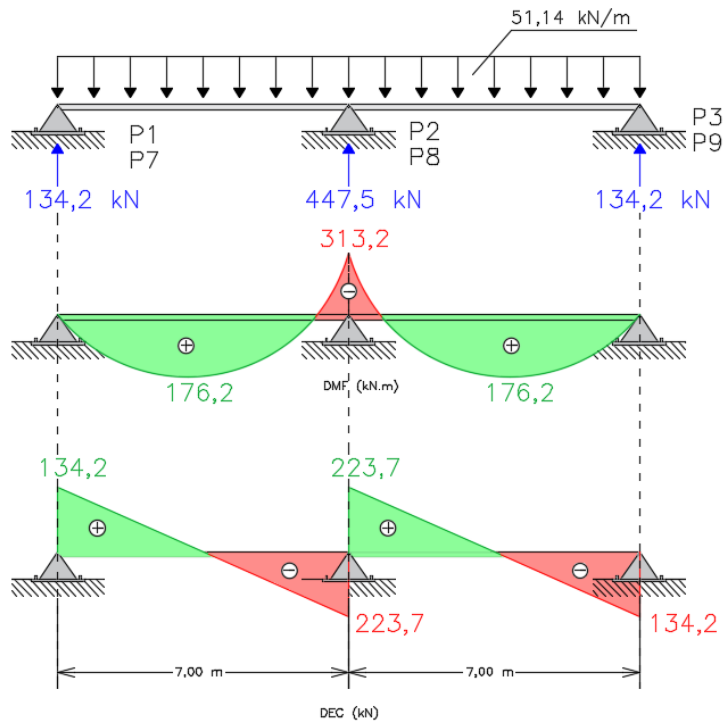
Quadro 25 – Cálculo dos carregamentos atuantes nos pórticos

Pórtico	Largura (m)	p (kN/m)
1	$1,75 \cdot 2 = 3,50$	$14,61 \cdot 3,50 = 51,14 \text{ kN/m}$
3	$1,75 \cdot 2 = 3,50$	$14,61 \cdot 3,50 = 51,14 \text{ kN/m}$
2	$1,75 \cdot 4 = 7,00$	$14,61 \cdot 7,00 = 102,27 \text{ kN/m}$
4	$1,75 \cdot 2 = 3,50$	$14,61 \cdot 3,50 = 51,14 \text{ kN/m}$
6	$1,75 \cdot 2 = 3,50$	$14,61 \cdot 3,50 = 51,14 \text{ kN/m}$
5	$1,75 \cdot 4 = 7,00$	$14,61 \cdot 7,00 = 102,27 \text{ kN/m}$

Fonte: Autoria própria (2020)

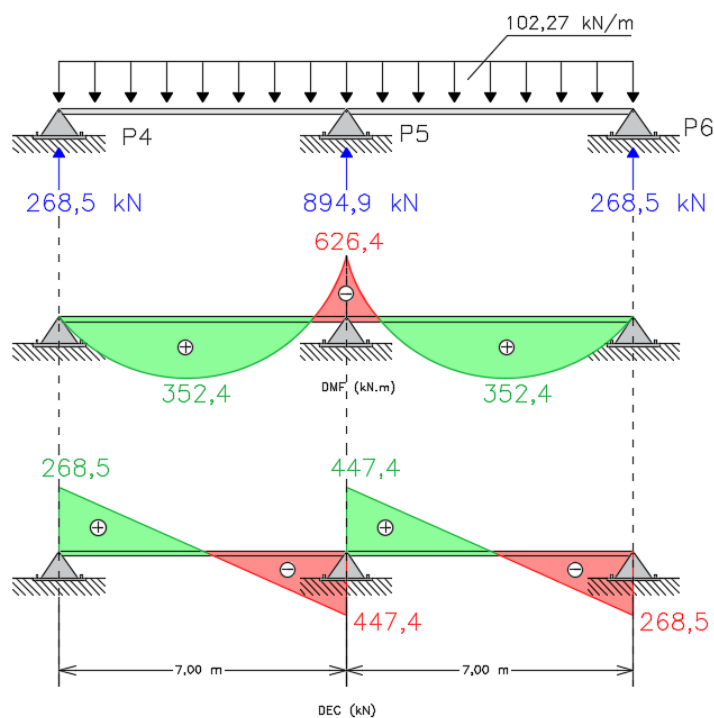
Através do *software ftool*, obtém-se os diagramas de momentos fletores e cortantes para as duas direções mostrados na Figura 85, Figura 86, Figura 87 e Figura 88, além dos esforços máximos conforme o Quadro 26 e Quadro 27.

Figura 85 – Diagramas de esforços de cálculo para os Pórticos 1 e 3 (NP)



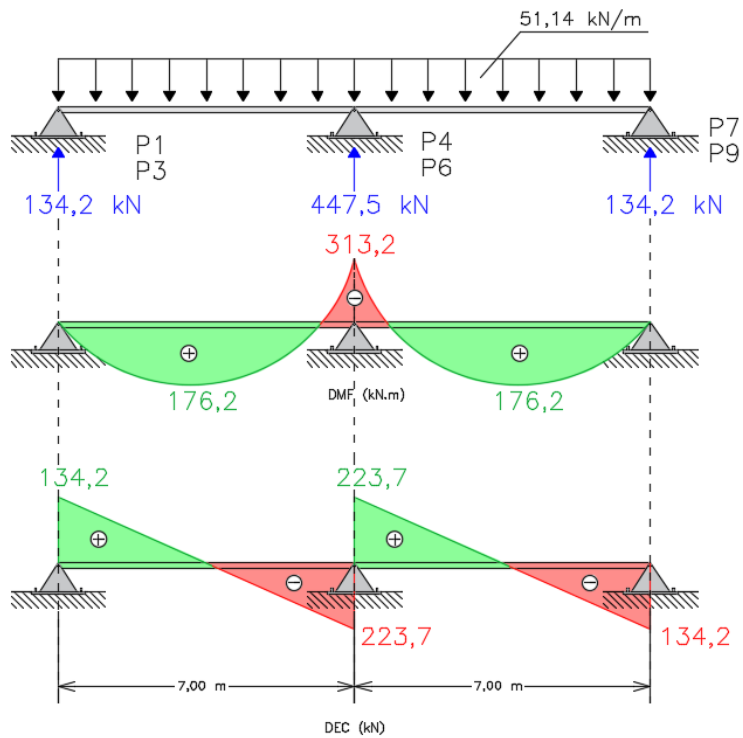
Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 86 – Diagramas de esforços de cálculo para o Pórtico 2 (NP)



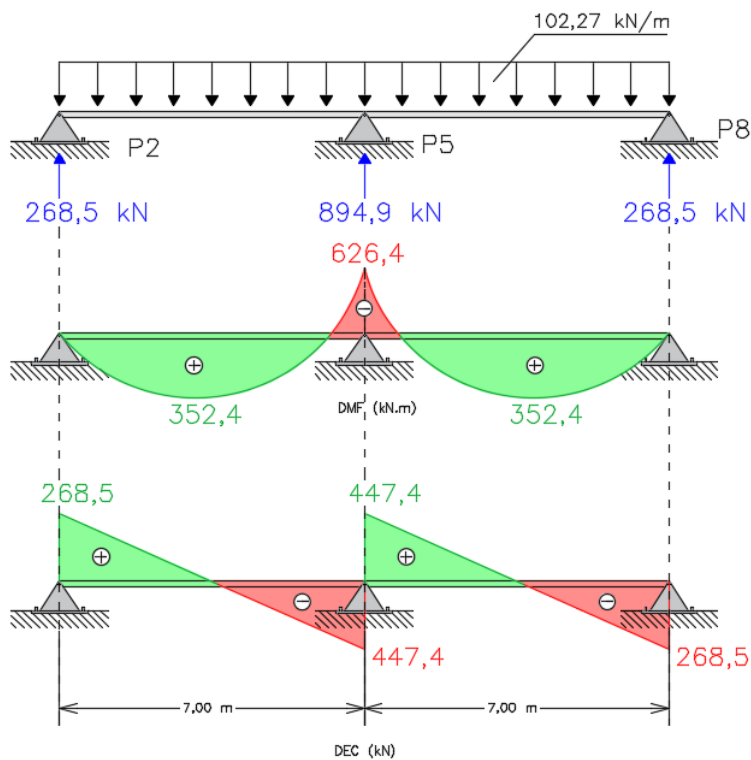
Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 87 – Diagramas esforços de cálculo para os Pórticos 4 e 6 (NP)



Fonte: Autoria própria (2020)

Figura 88 – Diagramas de esforços para o Pórtico 5 (NP)



Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 26 – Esforços máximos de cálculo para dimensionamento na direção X

Pórtico	$M_d^{(+)} [kN.m]$	$M_d^{(-)} [kN.m]$	$V_d^{(+)} [kN]$	$V_d^{(-)} [kN]$
1	176,2	313,2	223,7	223,7
2	352,4	626,4	447,4	447,4
3	176,2	313,2	223,7	223,7

Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 27 – Esforços máximos de cálculo para dimensionamento na direção Y

Pórtico	$M_d^{(+)} [kN.m]$	$M_d^{(-)} [kN.m]$	$V_d^{(+)} [kN]$	$V_d^{(-)} [kN]$
4	176,2	313,2	223,7	223,7
5	352,4	626,4	447,4	447,4
6	176,2	313,2	223,7	223,7

Fonte: Autoria própria (2020)

2.3.2.3 Dimensionamento à flexão

Para prosseguir no cálculo, é necessária a informação do valor de recobrimento considerado para a determinação da altura útil. Por se tratar de uma peça submetida a corrosão por carbonatação e humidade moderada, de acordo com a norma portuguesa, a classe ambiental em questão, segundo o Quadro 4.1 da norma, é a *XC3* relativa a humidade moderada. Para a laje em questão, serão utilizados varões isolados, logo o $c_{min,b}$ será considerado como diâmetro do varão, 12 mm. Para o cálculo de $c_{min,dur}$, também é necessária a informação relativa a classe estrutural do projeto; por se estimar uma vida útil de 50 anos, a classe estrutural adequada para tal é a *S4*. Logo, com base no Quadro 4.2 da norma portuguesa, pode-se definir esse valor como 25 mm. Considerando $\Delta c_{dur,y}$, $\Delta c_{dur,add}$ e $\Delta c_{dur,st}$ valores nulos, o valor de recobrimento mínimo pode ser definido da seguinte forma:

$$c_{min} = \text{máximo} \{12 \text{ mm}; 25 \text{ mm}; 10 \text{ mm}\} \Rightarrow c_{min} = 25 \text{ mm}$$

Com a adição de 5 mm de margem mínima de tolerância Δc_{dev} sugerida pela norma portuguesa o valor de recobrimento adotado será :

$$c = 25 + 5 = 30 \text{ mm ou } 3 \text{ cm}$$

Dessa forma, pode-se estimar a altura útil, considerando uma hipótese inicial de diâmetro do varão de 12 mm:

$$d = h - \left(c + \frac{\phi_{barra}}{2} \right) = 25 - \left(3 + \frac{1,2}{2} \right) = 21,4 \text{ cm}$$

Para ser realizada a repartição dos momentos, a norma portuguesa permite escolher as percentagens, desde que esteja dentro dos limites propostos no regulamento. Serão considerados no cálculo os seguintes coeficientes de repartição χ :

1. Momentos Positivos

- $\chi = 55 \%$ para faixas externas
- $\chi = 45 \%$ para faixas internas

2. Momentos Negativos

- $\chi = 75 \%$ para faixas externas
- $\chi = 25 \%$ para faixas internas

Sendo assim, realiza-se a repartição dos momentos do pórtico para as faixas e obtém-se os momentos de cálculo através da divisão dos momentos por faixa pela largura da mesma, conforme o Quadro 28 e Quadro 29.

$$M_{faixa} [kN.m/m] = M_{pórtico} [kN.m] \cdot \chi [\%]$$

$$M_{Ed} [kN.m] = \frac{M_{faixa} \left[kN \cdot \frac{m}{faixa} \right]}{L_{faixa} [m]}$$

Quadro 28 – Repartição dos momentos nas faixas e cálculo dos momentos M_{Ed} na direção X

Repartição dos momentos para as faixas - Direção X							
Pórtico	Sinal	Momentos no pórtico - kN.m	Largura da faixa - m	Tipo de faixa	Coefficiente de repartição	Momento por faixa - kN.m/faixa	Momento de cálculo M_d (kN.m)
1 3	+	176.2	1.75	Externa	0.55	96.91	55.38
			1.75	Interna	0.45	79.29	45.31
	-	313.2	1.75	Externa	0.75	234.90	134.23
			1.75	Interna	0.25	78.30	44.74
2	+	352.4	3.50	Externa	0.55	193.82	55.38
			3.50	Interna	0.45	158.58	45.31
	-	626.4	3.50	Externa	0.75	469.80	134.23
			3.50	Interna	0.25	156.60	44.74

Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 29 – Repartição dos momentos nas faixas e definição dos momentos M_{Ed} na direção Y

Repartição dos momentos para as faixas - Direção Y							
Pórtico	Sinal	Momentos no pórtico - kN.m	Largura da faixa - m	Tipo de faixa	Coefficiente de repartição	Momento por faixa - kN.m/faixa	Momento de cálculo M_d (kN.m)
4 6	+	176.2	1.75	Externa	0.55	96.91	55.38
			1.75	Interna	0.45	79.29	45.31
	-	313.2	1.75	Externa	0.75	234.90	134.23
			1.75	Interna	0.25	78.30	44.74
5	+	352.4	3.50	Externa	0.55	193.82	55.38
			3.50	Interna	0.45	158.58	45.31
	-	626.4	3.50	Externa	0.75	469.80	134.23
			3.50	Interna	0.25	156.60	44.74

Fonte: Autoria própria (2020)

Os limites mínimos e máximos de armadura são definidos de acordo com a norma para o betão de f_{ck} igual a 30 MPa e aço A500:

$$A_{s,min} = 0,26 \cdot \frac{0,3 \cdot f_{ck}^2}{f_{yk}} \cdot b \cdot d = 0,26 \cdot \frac{2,89}{500} \cdot 1 \cdot 0,214 \cdot 10^4 = 3,23 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,máx} = 0,04 \cdot b \cdot d = 0,04 \cdot 100 \cdot 21,4 = 85,6 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow 3,23 \text{ cm}^2 \leq A_{s,exist} \leq 85,6 \text{ cm}^2$$

Para o cálculo da área de aço que deverá atender ao momento positivo solicitante na faixa externa dos Pórticos 1 e 3 correspondente a 55,38 kN.m , utilizam-se expressões adimensionais propostas em (Lúcio *et al.*, 2006):

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{55,38}{1 \cdot 0,214^2 \cdot \frac{30000}{1,5}} = 0,0605$$

$$\omega = \frac{1 - \sqrt{1 - 2,055\mu}}{1,028} = 0,0624$$

Finalmente, a área de aço necessária:

$$A_{s,nec} = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,0624 \cdot 1 \cdot 0,214 \cdot \frac{\frac{30}{1,5}}{\frac{500}{1,15}} \cdot 10^4 = 6,15 \text{ cm}^2$$

A área de aço necessária está dentro dos limites mínimos e máximos de armadura, então pode ser utilizada efetivamente. Realizando o mesmo processo para todos os momentos solicitantes na laje, se tem as armaduras de flexão dimensionadas para a direção *x* (Quadro 30) e direção *y* (Quadro 31).

Quadro 30 – Dimensionamento das armaduras de flexão na direção X

Dimensionamento das armaduras de flexão - Direção X						
Pórtico	Sinal	Tipo de faixa	Momento de cálculo M_d (kN.m)	μ	ω	A_s (cm²)
1 3	+	Externa	55.38	0.06046	0.06243	6.15
		Interna	45.31	0.04947	0.05077	5.00
	-	Externa	134.23	0.14655	0.15957	15.71
		Interna	44.74	0.04885	0.05012	4.93
2	+	Externa	55.38	0.06046	0.06243	6.15
		Interna	45.31	0.04947	0.05077	5.00
	-	Externa	134.23	0.14655	0.15957	15.71
		Interna	44.74	0.04885	0.05012	4.93

Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 31 – Dimensionamento das armaduras de flexão na direção Y

Dimensionamento das armaduras de flexão - Direção Y						
Pórtico	Sinal	Tipo de faixa	Momento de cálculo M_d (kN.m)	μ	ω	A_s (cm ²)
4	+	Externa	55.38	0.06046	0.06243	6.15
		Interna	45.31	0.04947	0.05077	5.00
6	-	Externa	134.23	0.14655	0.15957	15.71
		Interna	44.74	0.04885	0.05012	4.93
5	+	Externa	55.38	0.06046	0.06243	6.15
		Interna	45.31	0.04947	0.05077	5.00
	-	Externa	134.23	0.14655	0.15957	15.71
		Interna	44.74	0.04885	0.05012	4.93

Fonte: Autoria própria (2020)

Definidas as necessidades de armadura, pode-se então decidir sobre os diâmetros dos varões a serem utilizados juntamente com os espaços adequados a garantir a área de aço por metro, utilizando o mesmo caso para o cálculo da armadura:

$$55,38 \text{ kN.m/m} \Rightarrow 6,15 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \phi 12 \text{ c/16} \quad (7,07 \text{ cm}^2/\text{m})$$

$$A_{\phi 12} = \pi \cdot \frac{12^2}{4} = 1,13 \text{ cm}^2/\text{barra}$$

$$A_{exist} = A_{\phi 12} \cdot \frac{100}{s} = 1,13 \cdot \frac{100}{16} = 7,07 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Para esse caso, utilizar uma configuração de varões de 12 mm de diâmetro a cada 16 cm é adequado, pois garante em um metro de laje um total de 7,07 cm² de aço, suprimindo a necessidade de armadura. Segundo o Eurocódigo (2010), o espaçamento máximo entre os varões deve ser o menor dentre os valores:

$$\text{mín} \{2h ; 250\text{mm}\} \Rightarrow \text{laje sem vigas com alta concentração de tensões}$$

$$s \leq \{500 \text{ mm}; 250 \text{ mm}\} \Rightarrow s \leq 250 \text{ mm ou } 25 \text{ cm}$$

Repetindo o processo para todos os casos, se tem o fornecido em Quadro 32 e Quadro 33.

Quadro 32 – Definição dos diâmetros e espaçamentos das armaduras de flexão na direção X

Detalhamento das armaduras de flexão - Direção X						
Pórtico	Sinal	Tipo de faixa	A_{s,nec} (cm²)	φ (mm)	s (cm)	A_{s,exist} (cm²)
1 3	+	Externa	6.15	12.00	16.00	7.07
		Interna	5.00	12.00	20.00	5.65
	-	Externa	15.71	20.00	17.00	18.48
		Interna	4.93	12.00	20.00	5.65
2	+	Externa	6.15	12.00	16.00	7.07
		Interna	5.00	12.00	20.00	5.65
	-	Externa	15.71	20.00	17.00	18.48
		Interna	4.93	12.00	20.00	5.65

Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 33 – Definição dos diâmetros e espaçamentos das armaduras de flexão na direção Y

Detalhamento das armaduras de flexão - Direção Y						
Pórtico	Sinal	Tipo de faixa	A_{s,nec} (cm²)	φ (mm)	s (cm)	A_{s,exist} (cm²)
4 6	+	Externa	6.15	12.00	16.00	7.07
		Interna	5.00	12.00	20.00	5.65
	-	Externa	15.71	20.00	17.00	18.48
		Interna	4.93	12.00	20.00	5.65
5	+	Externa	6.15	12.00	16.00	7.07
		Interna	5.00	12.00	20.00	5.65
	-	Externa	15.71	20.00	17.00	18.48
		Interna	4.93	12.00	20.00	5.65

Fonte: Autoria própria (2020)

Para a definição do comprimento total dos varões negativos, resta determinar o comprimento de amarração dos mesmos, contudo para tal, a norma sugere o cálculo da tensão de rotura da aderência conforme mostrado no capítulo anterior, considerando o diâmetro do varão de 12 mm e com boa aderência:

$$\eta_1 = 1 \text{ (situação de boa aderência)}$$

$$\eta_2 = 1 \text{ (12 mm} \leq \text{32 mm)}$$

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \cdot \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_c} = 1 \cdot \frac{0,7 \cdot f_{ctm}}{1,5} = \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{1,5} = 0,14 \cdot 30^{2/3} = 1,35 \text{ MPa}$$

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd} = 2,25 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,35 = 3,03 \text{ MPa}$$

Considerando que todos os varões negativos estão em situação de boa aderência e possuem diâmetro inferior a 32 mm, pode-se definir que a tensão de rotura da aderência permanece o mesmo para todas as armaduras. Para calcular o comprimento de amarração de cálculo:

$$l_{b,rqd} = \frac{\phi \cdot \sigma_{sd}}{4 \cdot f_{bd}} = \frac{1,2 \cdot \frac{500}{1,15}}{4 \cdot 3,03} = 43,05 \text{ cm}$$

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot l_{b,rqd} = 1 \cdot 43,05 = 43,05 \text{ cm (varões retos)}$$

O comprimento de amarração mínimo é calculado:

$$l_{b,mín} \geq \text{máx} (12,91 \text{ cm}; 12 \text{ cm}; 10 \text{ cm}) \Rightarrow l_{b,mín} = 12,91 \text{ cm}$$

O que torna o comprimento de amarração calculado adequado, pois supera o valor mínimo.

Repetindo o processo para os varões negativos têm-se os dados mostrados no Quadro 34 e Quadro 35.

Quadro 34 – Cálculo dos comprimentos de amarração dos varões negativos na direção X

Comprimentos de amarração - Arm.Negativa Direção X						
Pórtico	Tipo de faixa	ϕ (mm)	f_{bd} (MPa)	$l_{b,qrd}$ (cm)	$l_{b,mín}$ (cm)	l_{bd} (cm)
1 3	Externa	20.00	3.03	71.75	21.52	71.75
	Interna	12.00	3.03	43.05	12.91	43.05
2	Externa	20.00	3.03	71.75	21.52	71.75
	Interna	12.00	3.03	43.05	12.91	43.05

Fonte: Autoria própria (2020)

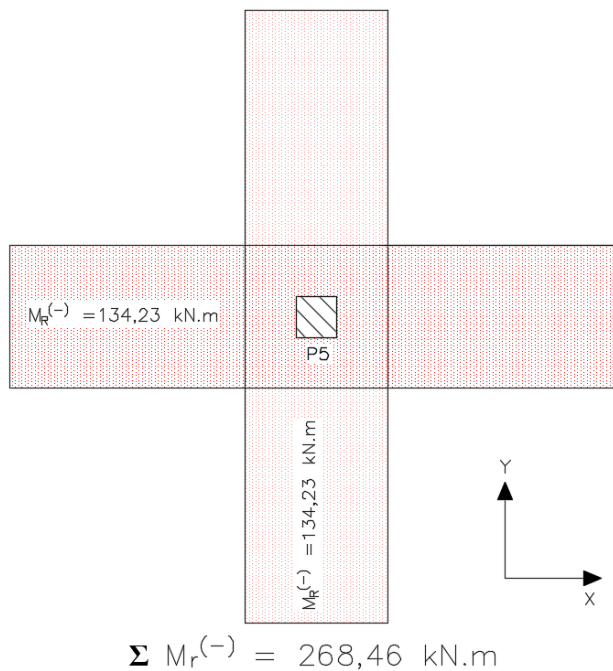
Quadro 35 – Cálculo dos comprimentos de amarração dos varões negativos na direção Y

Comprimentos de amarração - Arm.Negativa Direção Y						
Pórtico	Tipo de faixa	ϕ (mm)	f_{bd} (MPa)	$l_{b,qrd}$ (cm)	$l_{b,mín}$ (cm)	l_{bd} (cm)
4 6	Externa	20.00	3.03	71.75	21.52	71.75
	Interna	12.00	3.03	43.05	12.91	43.05
5	Externa	20.00	3.03	71.75	21.52	71.75
	Interna	12.00	3.03	43.05	12.91	43.05

Fonte: Autoria própria (2020)

Para os pilares internos, a norma portuguesa define que seja colocada uma armadura superior específica que corresponde a metade da armadura necessária para atender a soma dos momentos negativos das duas faixas adjacentes a cada lado do pilar. Neste projeto, se tem apenas um pilar interno conforme esquematizado na Figura 89.

Figura 89 – Momento resultante negativo para cálculo do A_{sup} para pilares internos (NP)



Fonte: Autoria própria (2020)

Para um momento total de 268,46 kN.m, será necessária a seguinte área de aço:

$$\mu = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{268,46}{1 \cdot 0,214^2 \cdot \frac{30000}{1,5}} = 0,2931$$

$$\omega = \frac{1 - \sqrt{1 - 2,055\mu}}{1,028} = 0,3593$$

$$A_t = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,3593 \cdot 1 \cdot 0,214 \cdot \frac{\frac{30}{1,5}}{\frac{500}{1,15}} \cdot 10^4 = 35,37 \text{ cm}^2/m$$

Logo, A_{sup} deverá ser determinado a partir:

$$A_{sup} = 0,5 \cdot A_t = 0,5 \cdot 35,37 = 17,7 \text{ cm}^2/m$$

Sendo assim, será utilizada a seguinte configuração por metro: $\phi 20 \text{ c}/15 \text{ cm}$ (20,94 cm²), sendo o comprimento de amarração calculado para esse diâmetro de 71,75 cm. Para a armadura inferior dos pilares de interior, é necessário que tenha pelo menos 2 varões passando no pilar. Nesse caso, dois varões da armadura positiva adotada nas faixas externas (zona dos apoios) devem ultrapassar este pilar interno.

2.3.2.4 Dimensionamento das armaduras contra colapso progressivo

Para o cálculo da armadura para evitar o colapso progressivo, a norma portuguesa, em seu anexo nacional, fornece a seguinte expressão:

$$A_s \cdot f_{yd} + A_p \cdot f_{pd} \geq V_{sd}$$

Como não se possui armaduras ativas, isto é, armaduras de pré-esforço, A_p é um valor nulo. Desta forma calculam-se as quantidades de aço necessárias para compor tal necessidade:

- Pilares de Canto 1, 3, 7 e 9 ($F_{sd} = 268,4$ kN)

$$A_{s_{ccp}} = \frac{268,4}{\frac{50}{1,15}} = 6,18 \text{ cm}^2 \Rightarrow 6 \phi 12 (6,78 \text{ cm}^2) \text{ [3 barras para cada direção]}$$

- Pilares de Bordo 2, 4, 6 e 8 ($F_{sd} = 492,2$ kN)

$$A_{s_{ccp}} = \frac{492,2}{\frac{50}{1,15}} = 11,32 \text{ cm}^2 \Rightarrow 4 \phi 20 (12,56 \text{ cm}^2) \text{ [2 barras para cada direção]}$$

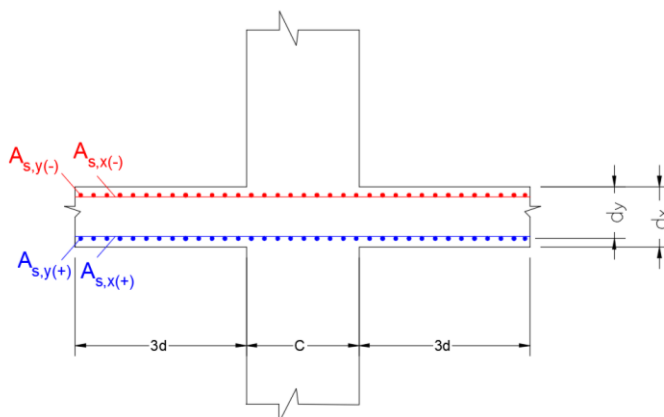
- Pilar Interior 5 ($F_{sd} = 894,9$ kN)

$$A_{s_{ccp}} = \frac{894,9}{\frac{50}{1,15}} = 20,6 \text{ cm}^2 \Rightarrow 8 \phi 20 (25,13 \text{ cm}^2) \text{ [4 barras para cada direção]}$$

2.3.2.5 Dimensionamento das armaduras de punçoamento

Inicialmente é calculada a altura útil considerada válida para as duas direções, considerando que a laje trabalha de acordo com a configuração disposta na Figura 90.

Figura 90 – Corte da seção de betão e armadura (NP)



Fonte: Autoria própria (2020)

$$d_x = h - c - \phi_{long,y} - 0,5 \cdot \phi_{long,x} = 20,2 \text{ cm}$$

$$d_y = h - c - 0,5 \cdot \phi_{long,y} = 21,4 \text{ cm}$$

$$d_{eff} = \frac{d_x + d_y}{2} = \frac{20,2 + 21,4}{2} = 20,8 \text{ cm}$$

a) Pilar interno (P5)

a.1) Verificação da compressão máxima transmitida ao pilar

Iniciando pelo pilar interno de dimensões 30 cm x 30 cm, o valor do seu perímetro crítico u_0 (Equação 138) corresponde a:

$$u_0 = 2 \cdot (30 + 30) = 120 \text{ cm}$$

Uma vez que não há transmissão de momentos da laje para os pilares, somente o esforço transversal, este será utilizado para calcular a tensão solicitante na face do pilar. Portanto:

$$V_{Ed} = 894,9 \text{ kN}$$

Para tornar o processo de comparação com a norma brasileira mais justa, adota-se um coeficiente unitário de $\beta=1$. Assim, calcula-se a tensão solicitante na face do pilar:

$$v_{Ed} = 1 \cdot \frac{894,9}{120 \cdot 20,8} = 0,358 \text{ kN/cm}^2 = 3,58 \text{ MPa}$$

Para concluir essa verificação, basta calcular a tensão resistente no contorno do pilar:

$$v = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) = 0,528$$

$$v_{Rd,máx} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} = 0,5 \cdot 0,528 \cdot \frac{30}{1,5} = 5,28 \text{ MPa}$$

Portanto:

$$3,58 \leq 5,28 \text{ MPa}$$

Logo, não haverá esmagamento na diagonal do betão à face do pilar, permitindo então a continuidade nos cálculos.

a.2) Verificação da resistência ao corte na zona do perímetro de referência, localizada a uma distância de $2d$ da área carregada

Como não há armadura ativa nessa estrutura ($\sigma_{cp} = 0$), o perímetro de controlo a uma distância de $2d$ da área carregada calcula-se da seguinte forma:

$$u_1 = 2 \cdot 30 + 2 \cdot 30 + 4\pi \cdot 20,8 = 381,4 \text{ cm}$$

Para o cálculo de $v_{Rd,c}$ no primeiro perímetro de controlo:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \geq (v_{\min} + k_1 \cdot \sigma_{cp})$$

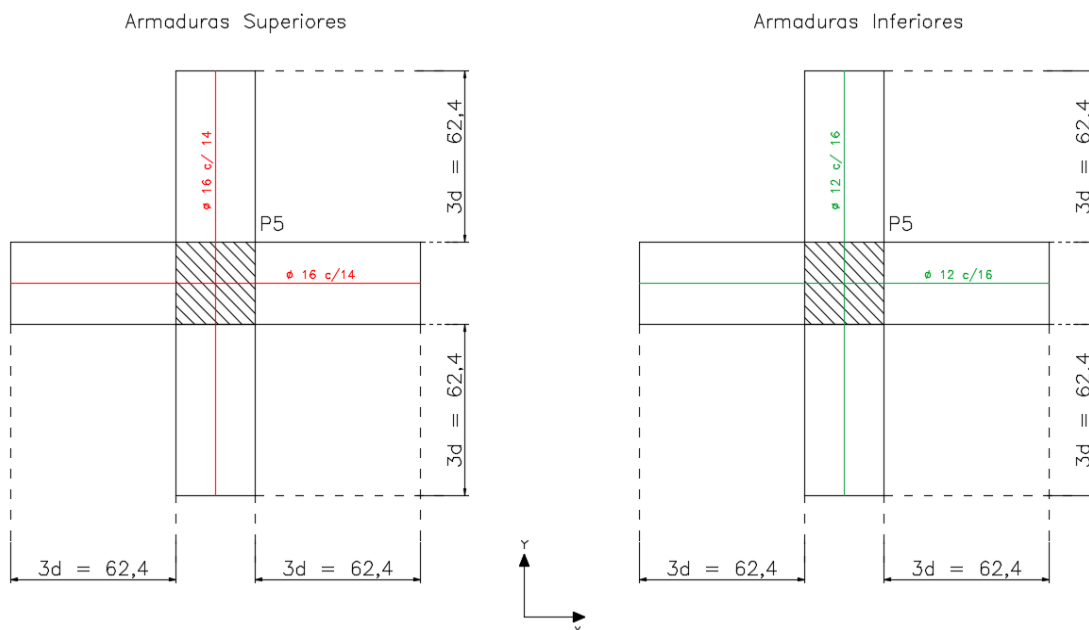
Sendo que:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + = 1,98$$

$$v_{\min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0,035 \cdot 1,98^{3/2} \cdot 30^{1/2} = 0,534 \text{ MPa}$$

Finalmente, para o cálculo da tensão resistente $v_{Rd,c}$ no perímetro de controlo distante $2d$ da face do pilar, necessita-se dos dados de armadura de flexão presentes em uma região delimitada pelas dimensões do pilar mais $3d$ para cada lado. Nesta região do pilar, têm-se as dimensões e armaduras mostradas na Figura 91.

Figura 91 – Taxas de armadura na região distante $3d$ da face do pilar interno P5



Fonte: Autoria própria (2020)

Portanto têm-se as taxas de aço na seção por direção:

- Direção X

$$A_{betão,x} = (62,4 + 30 + 62,4) \cdot 25 = 3870 \text{ cm}^2$$
$$A_{aço,x} = \left(A_{\phi 16} \cdot \frac{62,4 + 30 + 62,4}{14} \right) + \left(A_{\phi 12} \cdot \frac{62,4 + 30 + 62,4}{16} \right) = 33,17 \text{ cm}^2$$
$$\rho_{1x} = \frac{33,17}{3870} = 0,00857$$

- Direção Y

$$A_{betão,y} = (62,4 + 30 + 62,4) \cdot 25 = 3870 \text{ cm}^2$$
$$A_{aço,y} = \left(A_{\phi 16} \cdot \frac{62,4 + 30 + 62,4}{14} \right) + \left(A_{\phi 12} \cdot \frac{62,4 + 30 + 62,4}{16} \right) = 33,17 \text{ cm}^2$$
$$\rho_{1y} = \frac{33,17}{3870} = 0,00857$$

Portanto:

$$\rho_1 = \sqrt{\rho_{1x} \cdot \rho_{1y}} = 0,00857 \leq 0,02$$

Com todos os dados necessários, pode-se calcular a tensão resistente no perímetro de controle distante $2d$ da face do pilar:

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} = \frac{0,18}{1,5} = 0,12$$
$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} = 0,12 \cdot 1,98 \cdot (100 \cdot 0,00857 \cdot 30)^{\frac{1}{3}} = 0,702 \text{ MPa} \geq v_{\text{mín}}$$

Para efeitos de verificação, determina-se a tensão solicitante na primeira área de controle:

$$v_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d} = 1 \cdot \frac{894,9}{381,4 \cdot 20,8} = 1,13 \text{ MPa}$$
$$v_{Ed} (1,13 \text{ MPa}) > v_{Rd,c} (0,702 \text{ MPa})$$

A solicitação é superior a resistência ao corte do betão, logo é necessária armadura transversal de punçoamento.

a.3) Cálculo da armadura transversal de punçoamento

A área de aço calculada deverá ser suficiente para atender uma tensão solicitante de $v_{Rd,cs} = 1,13$ MPa. Logo será utilizada a equação recomendada pela norma europeia (Equação 152), com as armaduras de punçoamento dispostas a 90° . Para o cálculo da tensão efetiva de cedência das armaduras de punçoamento, a norma portuguesa sugere:

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0,25 \cdot 208 = 302 \text{ MPa} \leq 438 \text{ MPa}$$

Logo, pode-se calcular a área de aço por centímetro:

$$\frac{A_{sw}}{S_r} \geq \frac{[(v_{Rd,cs} - 0,75 \cdot v_{Rd,c}) \cdot u_{c'}]}{1,5 \cdot f_{ywd,ef} \cdot \text{sen } \alpha} = \frac{[(1,13 - 0,75 \cdot 0,702) \cdot 381,4]}{1,5 \cdot 302 \cdot 1} = 50,81 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

O perímetro onde não se é mais necessária armadura de punçoamento pode ser calculado através:

$$u_{out,ef} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c} \cdot d} = 1 \cdot \frac{894,9}{0,0702 \cdot 20,8} = 612,88 \text{ cm}$$

Segundo a norma portuguesa, a distância entre o último perímetro de armadura e perímetro $u_{out,ef}$ não deve superar o valor de kd ; a norma portuguesa indica que o valor de k deve ser 1,5. Portanto:

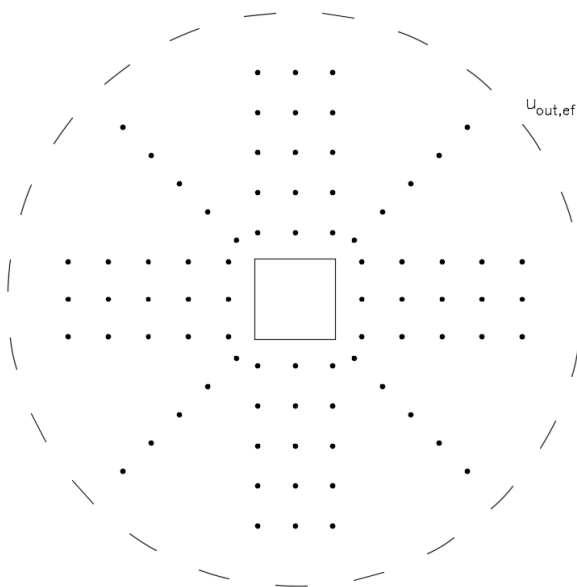
$$kd = 1,5 \cdot d = 1,5 \cdot 20,8 = 31,2 \text{ cm}$$

A norma ainda sugere uma distância mínima de $0,3d$ da face do pilar até ao primeiro perímetro de armadura e máxima de $0,75d$ entre dois perímetros de armadura, sendo dois o mínimo de perímetros. Além disso, a norma ainda limita a distância entre ramos de no máximo $1,5d$. Portanto, serão adotadas as seguintes distâncias:

- Distância da face do pilar até o primeiro perímetro: $\geq 0,3d \Rightarrow \geq 6,24 \text{ cm}$ (adotado 10 cm),
- Distância entre dois perímetros de armadura: $\leq 0,75d \Rightarrow \leq 15,6 \text{ cm}$ (adotado 15 cm),
- Distância entre ramos: $\leq 1,5d \Rightarrow \leq 31,2 \text{ cm}$ (adotado 14 cm).

Com todas essas informações, projeta-se a armadura de punçoamento em torno do pilar, conforme mostrado na Figura 92.

Figura 92 – Armadura de punçoamento para o pilar interno (NP)



Fonte: Autoria própria (2020)

Considerando o espaçamento radial S_r de 15 cm, têm-se a seguinte taxa de armadura total necessária por perímetro:

$$A_{sw} = 0,5081 \cdot 15 = 7,62 \text{ cm}^2 / \text{perímetro}$$

Assim, são utilizadas 16 barras de diâmetro de 8 mm por perímetro, totalizando uma área efetiva de 8,04 cm². O Quadro 36 resume as quantidades de armadura utilizadas para atender necessidade.

Quadro 36 – Dimensionamento da armadura de punçoamento para o Pilar interno P5 (NP)

Armaduras de punçoamento	Pilar interno	
Distância kd	cm	31.2
Perímetro externo $u_{out,ef}$	cm	612.88
Taxa de armadura - A_{sw}/S_r	cm ² /cm	0.5081
Distância da face do pilar até o primeiro perímetro - s_1	cm	10
Distância adotada entre dois perímetros - s_r	cm	15
Distância adotada entre ramos	cm	14
Área de armadura necessária por perímetro - A_{sw}	cm ²	7.62
Diâmetro da barra a ser utilizado - ϕ	mm	8
Número de barras por perímetro	unid.	16
Área total efetiva por perímetro - $A_{sw,ef}$	cm ²	8.04
Número de perímetros de armadura - (unidades)	unid.	5
Área total - $A_{sw,tot}$ (cm ²)	cm ²	40.21

Fonte: Autoria própria (2020)

b) Pilares de Bordo (P2, P4, P6 e P8)

b.1) Verificação da compressão máxima transmitida ao pilar

O perímetro crítico na face do pilar se é calculado através da Equação 139:

$$u_0 = 30 + 2 \cdot 30 = 90 \text{ cm}$$

Estes tipos de pilares estão submetidos a seguinte força centrada normal:

$$\text{Força normal atuante} = V_{Ed} = 492,2 \text{ kN}$$

Considerando novamente $\beta = 1$ devido a ausência de momentos na ligação, têm-se a seguinte sollicitação (Equação 137):

$$v_{Ed} = 1 \cdot \frac{492,2}{90 \cdot 20,8} = 0,263 \text{ kN/cm}^2 = 2,63 \text{ MPa}$$

Para o fator resistente:

$$v = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) = 0,528$$
$$v_{Rd,m\acute{a}x} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} = 0,5 \cdot 0,528 \cdot \frac{30}{1,5} = 5,28 \text{ MPa}$$

Portanto:

$$2,63 < 5,28 \text{ MPa}$$

Logo, não ocorrerá esmagamento na zona diagonal do betão, permitindo assim a continuação nos cálculos.

b.2) Verificação da resistência ao corte na zona do perímetro de referência, localizada a uma distância de $2d$ da área carregada

O perímetro crítico no perímetro de controlo afastado $2d$ da face para pilares de bordo pode ser calculado pela expressão:

$$u_1 = 30 + 2 \cdot 30 + 2\pi \cdot 20,8 = 220,69 \text{ cm}$$

Para o cálculo de v_{\min} no primeiro perímetro de controle:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \geq (v_{\min} + k_1 \cdot \sigma_{cp})$$

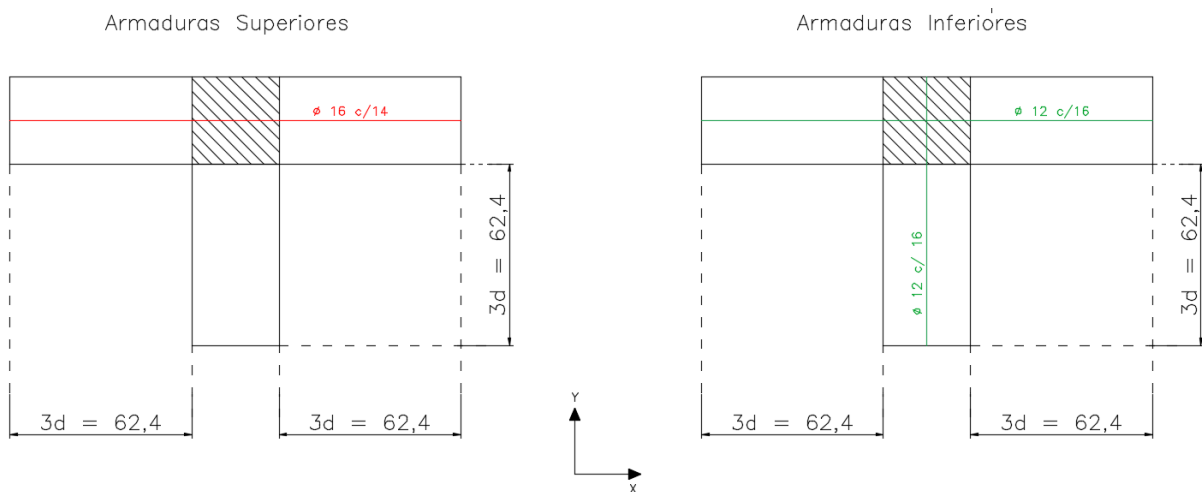
Sendo que:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{208}} = 1,98$$

$$v_{\min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0,035 \cdot 1,98^{3/2} \cdot 30^{1/2} = 0,534 \text{ MPa}$$

Para o cálculo da taxa de aço, têm se as seguintes configurações de armadura de flexão para o pilar de bordo, seguindo a Figura 93.

Figura 93 – Taxas de armadura na região distante $3d$ da face do pilar de bordo (NP)



Fonte: Autoria própria (2020)

Portanto têm-se as taxas de aço na seção por direção:

- Direção Perpendicular ao bordo

$$A_{bet\tilde{a}o} = (62,4 + 30 + 62,4) \cdot 25 = 3870 \text{ cm}^2$$

$$A_{a\tilde{c}o} = 10,17 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{1x} = \frac{10,17}{3870} = 0,00262$$

- Direção paralelo ao bordo

$$A_{bet\tilde{a}o} = (62,4 + 30) \cdot 25 = 2310 \text{ cm}^2$$

$$A_{a\tilde{c}o} = 17,71 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{1y} = \frac{17,71}{2310} = 0,0766$$

Portanto:

$$\rho_1 = \sqrt{\rho_{1x} \cdot \rho_{1y}} = 0,0044 \leq 0,02$$

O que torna possível calcular a tensão resistente no primeiro perímetro de controle:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} = 0,12 \cdot 1,98 \cdot (100 \cdot 0,0044 \cdot 30)^{\frac{1}{3}} = 0,561 \text{ MPa} \geq v_{\min}$$

Para efeitos de verificação, determina-se a tensão solicitante no primeiro perímetro de controle:

$$v_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d} = 1 \cdot \frac{492,2}{220,69 \cdot 20,8} = 1,07 \text{ MPa}$$
$$v_{Ed} (1,07 \text{ MPa}) > v_{Rd,c} (0,561 \text{ MPa})$$

Portanto se faz necessária armadura contra punção.

b.3) Cálculo da armadura contra punção

O novo valor de $v_{Rd,cs}$ é 1,07 MPa, repetindo as demais informações, calcula-se a área de aço necessária por perímetro para os pilares de bordo:

$$\frac{A_{sw}}{S_r} \geq \frac{[(v_{Rd,cs} - 0,75 \cdot v_{Rd,c}) \cdot u_1]}{1,5 \cdot f_{ywd,ef} \cdot \text{sen } \alpha} = \frac{[(1,07 - 0,75 \cdot 0,561) \cdot 220,69]}{1,5 \cdot 302 \cdot 1} = 31,62 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sw} = 0,3162 \cdot 15 = 4,74 \text{ cm}^2/\text{perímetro}$$

Serão utilizadas 8 barras de diâmetro de 10 mm por perímetro, totalizando uma área efetiva de 6,28 cm² por perímetro. O perímetro onde não se é mais necessária armadura de punção pode ser calculado através:

$$u_{out,ef} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c} \cdot d} = 1 \cdot \frac{492,2}{0,561 \cdot 20,8} = 421,80 \text{ cm}$$

O valor de kd permanece o mesmo:

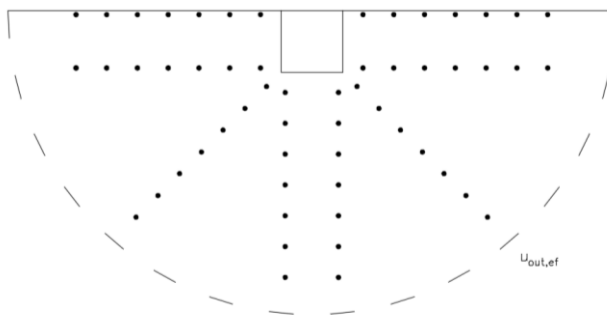
$$kd = 31,2 \text{ cm}$$

As distâncias entre estribos e perímetros são considerados os mesmos do dimensionamento para pilar interno:

- Distância da face do pilar até o primeiro perímetro: $\geq 0,3d \Rightarrow \geq 6,24 \text{ cm}$ (adotado 10 cm)
- Distância entre dois perímetros de armadura: $\leq 0,75d \Rightarrow \leq 15,6 \text{ cm}$ (adotado 15 cm)
- Distância entre ramos: $\leq 1,5d \Rightarrow \leq 31,2 \text{ cm}$ (adotado 26 cm)

Dessa forma, têm-se a configuração para pilar de bordo disposta na Figura 94.

Figura 94 – Armadura de punçoamento para os pilares de bordo (NP)



Fonte: Autoria própria (2020)

O Quadro 37 traz o quantitativo de estribos para combate a punção nos pilares de bordo.

Quadro 37 – Dimensionamento da armadura de punçoamento para pilares de bordo

Armaduras de punçoamento	Pilar de Bordo	
Distância kd	cm	31,2
Perímetro externo $u_{out,ef}$	cm	421.8
Taxa de armadura - A_{sw}/S_r	cm ² /cm	0.3162
Distância da face do pilar até o primeiro perímetro - s_1	cm	10
Distância adotada entre dois perímetros - s_r	cm	15
Distância adotada entre ramos	cm	26
Área de armadura necessária por perímetro - A_{sw}	cm ²	4.74
Diâmetro da barra a ser utilizado - ϕ	mm	10
Número de barras por perímetro	unid.	8
Área total efetiva por perímetro - $A_{sw,ef}$	cm ²	6.28
Número de perímetros de armadura - (unidades)	unid.	7
Área total - $A_{sw,tot}$ (cm ²)	cm ²	43.98

Fonte: Autoria própria (2020)

c) Pilares de Canto (P1, P3, P7 e P9)

c.1) Verificação da compressão máxima transmitida ao pilar

O perímetro crítico na face do pilar se é calculado através da Equação 140:

$$u_0 = 30 + 30 = 60 \text{ cm}$$

Estes tipos de pilares também estão submetidos a uma força centrada normal apenas, sem existência de momentos na ligação com a laje:

$$\text{Força normal atuante} = V_{Ed} = 268,4 \text{ kN}$$

Portanto:

$$\beta = 1$$

$$v_{Ed} = 1 \cdot \frac{268,4}{60 \cdot 20,8} = 0,2150 \text{ kN/cm}^2 = 2,15 \text{ MPa}$$

Para o fator resistente:

$$v = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) = 0,528$$

$$v_{Rd,m\acute{a}x} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} = 0,5 \cdot 0,528 \cdot \frac{30}{1,5} = 5,28 \text{ MPa}$$

Portanto:

$$2,15 < 5,28 \text{ (MPa)}$$

Portanto a diagonal comprimida do betão não será esmagada.

c.2) Verificação da resistência ao corte na zona do perímetro de referência, localizada a uma distância de $2d$ da área carregada

O perímetro crítico no primeiro perímetro de controlo para pilares de canto pode ser calculado pela expressão:

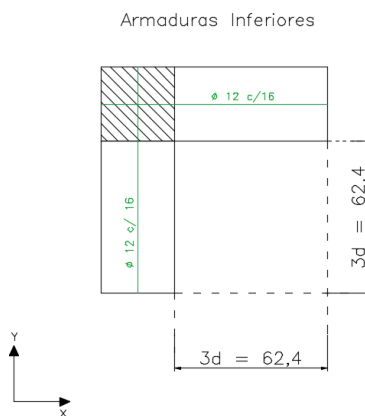
$$u_1 = 30 + 30 + \pi \cdot 20,8 = 125,34 \text{ cm}$$

Para o cálculo de $v_{mín}$ no primeiro perímetro de controlo, repete-se o cálculo:

$$v_{mín} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0,035 \cdot 1,98^{3/2} \cdot 30^{1/2} = 0,534 \text{ MPa}$$

Para o cálculo da parcela colaborante de resistência, necessita-se da informação relativa a taxa de aço na região crítica, conforme representado na Figura 95.

Figura 95 – Taxas de armadura na região distante $3d$ da face do pilar de canto (NP)



Fonte: Autoria própria (2020)

Portanto têm-se as taxas de aço na seção por direção:

- Direção X

$$A_{betão,x} = (62,4 + 30) \cdot 25 = 2310 \text{ cm}^2$$

$$A_{aço,x} = 6,78 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{1x} = \frac{6,78}{2310} = 0,00293$$

- Direção Y

$$A_{betão,y} = (62,4 + 30) \cdot 25 = 2310 \text{ cm}^2$$

$$A_{aço,y} = 6,78 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{1y} = \frac{6,78}{2310} = 0,00293$$

Portanto:

$$\rho_1 = \sqrt{\rho_{1x} \cdot \rho_{1y}} = 0,00293 \leq 0,02$$

O que torna possível calcular a tensão resistente no primeiro perímetro de controlo:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} = 0,12 \cdot 1,98 \cdot (100 \cdot 0,00293 \cdot 30)^{\frac{1}{3}} = 0,490 \text{ MPa} < v_{\min}$$

Já que $v_{Rd,c}$ consistiu em um valor inferior ao mínimo, utiliza-se o v_{\min} . Para efeitos de verificação, determina-se a tensão solicitante no contorno C':

$$v_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d} = 1 \cdot \frac{268,4}{125,34 \cdot 20,8} = 1,03 \text{ MPa}$$

$$v_{Ed} (1,03 \text{ MPa}) > v_{\min} (0,534 \text{ MPa})$$

Será necessária armadura de punçoamento.

c.3) Cálculo da armadura contra punçoamento

Considerando uma tensão solicitante de 1,03 MPa, calcula-se a área de aço necessária:

$$\frac{A_{sw}}{S_r} \geq \frac{[(v_{Rd,cs} - 0,75 \cdot v_{Rd,c}) \cdot u_1]}{1,5 \cdot f_{ywd,ef} \cdot \text{sen } \alpha} = \frac{[(1,03 - 0,75 \cdot 0,534) \cdot 125,34]}{1,5 \cdot 302 \cdot 1} = 17,42 \text{ cm}^2/m$$

$$A_{sw} = 0,1742 \cdot 15 = 2,61 \text{ cm}^2/\text{perímetro}$$

Serão utilizadas 5 barras de diâmetro de 10 mm por perímetro, totalizando uma área efetiva de 3,93 cm². O perímetro onde não se é mais necessária armadura de punçoamento pode ser calculado através:

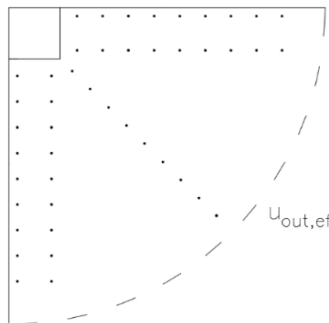
$$u_{out,ef} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c} \cdot d} = 1 \cdot \frac{268,4}{0,0534 \cdot 20,8} = 241,65 \text{ cm}$$

O valor de *kd* permanece o mesmo:

$$kd = 31,2 \text{ cm}$$

Os dados referentes aos distanciamento das armaduras permanecem os mesmos. Dessa forma, têm-se a configuração para pilar de canto disposto na Figura 96 e os quantitativos no Quadro 38.

Figura 96 – Armadura de punçoamento para os pilares de canto (NP)



Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 38 – Dimensionamento da armadura de punçoamento para pilares de canto

Armaduras de punçoamento	Pilar de Canto	
Distância <i>kd</i>	cm	31,2
Perímetro externo <i>u_{out,ef}</i>	cm	241,65
Taxa de armadura - <i>A_{sw}/S_r</i>	cm ² /cm	0.1742
Distância da face do pilar até o primeiro perímetro - <i>s₁</i>	cm	10
Distância adotada entre dois perímetros - <i>s_r</i>	cm	15
Distância adotada entre ramos	cm	20
Área de armadura necessária por perímetro - <i>A_{sw}</i>	cm ²	2.61
Diâmetro da barra a ser utilizado - <i>φ</i>	mm	10
Número de barras por perímetro	unid.	5
Área total efetiva por perímetro - <i>A_{sw,ef}</i>	cm ²	3.93
Número de perímetros de armadura - (unidades)	unid.	9
Área total - <i>A_{sw,tot}</i> (cm ²)	cm ²	35.34

Fonte: Autoria própria (2020)

2.4 Considerações finais

Observa-se que as cargas de cálculo são um pouco diferentes para cada norma por dois motivos: (i) pela diferença dos coeficientes de majoração das cargas; e (ii) no caso da laje maciça, a norma europeia possibilitou uma repartição das cargas para os vãos, diferente da brasileira que utilizou 100% da carga para cada vão. Quanto aos momentos da laje fungiforme, as diferenças ocorreram devido a variação das percentagens de distribuição definidas para cada norma. A espessura pré-dimensionada da laje maciça pela norma brasileira foi calculada com 5 mm a menos que a portuguesa, enquanto que na laje fungiforme foram as mesmas espessuras.

Os detalhamentos das armaduras longitudinais e de punçoamento das lajes para cada norma foram elaborados através do *AutoCad*. Os mesmos estão disponibilizados nos anexos da dissertação. As tabelas de armaduras e quantitativos estão presentes no próximo capítulo para efetuar a comparação das normas.

3 ANÁLISE DE RESULTADOS: COMPARAÇÃO DAS NORMAS

3.1 Considerações iniciais

Para alcançar o objetivo deste trabalho serão efetuados estudos comparativos para cada tópico abordado em todas as etapas do trabalho, desde as generalidades e conceitos utilizados a modelos de dimensionamento e resultados obtidos.

Os comparativos entre modelos de dimensionamento da armaduras à flexão repetem-se nas lajes maciças e fungiformes, portanto estes serão colocados em pauta apenas no tópico comparativo de lajes maciças, deixando para as fungiformes apenas os comparativos relacionados ao dimensionamento das armaduras contra colapso progressivo e aos efeitos de punçoamento.

3.2 Generalidades

3.2.1 Resistências de projeto e coeficientes de minoração

A diferença das resistências de projeto para o betão entre as duas normas é suave, pois enquanto a norma brasileira trabalha com um coeficiente de 1,4 que permite uma redução de 28,57% da resistência característica, a norma portuguesa utiliza um fator de minoração de 1,5 e equivalente a 33,33% (Quadro 39).

Quadro 39 – Comparativo entre as resistências de projeto e coeficientes de minoração

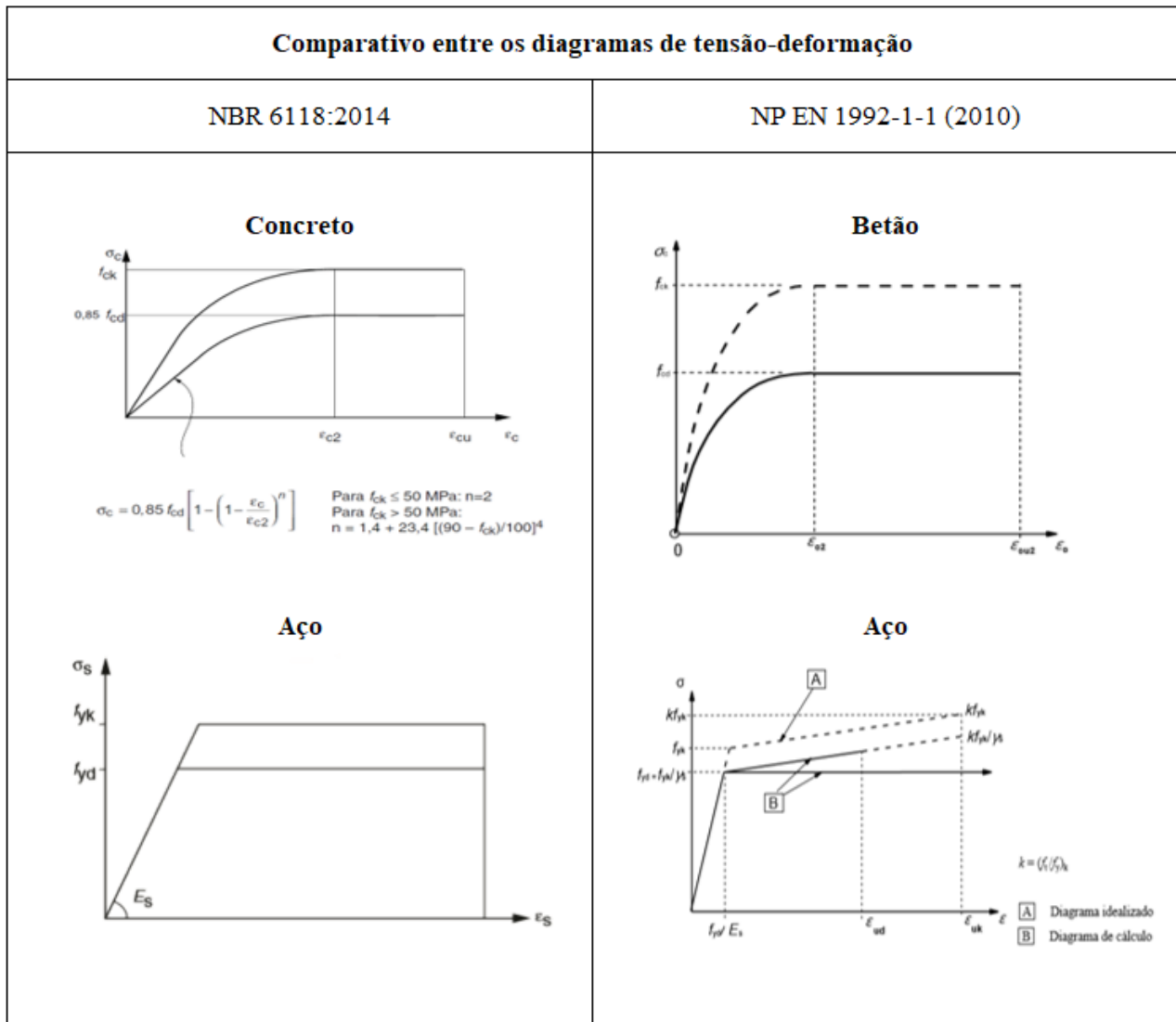
Comparativo entre as resistências de projeto e coeficientes de minoração	
NBR 6118:2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
<p>Concreto</p> $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \Leftrightarrow \gamma_c = 1,4$	<p>Betão</p> $f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \Leftrightarrow \gamma_c = 1,5 \text{ e } \alpha_{cc} = 1$
<p>Aço</p> $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \Leftrightarrow \gamma_s = 1,15$	<p>Aço</p> $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \Leftrightarrow \gamma_s = 1,15$

Fonte: Autoria própria (2020)

3.2.2 Diagramas de tensão-deformação

Em relação a abordagem dos diagramas de tensão-deformação, a norma portuguesa oferece mais detalhes visuais, o que pode facilitar a interpretação (Quadro 40). Para o cálculo de σ_c , a norma brasileira indica que a resistência do betão à compressão de cálculo deve ser minorada em 0,85, já o regulamento português permite que seja utilizado a resistência do betão de forma íntegra, através do coeficiente α_{cc} .

Quadro 40 – Comparativo entre os diagramas de tensão deformação



Fonte: Autoria própria (2020)

3.2.3 Classes de agressividade ambiental

Identificar a classe de agressividade de uma forma precisa, garante um dimensionamento otimizado e um projeto bem acabado e preparado para resistir ao tempo previsto e garantir a vida útil de projeto estimada. Mesmo se tratando de uma fase inicial, é de extrema importância, pois mesmo que o projeto seja bem dimensionado a efetuar a adequada transferência de cargas até o solo e garantir um bom desempenho estrutural, caso as peças de betão não estejam bem protegidas para resistir aos efeitos adversos da natureza, o desempenho da estrutura pode vir a retroceder precocemente e causar problemas dos mais leves ao mais graves.

Em termos de comparação, a norma portuguesa parece se preocupar mais com os efeitos ambientais que o regulamento brasileiro, pois contempla diversas situações e localizações possíveis para estruturas de betão, oferece mais especificidades de classes ambientais e critérios que torna a identificação da classe de agressividade ambiental mais precisa. Já a abordagem brasileira oferece apenas 4 classes bem abrangentes, o que eventualmente pode dificultar a tomada de decisão de qual situação inserir a estrutura (Quadro 42).

No desenvolvimento do exemplo prático, se foi utilizada uma estrutura presente no interior de um edifício, as definições quanto a classe de agressividade considerada são mostradas no Quadro 41.

Quadro 41 – Decisões realizadas para cada norma no quesito agressividade ambiental

Comparação - Laje maciça	
NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
Agressividade moderada Classe de agressividade tipo II Ambiente urbano, risco moderado	Ambiente com humidade moderada Classe Ambiental XC3 Interior de edifícios, protegido da chuva
Comparação - Laje fungiforme	
NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
Agressividade Moderada Classe de Agressividade tipo II Ambiente Urbano, Risco Moderado	Ambiente com humidade moderada Classe Ambiental XC3 Interior de edifícios, protegido da chuva

Fonte: Autoria própria (2020)

Comparativo entre a abordagem dos efeitos ambientais			
NBR 6118:2014			
Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{a, b}	Pequeno
III	Forte	Marinha ^a	Grande
		Industrial ^{a, b}	
IV	Muito forte	Industrial ^{a, c}	Elevado
		Respingos de maré	
^a Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura). ^b Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove. ^c Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.			
NP EN 1992-1-1 (2010)			
Designação da classe	Descrição do ambiente	Exemplos informativos de condições em que poderão ocorrer as classes de exposição	
1 Nenhum risco de corrosão ou ataque			
X0	Para betão sem armadura ou elementos metálicos embebidos: todas as exposições excepto em situação de gelo/degelo, abrasão ou ataque químico Para betão com armadura ou elementos metálicos embebidos: muito seco	Betão no interior de edifícios com uma humidade do ar ambiente muito baixa	
2 Corrosão induzida por carbonatação			
XC1	Seco ou permanentemente húmido	Betão no interior de edifícios com uma humidade do ar ambiente baixa Betão permanentemente submerso em água	
XC2	Húmido, raramente seco	Superfícies de betão sujeitas a contacto prolongado com água Um grande número de fundações	
XC3	Humidade moderada	Betão no interior de edifícios com uma humidade do ar ambiente moderada ou elevada Betão exterior protegido da chuva	
XC4	Alternadamente húmido e seco	Superfícies de betão sujeitas a contacto com água, não incluídas na classe de exposição XC2	
3 Corrosão induzida por cloretos			
XD1	Humidade moderada	Superfícies de betão expostas a cloretos transportados pelo ar	
XD2	Húmido, raramente seco	Piscinas Elementos de betão expostos a águas industriais contendo cloretos	
XD3	Alternadamente húmido e seco	Elementos de pontes expostos a pulverizações contendo cloretos Pavimentos Lajes de parques de estacionamento	
4 Corrosão induzida por cloretos presentes na água do mar			
XS1	Exposto ao sal transportado pelo ar mas não em contacto directo com a água do mar	Estruturas próximas da costa ou na costa	
XS2	Permanentemente submerso	Elementos de estruturas marítimas	
XS3	Zonas sujeitas aos efeitos das marés, da rebentação e da neblina marítima	Elementos de estruturas marítimas	
5 Ataque gelo/degelo			
XF1	Saturação moderada em água, sem produto descongelante	Superfícies verticais de betão expostas à chuva e ao gelo	
XF2	Saturação moderada em água, com produto descongelante	Superfícies verticais de betão de estruturas rodoviárias expostas ao gelo e a produtos descongelantes transportados pelo ar	
XF3	Saturação elevada em água, sem produtos descongelantes	Superfícies horizontais de betão expostas à chuva e ao gelo	
XF4	Saturação elevada em água, com produtos descongelantes ou com água do mar	Estradas e tabuleiros de pontes expostos a produtos descongelantes Superfícies de betão expostas a pulverizações directas contendo produtos descongelantes e expostas ao gelo Zonas sujeitas aos efeitos da rebentação de estruturas marítimas expostas ao gelo	
6 Ataque químico			
XA1	Ambiente químico ligeiramente agressivo, de acordo com a EN 206-1, ver o Quadro 2	Terrenos naturais e água do terreno	
XA2	Ambiente químico moderadamente agressivo, de acordo com a EN 206-1, ver o Quadro 2	Terrenos naturais e água do terreno	
XA3	Ambiente químico altamente agressivo, de acordo com a EN 206-1, ver o Quadro 2	Terrenos naturais e água do terreno	

Fonte: Autoria própria (2020)

3.2.4 Recobrimento

O recobrimento é um artifício importante utilizado para proteger as armaduras da agressividade do ambiente, pelo que o seu valor deve ser adequado para o ambiente ao qual a peça de betão será executada. Da mesma forma do último comparativo, a norma portuguesa também demonstra ser mais específica e criteriosa quanto a definição do recobrimento nominal, pois oferece uma equação mais completa que contempla situações mais abrangentes. Por outro lado, a norma brasileira demonstra ser mais direta e objetiva, tornando o processo de escolha da espessura muito mais simples (Quadro 43).

Quadro 43 – Comparativo entre a definição do recobrimento da peça

Comparativo entre a definição do recobrimento da peça								
NBR 6118:2014								
Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)						
		I	II	III	IV ^c			
		Cobrimento nominal mm						
Concreto armado	Laje ^b	20	25	35	45			
	Viga/pilar	25	30	40	50			
	Elementos estruturais em contato com o solo ^d	30		40	50			
Concreto protendido ^a	Laje	25	30	40	50			
	Viga/pilar	30	35	45	55			
^a Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado. ^b Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm. ^c Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV. ^d No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.								
NP EN 1992-1-1 (2010)								
$c_{min} = \text{máximo} \{c_{min,b}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,y} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10mm\}$								
$c_{min,b}$	Requisito de aderência							
	Disposição dos varões	Recobrimento mínimo $c_{min,b}$ ^{*)}						
	Isolados	Diâmetro do varão						
	Agrupados	Diâmetro equivalente (\varnothing) (ver 8.9.1)						
*) Se a máxima dimensão do agregado for superior a 32 mm, $c_{min,b}$ deverá ser aumentado de 5 mm.								
$c_{min,dur}$	Requisito ambiental para $c_{min,dur}$ (mm)							
	Classe Estrutural	Classe de Exposição de acordo com o Quadro 4.1						
		X0	XC1	XC2 / XC3	XC4	XD1 / XS1	XD2 / XS2	XD3 / XS3
	S1	10	10	10	15	20	25	30
	S2	10	10	15	20	25	30	35
	S3	10	10	20	25	30	35	40
	S4	10	15	25	30	35	40	45
	S5	15	20	30	35	40	45	50
S6	20	25	35	40	45	50	55	
$\Delta c_{dur,y} = \Delta c_{dur,st} = \Delta c_{dur,add} = 0 \text{ (Anexo Nacional Português)}$								
$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev}$								
Controle de qualidade do fabrico rigoroso com utilização de dispositivos de medição exatos: $0 \text{ mm} \leq \Delta c_{dev} \leq 10 \text{ mm}$								
Controle de qualidade ainda rigoroso, porém sem a utilização de ferramentas de medição que reduzam erros: $5 \text{ mm} \leq \Delta c_{dev} \leq 10 \text{ mm}$								

Fonte: Autoria própria (2020)

Em termos práticos, a norma brasileira foi mais econômica na espessura do seu recobrimento, conforme indicado no Quadro 44.

Quadro 44 – Recobrimentos utilizados para cada norma

Comparação - Laje maciça	
NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
25 mm	30 mm
Comparação - Laje fungiforme	
NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
25 mm	30 mm

Fonte: Autoria própria (2020)

3.2.5 Ancoragem ou amarração dos varões

Ancorar ou amarrar na área de estudo em betão armado se traduz em vincular um fragmento a outro, ou seja, fornecer o aspecto monolítico a estrutura para que ela trabalhe como um só corpo. Em relação a abordagem dessa temática, as duas normas parecem ser bem similares (Quadro 46), utilizando como parâmetros principais para o cálculo desta dimensão: o diâmetro do varão e a resistência da aderência entre o aço e o betão. Nos projetos realizados foram calculados os comprimentos de amarração de acordo com o Quadro 45.

Quadro 45 – Comprimentos de amarração utilizados para cada norma

Comparação - Laje maciça	
NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
Comprimento de ancoragem para barra de $\phi = 12,5 \text{ mm} : 47,17 \text{ cm}$	Comprimento de amarração para varão de $\phi = 10 \text{ mm} : 40,70 \text{ cm}$
Comprimento de ancoragem para barra de $\phi = 16 \text{ mm} : 60,38 \text{ cm}$	Comprimento de amarração para varão de $\phi = 12 \text{ mm} : 48,85 \text{ cm}$
Comparação - Laje fungiforme	
NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
Comprimento de ancoragem para barra de $\phi = 16 \text{ mm} : 53,52 \text{ cm}$	Comprimento de amarração para varão de $\phi = 12 \text{ mm} : 43,05 \text{ cm}$
Comprimento de ancoragem para barra de $\phi = 20 \text{ mm} : 66,89 \text{ cm}$	Comprimento de amarração para varão de $\phi = 20 \text{ mm} : 71,75 \text{ cm}$

Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 46 – Comparativo entre as metodologias de cálculo do comprimento de amarração

Comparativo entre as metodologias de cálculo do comprimento de amarração ou ancoragem							
NBR 6118:2014							
$l_b = \frac{\phi \cdot f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}}$							
$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} \qquad f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \cdot f_{ctm}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{\gamma_c}$							
η_1 Parâmetro relativo a rugosidade da barra	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Barras Lisas</th> <th>Barras Entalhadas</th> <th>Barras Nervuradas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1,0</td> <td>1,4</td> <td>2,25</td> </tr> </tbody> </table>	Barras Lisas	Barras Entalhadas	Barras Nervuradas	1,0	1,4	2,25
Barras Lisas	Barras Entalhadas	Barras Nervuradas					
1,0	1,4	2,25					
η_2 Parâmetro relativo a posição da barra na seção	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>Situação de boa aderência</td> <td>1,0</td> </tr> <tr> <td>Situação de má aderência</td> <td>0,7</td> </tr> </tbody> </table>	Situação de boa aderência	1,0	Situação de má aderência	0,7		
Situação de boa aderência	1,0						
Situação de má aderência	0,7						
η_3 Parâmetro relativo ao diâmetro da barra ϕ	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>$\phi < 32 \text{ mm}$</td> <td>1,0</td> </tr> <tr> <td>$\phi \geq 32 \text{ mm}$</td> <td>$(132 - \phi)/100$</td> </tr> </tbody> </table>	$\phi < 32 \text{ mm}$	1,0	$\phi \geq 32 \text{ mm}$	$(132 - \phi)/100$		
$\phi < 32 \text{ mm}$	1,0						
$\phi \geq 32 \text{ mm}$	$(132 - \phi)/100$						
NP EN 1992-1-1 (2010)							
$l_{b,rqd} = \frac{\phi \cdot \sigma_{sd}}{4 \cdot f_{bd}}$							
$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd}$							
$\eta_1 = 1$ (boa aderência entre aço e betão) $\eta_1 = 0,7$ (má aderência entre aço e betão)	$\eta_2 = 1$ ($\phi \leq 32 \text{ mm}$) $\eta_2 = (132 - \phi)/100$ ($\phi > 32 \text{ mm}$)						
$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,rqd} \geq l_{b,mín}$							
$\alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_5 \geq 0,7 \quad (\text{mais detalhes Tabela 8.2})$							
Ancoragem dos varões traccionados: $l_{b,mín} \geq \text{máx} (0,3 \cdot l_{b,rqd}; 10\phi; 100\text{mm})$							
Ancoragem dos varões comprimidos: $l_{b,mín} \geq \text{máx} (0,6 \cdot l_{b,rqd}; 10\phi; 100\text{mm})$							
Simplificação permitida: $l_{b,req} = l_{b,rqd} \cdot \alpha_1$							

Fonte: Autoria própria (2020)

3.2.6 Armaduras mínimas e máximas

Garantir uma seção de betão estável e segura contra as ações sempre é a prioridade em projetos, mesmo que uma seção não seja submetida a grandes esforços, a armadura é essencial para garantir a rigidez adequada a peça e evitar problemas futuros na sua estabilidade e controlar sua fissuração. As duas normas estabelecem o mesmo limite máximo de armadura em uma seção (Quadro 47), correspondendo a 4% da seção bruta de betão, enquanto aos limites mínimos, a norma brasileira procura direcionar seu cálculo a tabelas enquanto a norma portuguesa utiliza uma equação base que utiliza como parâmetro a resistência média do betão à tração.

Quadro 47 – Comparativo entre os cálculos dos limites mínimos e máximos de armadura na seção

Comparativo entre os cálculos dos limites mínimos e máximos de armadura na seção															
NBR 6118:2014															
$A_{s,min} = \rho_{min} \cdot A_c$															
Forma da seção	Valores de ρ_{min}^a ($A_{s,min}/A_c$) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256
^a Os valores de ρ_{min} estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$ e $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{min} deve ser recalculado.															
$A_{s,máx} = 4\% \cdot A_c$															
NP EN 1992-1-1 (2010)															
$A_{s,min} = 0,26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d$															
$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}}$															
$A_{s,máx} = 4\% \cdot A_c$															

Fonte: Autoria própria (2020)

Embora a equação para a determinação da taxa máxima de armadura seja a mesma para os dois regulamentos, as espessuras pré-dimensionadas são diferentes, resultando em uma suave diferença no limite máximo de armadura na seção. Para o cálculo dos valores mínimos e máximos de armadura foram constatadas diferenças conforme o Quadro 48.

Quadro 48 – Limites mínimos e máximos de armadura definidos para o caso comparativo em questão

Comparação - Laje maciça	
NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
$A_{s,min} = 2,25 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A_{s,min} = 2,18 \text{ cm}^2/\text{m}$
$A_{s,máx} = 60 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A_{s,máx} = 65,6 \text{ cm}^2/\text{m}$
Comparação - Laje fungiforme	
NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
$A_{s,min} = 3,75 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A_{s,min} = 3,23 \text{ cm}^2/\text{m}$
$A_{s,máx} = 100 \text{ cm}^2/\text{m}$	$A_{s,máx} = 85,6 \text{ cm}^2/\text{m}$

Fonte: Autoria própria (2020)

3.2.7 Detalhes construtivos

Em relação a disposições construtivas em lajes, embora a norma portuguesa ofereça casos em que se possa usar espaçamentos maiores, as duas normas realizam suas abordagens de maneiras semelhantes (Quadro 49). Inclusive, os dois regulamentos limitam o diâmetro dos varões em função da espessura da laje e da obrigação de utilização de armadura secundária em lajes unidirecionais (20% da área de aço principal). Todas as lajes foram dimensionadas para trabalhar em duas direções, dispensando armadura secundária. O Quadro 50 traz as informações dos espaçamentos e diâmetro máximos adotados no dimensionamento.

Quadro 49 – Comparativo entre as disposições construtivas

Comparativo entre as disposições construtivas	
NBR 6118:2014	
$s_{m\acute{a}x} = \min(20\text{ cm}; 2h)$	
$\phi_{m\acute{a}x} \leq 0,125h$	
Para lajes sem armaduras de cisalhamento:	→ Todas as barras inferiores deverão extrapolar o vão teórico em 4 cm
Para lajes armadas em uma direcção	→ $A_{s,sec} \geq 20\% \cdot A_{s,princ}$ $s_{m\acute{a}x} \leq 33\text{ cm}$
NP EN 1992-1-1 (2010)	
Para lajes armadas em uma direcção	→ $A_{s,sec} \geq 20\% \cdot A_{s,princ}$
Para varões que compõem as armaduras principais de flexão	→ $s_{m\acute{a}x} = \min(40\text{ cm}; 3h)$
Para varões que compõem as armaduras secundárias	→ $s_{m\acute{a}x} = \min(45\text{ cm}; 3,5h)$
Em regiões com alta concentração de cargas e momentos máximos:	
Para varões que compõem as armaduras principais de flexão	→ $s_{m\acute{a}x} = \min(25\text{ cm}; 2h)$
Para varões que compõem as armaduras secundárias	→ $s_{m\acute{a}x} = \min(40\text{ cm}; 3h)$

Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 50 – Valores máximos de espaçamentos permitidos para o caso em questão

Comparação - Laje maciça	
NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
$s_{m\acute{a}x} = 20\text{ cm}$	$s_{m\acute{a}x} = 25\text{ cm}$
Comparação - Laje fungiforme	
NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
$s_{m\acute{a}x} = 20\text{ cm}$	$s_{m\acute{a}x} = 25\text{ cm}$

Fonte: Autoria própria (2020)

3.3 Lajes maciças

3.3.1 Critério de armação

Para decidir em quais direções a laje vai trabalhar, ambas as normas se utilizam das dimensões da laje para essa tomada de decisão (Quadro 51). Visto que as duas lajes possuem as mesmas dimensões, ambas as decisões são iguais: optar por armação nas duas direções.

Quadro 51 – Comparativo entre os critérios para se armar a laje

Comparativo entre os critérios para se armar a laje	
NBR 6118:2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
$se \frac{\ell_y}{\ell_x} > 2 \Rightarrow a \text{ laje deverá ser armada em uma direção}$ $se \frac{\ell_y}{\ell_x} \leq 2 \Rightarrow a \text{ laje deverá ser armada em duas direções}$ $\ell_y \text{ é o maior vão e } \ell_x \text{ é o menor}$	$se \frac{\ell_y}{\ell_x} > 2 \Rightarrow a \text{ laje deverá ser armada em uma direção}$ $se \frac{\ell_y}{\ell_x} \leq 2 \Rightarrow a \text{ laje deverá ser armada em duas direções}$ $\ell_y \text{ é o maior vão e } \ell_x \text{ é o menor}$

Fonte: Autoria própria (2020)

3.3.2 Pré-dimensionamento

Quanto ao pré-dimensionamento, com bases em estudos de autores brasileiros e portugueses relevantes no assunto, o modelo de pré-dimensionamento adotado nas literaturas brasileiras pareceu ser mais complexo, mostrando uma rotina coerente para se estimar uma espessura inicial da laje (Quadro 53). As espessuras e alturas úteis das lajes maciças utilizadas no dimensionamento estrutural durante o processo comparativo são resumidos no Quadro 52.

Quadro 52 – Valores de espessura e alturas úteis de laje utilizados no estudo comparativo

Comparação - Laje maciça	
NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
h = 15 cm	h = 20 cm
d = 12 cm	d = 16,4 cm

Fonte: Autoria própria (2020)

Comparativo entre os métodos de pré-dimensionamento da laje																																																																																																																																																																																																																																							
NP EN 1992-1-1 (2010)																																																																																																																																																																																																																																							
<p>No caso de edifícios em que a sobrecarga máxima não ultrapasse os 5 kN/m², a altura total das lajes pode ser definida a partir da seguinte razão:</p> $h \geq \frac{\ell_y}{25 \text{ a } 35}$ <p>ℓ_y é o maior vão</p> $\frac{\ell_y}{35} \leq h \leq \frac{\ell_y}{25}$																																																																																																																																																																																																																																							
NBR 6118:2014																																																																																																																																																																																																																																							
$\lambda = \frac{\ell_y}{\ell_x} \quad d \geq \frac{l_x}{\psi_2 \cdot \psi_3}$																																																																																																																																																																																																																																							
Definição de ψ_2	Casos de vinculação																																																																																																																																																																																																																																						
<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="10">Valores de ψ_2 para pré-dimensionamento de espessuras de lajes maciças</th> </tr> <tr> <th>λ</th> <th>Caso 1</th> <th>Caso 2</th> <th>Caso 3</th> <th>Caso 4</th> <th>Caso 5</th> <th>Caso 6</th> <th>Caso 7</th> <th>Caso 8</th> <th>Caso 9</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1.00</td><td>1.50</td><td>1.70</td><td>1.70</td><td>1.80</td><td>1.90</td><td>1.90</td><td>2.00</td><td>2.00</td><td>2.20</td></tr> <tr><td>1.05</td><td>1.48</td><td>1.67</td><td>1.69</td><td>1.78</td><td>1.87</td><td>1.89</td><td>1.97</td><td>1.99</td><td>2.18</td></tr> <tr><td>1.10</td><td>1.46</td><td>1.64</td><td>1.67</td><td>1.76</td><td>1.83</td><td>1.88</td><td>1.94</td><td>1.97</td><td>2.15</td></tr> <tr><td>1.15</td><td>1.44</td><td>1.61</td><td>1.66</td><td>1.74</td><td>1.80</td><td>1.87</td><td>1.91</td><td>1.96</td><td>2.13</td></tr> <tr><td>1.20</td><td>1.42</td><td>1.58</td><td>1.64</td><td>1.72</td><td>1.76</td><td>1.86</td><td>1.88</td><td>1.94</td><td>2.10</td></tr> <tr><td>1.25</td><td>1.40</td><td>1.55</td><td>1.63</td><td>1.70</td><td>1.73</td><td>1.85</td><td>1.85</td><td>1.93</td><td>2.08</td></tr> <tr><td>1.30</td><td>1.38</td><td>1.52</td><td>1.61</td><td>1.68</td><td>1.69</td><td>1.84</td><td>1.82</td><td>1.91</td><td>2.05</td></tr> <tr><td>1.35</td><td>1.36</td><td>1.49</td><td>1.60</td><td>1.66</td><td>1.66</td><td>1.83</td><td>1.79</td><td>1.90</td><td>2.03</td></tr> <tr><td>1.40</td><td>1.34</td><td>1.46</td><td>1.58</td><td>1.64</td><td>1.62</td><td>1.82</td><td>1.76</td><td>1.88</td><td>2.00</td></tr> <tr><td>1.45</td><td>1.32</td><td>1.43</td><td>1.57</td><td>1.62</td><td>1.59</td><td>1.81</td><td>1.73</td><td>1.87</td><td>1.98</td></tr> <tr><td>1.50</td><td>1.30</td><td>1.40</td><td>1.55</td><td>1.60</td><td>1.55</td><td>1.80</td><td>1.70</td><td>1.85</td><td>1.95</td></tr> <tr><td>1.55</td><td>1.28</td><td>1.37</td><td>1.54</td><td>1.58</td><td>1.52</td><td>1.79</td><td>1.67</td><td>1.84</td><td>1.93</td></tr> <tr><td>1.60</td><td>1.26</td><td>1.34</td><td>1.52</td><td>1.56</td><td>1.48</td><td>1.78</td><td>1.64</td><td>1.82</td><td>1.90</td></tr> <tr><td>1.65</td><td>1.24</td><td>1.31</td><td>1.51</td><td>1.54</td><td>1.45</td><td>1.77</td><td>1.61</td><td>1.81</td><td>1.88</td></tr> <tr><td>1.70</td><td>1.22</td><td>1.28</td><td>1.49</td><td>1.52</td><td>1.41</td><td>1.76</td><td>1.58</td><td>1.79</td><td>1.85</td></tr> <tr><td>1.75</td><td>1.20</td><td>1.25</td><td>1.48</td><td>1.50</td><td>1.38</td><td>1.75</td><td>1.55</td><td>1.78</td><td>1.83</td></tr> <tr><td>1.80</td><td>1.18</td><td>1.22</td><td>1.46</td><td>1.48</td><td>1.34</td><td>1.74</td><td>1.52</td><td>1.76</td><td>1.80</td></tr> <tr><td>1.85</td><td>1.16</td><td>1.19</td><td>1.45</td><td>1.46</td><td>1.31</td><td>1.73</td><td>1.49</td><td>1.75</td><td>1.78</td></tr> <tr><td>1.90</td><td>1.14</td><td>1.16</td><td>1.43</td><td>1.44</td><td>1.27</td><td>1.72</td><td>1.46</td><td>1.73</td><td>1.75</td></tr> <tr><td>1.95</td><td>1.12</td><td>1.13</td><td>1.42</td><td>1.42</td><td>1.24</td><td>1.71</td><td>1.43</td><td>1.72</td><td>1.73</td></tr> <tr><td>2.00</td><td>1.10</td><td>1.10</td><td>1.40</td><td>1.40</td><td>1.20</td><td>1.70</td><td>1.40</td><td>1.70</td><td>1.70</td></tr> </tbody> </table>	Valores de ψ_2 para pré-dimensionamento de espessuras de lajes maciças										λ	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9	1.00	1.50	1.70	1.70	1.80	1.90	1.90	2.00	2.00	2.20	1.05	1.48	1.67	1.69	1.78	1.87	1.89	1.97	1.99	2.18	1.10	1.46	1.64	1.67	1.76	1.83	1.88	1.94	1.97	2.15	1.15	1.44	1.61	1.66	1.74	1.80	1.87	1.91	1.96	2.13	1.20	1.42	1.58	1.64	1.72	1.76	1.86	1.88	1.94	2.10	1.25	1.40	1.55	1.63	1.70	1.73	1.85	1.85	1.93	2.08	1.30	1.38	1.52	1.61	1.68	1.69	1.84	1.82	1.91	2.05	1.35	1.36	1.49	1.60	1.66	1.66	1.83	1.79	1.90	2.03	1.40	1.34	1.46	1.58	1.64	1.62	1.82	1.76	1.88	2.00	1.45	1.32	1.43	1.57	1.62	1.59	1.81	1.73	1.87	1.98	1.50	1.30	1.40	1.55	1.60	1.55	1.80	1.70	1.85	1.95	1.55	1.28	1.37	1.54	1.58	1.52	1.79	1.67	1.84	1.93	1.60	1.26	1.34	1.52	1.56	1.48	1.78	1.64	1.82	1.90	1.65	1.24	1.31	1.51	1.54	1.45	1.77	1.61	1.81	1.88	1.70	1.22	1.28	1.49	1.52	1.41	1.76	1.58	1.79	1.85	1.75	1.20	1.25	1.48	1.50	1.38	1.75	1.55	1.78	1.83	1.80	1.18	1.22	1.46	1.48	1.34	1.74	1.52	1.76	1.80	1.85	1.16	1.19	1.45	1.46	1.31	1.73	1.49	1.75	1.78	1.90	1.14	1.16	1.43	1.44	1.27	1.72	1.46	1.73	1.75	1.95	1.12	1.13	1.42	1.42	1.24	1.71	1.43	1.72	1.73	2.00	1.10	1.10	1.40	1.40	1.20	1.70	1.40	1.70	1.70	
Valores de ψ_2 para pré-dimensionamento de espessuras de lajes maciças																																																																																																																																																																																																																																							
λ	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9																																																																																																																																																																																																																														
1.00	1.50	1.70	1.70	1.80	1.90	1.90	2.00	2.00	2.20																																																																																																																																																																																																																														
1.05	1.48	1.67	1.69	1.78	1.87	1.89	1.97	1.99	2.18																																																																																																																																																																																																																														
1.10	1.46	1.64	1.67	1.76	1.83	1.88	1.94	1.97	2.15																																																																																																																																																																																																																														
1.15	1.44	1.61	1.66	1.74	1.80	1.87	1.91	1.96	2.13																																																																																																																																																																																																																														
1.20	1.42	1.58	1.64	1.72	1.76	1.86	1.88	1.94	2.10																																																																																																																																																																																																																														
1.25	1.40	1.55	1.63	1.70	1.73	1.85	1.85	1.93	2.08																																																																																																																																																																																																																														
1.30	1.38	1.52	1.61	1.68	1.69	1.84	1.82	1.91	2.05																																																																																																																																																																																																																														
1.35	1.36	1.49	1.60	1.66	1.66	1.83	1.79	1.90	2.03																																																																																																																																																																																																																														
1.40	1.34	1.46	1.58	1.64	1.62	1.82	1.76	1.88	2.00																																																																																																																																																																																																																														
1.45	1.32	1.43	1.57	1.62	1.59	1.81	1.73	1.87	1.98																																																																																																																																																																																																																														
1.50	1.30	1.40	1.55	1.60	1.55	1.80	1.70	1.85	1.95																																																																																																																																																																																																																														
1.55	1.28	1.37	1.54	1.58	1.52	1.79	1.67	1.84	1.93																																																																																																																																																																																																																														
1.60	1.26	1.34	1.52	1.56	1.48	1.78	1.64	1.82	1.90																																																																																																																																																																																																																														
1.65	1.24	1.31	1.51	1.54	1.45	1.77	1.61	1.81	1.88																																																																																																																																																																																																																														
1.70	1.22	1.28	1.49	1.52	1.41	1.76	1.58	1.79	1.85																																																																																																																																																																																																																														
1.75	1.20	1.25	1.48	1.50	1.38	1.75	1.55	1.78	1.83																																																																																																																																																																																																																														
1.80	1.18	1.22	1.46	1.48	1.34	1.74	1.52	1.76	1.80																																																																																																																																																																																																																														
1.85	1.16	1.19	1.45	1.46	1.31	1.73	1.49	1.75	1.78																																																																																																																																																																																																																														
1.90	1.14	1.16	1.43	1.44	1.27	1.72	1.46	1.73	1.75																																																																																																																																																																																																																														
1.95	1.12	1.13	1.42	1.42	1.24	1.71	1.43	1.72	1.73																																																																																																																																																																																																																														
2.00	1.10	1.10	1.40	1.40	1.20	1.70	1.40	1.70	1.70																																																																																																																																																																																																																														
Definição de ψ_3																																																																																																																																																																																																																																							
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Aço</th> <th>ψ_3 para Lajes maciças</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>CA-25</td><td>35</td></tr> <tr><td>CA-32</td><td>33</td></tr> <tr><td>CA-40</td><td>30</td></tr> <tr><td>CA-50</td><td>25</td></tr> <tr><td>CA-60</td><td>20</td></tr> </tbody> </table>		Aço	ψ_3 para Lajes maciças	CA-25	35	CA-32	33	CA-40	30	CA-50	25	CA-60	20																																																																																																																																																																																																																										
Aço	ψ_3 para Lajes maciças																																																																																																																																																																																																																																						
CA-25	35																																																																																																																																																																																																																																						
CA-32	33																																																																																																																																																																																																																																						
CA-40	30																																																																																																																																																																																																																																						
CA-50	25																																																																																																																																																																																																																																						
CA-60	20																																																																																																																																																																																																																																						

Fonte: Autoria própria (2020)

3.3.3 Concepção e cálculo dos carregamentos no E.L.U.

Para o cálculo dos carregamentos no estado limite último, a norma portuguesa permite uma repartição para os mesmos dependendo da direção de armação (Quadro 54).

Quadro 54 – Comparativo entre a concepção e cálculo dos carregamentos no E.L.U

Comparativo entre a concepção e cálculo dos carregamentos no E.L.U	
NBR 6118:2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
$P_d = 1,4 \cdot \left(\sum_{i=1}^m F_{G_i,k} + \sum_{j=1}^n F_{Q_j,k} \right)$ <p>A norma brasileira sugere 40% de majoração para as cargas no Estado Limite Último</p> <p>As fontes de estudo brasileiras estudadas sugerem o uso de 100% da carga para ambas as direções da laje</p>	$p_{Ed} = 1,35 \cdot CP + 1,5 \cdot CV$ <p>A norma portuguesa descreve que o carregamento total seja majorado em 50% para dimensionamento no Estado Limite Último</p> <ol style="list-style-type: none"> O valor de α deverá ter 0 e 1 como limites mínimo e máximo respetivamente; Para lajes armadas em uma direção, o coeficiente α deverá ser 1 O critério de maior rigidez do vão será em primeiro lugar para o maior número de apoios engastados.

Fonte: Autoria própria (2020)

No Quadro 55 estão dispostos os valores de cargas de cálculo utilizados no dimensionamento das lajes maciças para as duas normas. Ambos modelos estruturais foram realizados no *software* de elementos finitos *ftool*, utilizando esquemas hiperestáticos para a obtenção dos esforços (Quadro 56).

Quadro 55 – Valores de cálculo relativos às cargas para o dimensionamento

Comparação - Laje maciça	
NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
1. Peso Próprio : $0,15 \times 25 = 3,75 \text{ kN/m}^2$ 2. Sobrecarga: 2 kN/m^2 3. Revestimento e Divisórias: 1 kN/m^2 $p_d = 1,4 \cdot (3,75 + 1) + 1,4 \cdot 2$ Carga de cálculo: $9,45 \text{ kN/m}^2$ $p_{dx} = p_{dy} = 9,45 \text{ kN/m}^2$	1. Peso Próprio : $0,2 \times 25 = 5 \text{ kN/m}^2$ 2. Sobrecarga: 2 kN/m^2 3. Revestimento e Divisórias: 1 kN/m^2 $p_{Ed} = 1,35 \cdot (5 + 1) + 1,5 \cdot 2$ Carga de cálculo: $11,1 \text{ kN/m}^2$ $p_{sd,x} = 0,35 \cdot 11,1 = 3,89 \text{ kN/m}^2$ $p_{sd,y} = 0,65 \cdot 11,1 = 7,21 \text{ kN/m}^2$

Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 56 – Esforços de cálculo utilizados para o dimensionamento

Comparação - Laje maciça									
M _d (kN.m)	NBR 6118: 2014				NP EN 1992-1-1 (2010)				
	V _d (kN)	M _d (+)	M _d (-)	V _d (+)	V _d (-)	M _d (+)	M _d (-)	V _d (+)	V _d (-)
Direção X		23,9	42,5	21,3	35,4	9,8	17,5	8,8	14,6
Direção Y		16,6	29,5	17,7	29,5	12,7	22,5	13,5	22,5

Fonte: Autoria própria (2020)

3.3.4 Modelos de dimensionamento das armaduras de flexão

Conforme já dito nos capítulos anteriores, as lajes podem ser dimensionadas à flexão de diversos métodos, dentre eles é muito comum o uso de tabelas. A norma brasileira juntamente com a portuguesa utiliza métodos com e sem tabelas, alguns necessitam do cálculo da profundidade da linha neutra e outros se utilizam de coeficientes adimensionais (Quadro 57).

Quadro 57 – Comparativo entre os métodos de dimensionamento das armaduras de flexão

Comparativo entre os modelos de dimensionamento a flexão	
NBR 6118:2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
<p>a) Modelo 1 (através de tabelas adimensionais)</p> $d_{min} = \sqrt{\frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd} \cdot (0,68 \cdot \xi_{34} - 0,272 \cdot \xi_{34}^2)}}$ $KMD = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$ $A_s = \frac{M_d}{KZ \cdot d \cdot f_{yd}}$ <p>O KZ é retirado de Tabela</p> <p>a) Modelo 2 (através do binário de forças e linha neutra)</p> $x = 1,25 \cdot d \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}}}\right)$ $A_s = \frac{M_d}{f_{yd} \cdot (d - 0,4x)}$	$\mu = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$ $\omega = \frac{1 - \sqrt{1 - 2,055\mu}}{1,028}$ $A_{s,nec} = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$

Fonte: Autoria própria (2020)

Os resultados de armaduras longitudinais geradas estão disponíveis no tópico seguinte.

3.3.5 Resultados da aplicação prática em lajes maciças

No dimensionamento das armaduras para as lajes maciças, a norma portuguesa acabou oferecendo uma solução estrutural mais econômica em relação a quantidade de aço devido principalmente a repartição das cargas permitida pela norma para as duas direções (Quadro 58). Outro motivo que justifica a economia de aço (Quadro 59) se dá pelo fato de ser ter utilizado uma espessura de laje pré-dimensionada maior, consequentemente, aumentando a quantidade de betão. O Quadro 60 fornece os dados das armaduras calculadas para ambas as normas.

Quadro 58 – Comparativo entre as configurações de armadura utilizadas

Painél 1 = Painél 2 = Painél 3 = Painél 4							
	Direção	Armaduras necessárias		Configuração		Armaduras efetivas	
		A _s + (cm ² /m)	A _s - (cm ² /m)	Arm. Posit.	Arm. Negativ.	A _{s,ef} + (cm ² /m)	A _{s,ef} - (cm ² /m)
NBR 6118:2014	x	4.86	9.14	φ10 c/ 15	φ16 c/ 20	5.24	10.05
	y	3.31	6.10	φ10 c/ 20	φ12,5 c/ 20	3.93	6.14
NP EN 1992-1-1 (2010)	x	2.18	2.50	φ8 c/ 20	φ10 c/ 25	2.51	3.14
	y	2.18	3.23	φ8 c/ 20	φ12 c/ 25	2.51	4.52

Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 59 – Representação percentual da economia de aço

Percentual de Economia de aço				
Direção	A _s + (%)	A _s - (%)	A _{s,ef} + (%)	A _{s,ef} - (%)
x	55.14	72.65	52.10	68.76
y	34.14	47.05	36.13	26.38

Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 60 – Informações técnicas das armaduras dimensionadas pra cada norma

Tabela de armaduras						
NBR 6118:2014	Armaduras Negativas					
	Referência	Quantidade	Diâmetro (mm)	Comprimento unit. (cm)	Peso unitário (kg/m)	Peso total (kg)
	N1	50	16	421	1.58	332.59
	N2	60	12,5	355	0.963	205.12
	Armaduras Positivas					
	Referência	Quantidade	Diâmetro (mm)	Comprimento (cm)	Peso unitário (kg/m)	Peso total (kg)
	N3	136	10	638	0.617	535.36
	N4	120	10	538	0.617	398.34
	Total	366		193678		1471.40
		Quantitativos por diâmetro				
	Diâmetro (mm)	Quantidade	Comprimento total (m)	Peso total (kg)		
	10	256	1513.28	933.69		
	12,5	60	213	205.12		
	16	50	210.5	332.59		
NP EN 1992-1-1 (2010)	Armaduras Negativas					
	Referência	Quantidade	Diâmetro (mm)	Comprimento unit. (cm)	Peso unitário (kg/m)	Peso total (kg)
	N1	100	8	167	0.395	65.97
	N2	40	10	381	0.617	94.03
	N3	120	8	142	0.395	67.31
	N4	48	12	358	0.888	152.59
	Armaduras Positivas					
	Referência	Quantidade	Diâmetro (mm)	Comprimento (cm)	Peso unitário (kg/m)	Peso total (kg)
	N5	100	8	660	0.395	260.70
	N6	120	8	560	0.395	265.44
Total	528		199364		906.04	
	Quantitativos por diâmetro					
	Diâmetro (mm)	Quantidade	Comprimento total (m)	Peso total (kg)		
	8	440	1669.4	659.41		
	10	40	152.4	94.03		
	12	48	171.84	152.59		

Fonte: Autoria própria (2020)

3.4 Lajes fungiformes

3.4.1 Critérios para se utilizar método dos pórticos equivalentes

Sabe-se que para a análise de elementos de placa como as lajes, os melhores métodos de análise de esforços, deformações e dimensionamento são os que se utilizam meios computacionais para uma maior precisão. Paralelo a isso, tanto a norma portuguesa quanto a brasileira oferece uma metodologia de cálculo simplificada para se dimensionar lajes fungiformes, mesmo que ofereçam menos precisão e resultados menos refinados. Essa metodologia é denominada de pórticos múltiplos ou equivalentes, processo que considera a estrutura de placa sendo constituída por vários pórticos, esses que vão gerar a inércia resistente e estabilidade necessária da estrutura. Contudo, por se tratar de uma simplificação, esse método possui algumas restrições que limitam muito sua utilização, as mesmas são descritas no Quadro 61. Quanto ao pré-dimensionamento, a norma brasileira estipula valores mínimos para lajes fungiformes com ou sem capitéis, dessa forma se foi estimado um valor de espessura, enquanto que para a norma portuguesa se foi utilizada a mesma equação para a laje maciça, conforme indicado no Quadro 62.

Quadro 61 – Comparativo entre os critérios para o uso do método dos pórticos equivalentes

Comparativo entre os critérios para uso do método de pórticos equivalentes	
NBR 6118:2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
<p>1. Os pilares componentes devem estar alinhados (desalinhamento máximo de 10 %)</p> <p>2. Os vãos devem ter dimensões similares cuja razão esteja dentro dos</p> $0,75 < \frac{\ell_y}{\ell_x} < 1,33$	<p>1. Os pilares componentes devem estar minimamente desalinhados</p> <p>2. Os vãos não devem ser muito distintos um do outro. A estrutura deve ser 100% ou quase simétrica</p>

Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 62 – Espessuras e alturas úteis das lajes pré-dimensionadas por cada norma

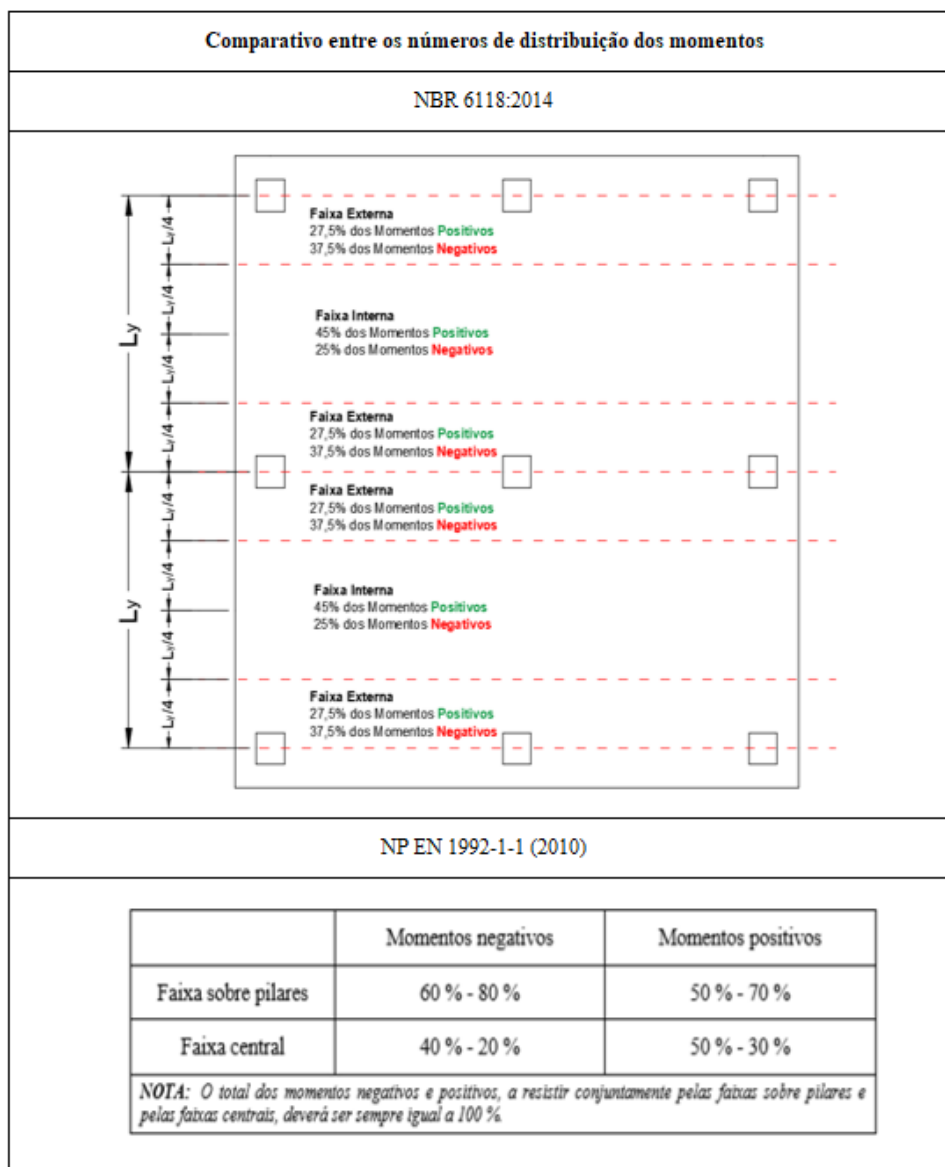
Comparação - Laje fungiforme	
NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
<p>h = 25 cm</p> <p>d = 21,87 cm</p>	<p>h = 25 cm</p> <p>d = 21,4 cm</p>

Fonte: Autoria própria (2020)

3.4.2 Sistema de distribuição de momentos

O método dos pórticos equivalentes, de acordo com a abordagem pelas duas normas, propõe que os momentos atuantes nos pórticos devem ser distribuídos nas faixas componentes, sendo que as percentagens de distribuição variam de acordo com a posição da faixa, se ela está posicionada na região dos pilares ou nos vãos. A maior percentagem dos momentos negativos devem ser alocados para a região delimitada pelas zonas de apoio e a maior parcela dos momentos positivos nas zonas dos vãos livres, conforme indicado no Quadro 63.

Quadro 63 - Comparativo entre o sistema de distribuição dos momentos



Fonte: Autoria própria (2020)

No Quadro 64 são mostrados as cargas calculadas nos pórticos para a obtenção dos esforços de cálculo. Estão dispostos nos Quadro 65, Quadro 66 e Quadro 67 os momentos de cálculo utilizados para cada norma, os reunindo por pórtico, faixa e de cálculo respetivamente. E o Quadro 68 fornece os dados referidos aos esforços transversos.

Quadro 64 – Cargas definidas nos pórticos para obtenção dos esforços

Comparação - Laje fungiforme		
(kN/m)	NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
Pórticos 1 e 3	52,68	51,14
Pórtico 2	105,35	102,27
Pórticos 4 e 6	52,68	51,14
Pórtico 5	105,35	102,27

Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 65 – Momentos por pórtico

Comparação - Laje fungiforme				
Momentos por Pórtico				
(kN.m/pórtico)	NBR 6118: 2014		NP EN 1992-1-1 (2010)	
	M (+)	M (-)	M (+)	M (-)
Pórticos 1 e 3	181,5	322,7	176,2	313,2
Pórtico 2	363	645,3	352,4	626,4
Pórticos 4 e 6	181,5	322,7	176,2	313,2
Pórtico 5	363	645,3	352,4	626,4

Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 66 – Momentos por faixa

Comparação - Laje fungiforme					
Momentos por Faixa					
(kN.m/faixa)		NBR 6118: 2014		NP EN 1992-1-1 (2010)	
		M (+)	M (-)	M (+)	M (-)
Pórticos 1 e 3	Fx. Externa	99,83	242	96,91	234,90
	Fx. Interna	81,67	80,66	79,29	78,30
Pórtico 2	Fx. Externa	99,83	242	96,91	234,90
	Fx. Interna	81,67	80,66	79,29	78,30
Pórticos 4 e 6	Fx. Externa	99,83	242	96,91	234,90
	Fx. Interna	81,67	80,66	79,29	78,30
Pórtico 5	Fx. Externa	99,83	242	96,91	234,90
	Fx. Interna	81,67	80,66	79,29	78,30

A NBR considera a união das faixas internas, logo, para fins de uma justa comparação, estes valores foram divididos por 2.

Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 67 – Momentos de cálculo

Comparação - Laje fungiforme					
Momentos de cálculo					
(kN.m)		NBR 6118: 2014		NP EN 1992-1-1 (2010)	
		M_d (+)	M_d (-)	M_d (+)	M_d (-)
Pórticos 1 e 3	Fx. Externa	57,04	138,32	55,38	134,23
	Fx. Interna	46,66	46,09	45,31	44,74
Pórtico 2	Fx. Externa	57,04	138,32	55,38	134,23
	Fx. Interna	46,66	46,09	45,31	44,74
Pórticos 4 e 6	Fx. Externa	57,04	138,32	55,38	134,23
	Fx. Interna	46,66	46,09	45,31	44,74
Pórtico 5	Fx. Externa	57,04	138,32	55,38	134,23
	Fx. Interna	46,66	46,09	45,31	44,74

Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 68 – Esforços transversos

Comparação - Laje fungiforme						
Esforços transversos						
(kN)	NBR 6118: 2014			NP EN 1992-1-1 (2010)		
	V_{d,x}	V_{d,y}	V_d	V_{d,x}	V_{d,y}	V_d
Pilar 1	138,3	138,3	276,6	134,2	134,2	268,4
Pilar 2	230,5	276,5	507	223,7	268,5	492,2
Pilar 3	138,3	138,3	276,6	134,2	134,2	268,4
Pilar 4	276,5	230,5	507	268,5	223,7	492,2
Pilar 5	460,9	460,9	921,8	447,4	447,4	894,9
Pilar 6	276,5	230,5	507	268,5	223,7	492,2
Pilar 7	138,3	138,3	276,6	134,2	134,2	268,4
Pilar 8	230,5	276,5	507	223,7	268,5	492,2
Pilar 9	138,3	138,3	276,6	134,2	134,2	268,4

Fonte: Autoria própria (2020)

3.4.3 Aspectos construtivos quanto as armações para lajes fungiformes

Quanto ao comprimento das barras, a norma brasileira demonstra ter uma abordagem mais clara e detalhada, descrevendo a percentagem de cada barra com tamanhos diferentes dependendo do tipo de faixa (externa ou interna), conforme o Quadro 69.

Quadro 69 - Comparativo quanto ao detalhamento das armaduras longitudinais para lajes fungiformes

Comparativo quanto ao detalhamento das armaduras longitudinais para lajes lisas			
NBR 6118:2014			
NP EN 1992-1-1 (2010)			
<p> A - Envoltiva de $M_{Ed}/z + N_{Ed}$ B - força de tracção actuante F_t C - força de tracção resistente F_{Rd} </p>			

Fonte: Autoria própria (2020)

3.4.4 Dimensionamento da armadura contra colapso progressivo

Devido a inexistência de vigas, as lajes fungiformes são constituídas por encontros entre pilar e laje, naturalmente essas ligações são frágeis, ou seja, podem acarretar ruínas a estrutura sem aviso prévio através de deformações ou irregularidades perceptíveis ao usuário. Dessa forma, a armadura contra colapso progressivo (Quadro 70) trabalha como auxiliar para garantir mais ductilidade à ligação, evitando a fragilidade estrutural e, conseqüentemente, o efeito “dominó” e assim reduzindo o grau de uma possível tragédia. No Quadro 71 estão disponíveis as áreas de aço calculadas para cada pilar.

Quadro 70 – Comparativo quanto ao dimensionamento das armaduras contra colapso progressivo

Comparativo quanto ao dimensionamento das armaduras contra colapso progressivo	
NBR 6118:2014	
$A_{sccp} = 1,5 \cdot \frac{F_{sd}}{f_{yd}}$	<p>Área total necessária para cruzar o pilar (contorno crítico) nas duas direções</p> <p>Armadura de flexão Contorno C' ou C'' Armadura contra colapso progressivo</p>
<p>Ainda se é permitido a redução da majoração de 1,5 para 1,2, dependendo das combinações de cálculo para o F_{sd}.</p>	
NP EN 1992-1-1 (2010)	
$A_s \cdot f_{yd} + A_p \cdot f_{pd} \geq V_{sd}$	
<p>No mínimo se deve passar em cada pilar 2 barras de 12 mm por direção.</p>	

Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 71 – Comparação numérica entre as quantidades de armadura contra colapso progressivo

Comparação - Laje fungiforme				
Armaduras contra colapso progressivo				
(cm ²)	NBR 6118: 2014		NP EN 1992-1-1 (2010)	
	Configuração	A _{sccp}	Configuração	A _{sccp}
Pilar 1	8 φ 12,5	9,81	6 φ 12	6,78
Pilar 2	6 φ 20	18,85	4 φ 20	12,56
Pilar 3	8 φ 12,5	9,81	6 φ 12	6,78
Pilar 4	6 φ 20	18,85	4 φ 20	12,56
Pilar 5	8 φ 25	39,26	8 φ 20	25,13
Pilar 6	6 φ 20	18,85	4 φ 20	12,56
Pilar 7	8 φ 12,5	9,81	6 φ 12	6,78
Pilar 8	6 φ 20	18,85	4 φ 20	12,56
Pilar 9	8 φ 12,5	9,81	6 φ 12	6,78

Fonte: Autoria própria (2020)

3.4.5 Punçoamento

3.4.5.1 Verificações de segurança contra o punçoamento solicitadas pela norma

As duas normas fornecem roteiros de verificação e dimensionamento contra o fenômeno de punçoamento (Quadro 72), ambas eficientes nos seus objetivos, porém o procedimento abordado pela norma brasileira demonstra ser mais organizada, didática e clara ao leitor, facilitando a interpretação e compreensão. O coeficiente β é o meio em que a norma europeia utiliza para representar a presença de momentos na ligação pilar-laje.

Quadro 72 – Comparativo entre as verificações solicitadas para a segurança contra o punçoamento

Comparativo entre as verificações solicitadas pela norma para segurança contra o punçoamento	
NBR 6118:2014	
Quando não for prevista armadura de punção:	
<p>1ª Verificação: Realizada no contorno C (dimensões do pilar), se trata da verificação acerca da tensão resistente de compressão diagonal do concreto.</p> $\tau_{sd} \leq \tau_{rd2}$	
<p>2ª Verificação: Realizada no contorno C' (a uma distância 2d da face do pilar), realizada para verificar a necessidade do uso de armadura de cisalhamento na seção.</p> $\tau_{sd} \leq \tau_{rd1}$	
Quando for prevista armadura de punção:	
<p>1ª Verificação: Realizada no contorno C (dimensões do pilar), se trata da verificação acerca da tensão resistente de compressão diagonal do concreto.</p> $\tau_{sd} \leq \tau_{rd2}$	
<p>2ª Verificação: Realizada no contorno crítico C', desta vez com a presença de armadura contribuindo com ganho de resistência.</p> $\tau_{sd} \leq \tau_{rd3}$	
<p>3ª Verificação: Realizada no contorno crítico C'', onde a tensão solicitante de cisalhamento τ_{sd} não deve superar a tensão resistente de cisalhamento τ_{rd1}.</p> $\tau_{sd} \leq \tau_{rd1}$	
NP EN 1992-1-1 (2010)	
<p>1ª Verificação: Verificação da compressão máxima nas faces do pilar, a tensão solicitante v_{Ed} não deverá exceder a tensão máxima de punçoamento $v_{Rd,m\acute{a}x}$.</p> $v_{Ed} \leq v_{Rd,m\acute{a}x}$	
<p>2ª Verificação: Verificação da necessidade de armadura de cisalhamento na seção</p> $v_{Ed} \leq v_{Rd,c} \quad v_{Ed} > v_{Rd,c}$	
<p>3ª Verificação: Cálculo da armadura de punçoamento e do perímetro $u_{out,ef}$</p> $v_{Ed} \leq v_{Rd,cs}$	

Fonte: Autoria própria (2020)

3.4.5.2 Modelos de cálculo para tensões solicitantes em pilares interiores

A principal diferença detectada nos procedimentos de cálculo das tensões solicitantes (Quadro 75) é a utilização do coeficiente β pela norma europeia. Esse coeficiente é o responsável pela presença de momentos na ligação e seu cálculo é necessário até mesmo nas verificações realizadas na face do pilar. Enquanto a norma brasileira, mesmo que haja momentos na ligação, possibilita que se sejam desconsiderados nas verificações no contorno C, perímetro localizado na face do pilar.

No Quadro 73 estão disponíveis os resultados relativos a perímetros de controlo nas regiões solicitadas pela norma para a efetuação das verificações para o caso do pilar interior.

Quadro 73 – Perímetros de controlo utilizados para cálculo das tensões solicitantes (pilar interno)

Comparação - Laje fungiforme			
Perímetros de controlo – Pilar Interno			
(cm)	Perímetro	NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
		μ	u
Pilar 5	Face do Pilar	120	120
	Contorno C'	387	381,4
	Contorno C''/ $u_{out,ef}$	544	675,96

Fonte: Autoria própria (2020)

Já os valores de tensões solicitantes em cada uma das regiões são fornecidos no Quadro 74.

Quadro 74 – Tensões solicitantes calculadas para o pilar interno

Comparação - Laje fungiforme			
Tensões solicitantes - Pilar Interno			
(MPa)	Perímetro	NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
		τ_{sd}	v_{Ed}
Pilar 5	Face do Pilar	3,6	3,58
	Contorno C'	1,12	1,13
	Contorno C''	0,79	-

Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 75 – Comparativo entre os modelos de cálculo das tensões solicitantes para pilares internos

Comparativo entre os modelos de cálculo das tensões solicitantes para pilares interiores												
NBR 6118 : 2014												
a) Sem transmissão de momentos ao pilar												
Face do pilar (C)	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_0 \cdot d}$	$\mu_0 = 2 \cdot C_1 + 2 \cdot C_2$										
2d de distância da face (C')	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_1 \cdot d}$	$\mu_1 = 2 \cdot C_1 + 2 \cdot C_2 + 4\pi d$										
Contorno C''	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_2 \cdot d}$	$\mu_2 = 2 \cdot C_1 + 2 \cdot C_2 + 4\pi d + 2\pi p$										
b) Com transmissão de momentos ao pilar												
Face do pilar (C)	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_0 \cdot d}$	$\mu_0 = 2 \cdot C_1 + 2 \cdot C_2$										
2d de distância da face (C')	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_1 \cdot d} + \frac{k \cdot M_{sd}}{W_p \cdot d}$	$\mu_1 = 2 \cdot C_1 + 2 \cdot C_2 + 4\pi d$										
Contorno C''	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_2 \cdot d} + \frac{k \cdot M_{sd}}{W_p \cdot d}$	$\mu_2 = 2 \cdot C_1 + 2 \cdot C_2 + 4\pi d + 2\pi p$										
$(C') W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_2 \cdot d + 16d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_1$ $(C'') W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_2 \cdot d + 16d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_1 + 2 \cdot C_2 \cdot p + 16 \cdot d \cdot p + 4 \cdot p^2 + \pi \cdot C_1 \cdot p$												
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 2px;">C_1/C_2</td> <td style="padding: 2px;">0,5</td> <td style="padding: 2px;">1,0</td> <td style="padding: 2px;">2,0</td> <td style="padding: 2px;">3,0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">κ</td> <td style="padding: 2px;">0,45</td> <td style="padding: 2px;">0,60</td> <td style="padding: 2px;">0,70</td> <td style="padding: 2px;">0,80</td> </tr> </table> <p style="font-size: small; margin-top: 5px;">onde: C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força; C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.</p>			C_1/C_2	0,5	1,0	2,0	3,0	κ	0,45	0,60	0,70	0,80
C_1/C_2	0,5	1,0	2,0	3,0								
κ	0,45	0,60	0,70	0,80								
NP EN 1992-1-1 (2010)												
O coeficiente β é o responsável por considerar no cálculo a presença de momentos.												
a) Sem transmissão de momentos ao pilar												
Face do pilar (C)	$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_0 \cdot d}$	$u_0 = 2 \cdot (c_1 + c_2)$										
2d de distância da face (C')	$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$	$u_1 = 2 \cdot (c_1 + c_2) + 4\pi d$										
$\beta = 1$												
b) Com transmissão de momentos ao pilar												
Face do pilar (C)	$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_0 \cdot d}$	$u_0 = 2 \cdot (c_1 + c_2)$										
2d de distância da face (C')	$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$	$u_1 = 2 \cdot (c_1 + c_2) + 4\pi d$										
<p style="margin-top: 10px;">Excentricidade em uma direção $\beta = 1 + k \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{W_1}$</p> <p style="margin-top: 10px;">Excentricidades nas duas direções $\beta = 1 + 1,8 \cdot \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_x}\right)^2 + \left(\frac{e_x}{b_y}\right)^2}$</p>												
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 2px;">c_1/c_2</td> <td style="padding: 2px;">$\leq 0,5$</td> <td style="padding: 2px;">1,0</td> <td style="padding: 2px;">2,0</td> <td style="padding: 2px;">$\geq 3,0$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">k</td> <td style="padding: 2px;">0,45</td> <td style="padding: 2px;">0,60</td> <td style="padding: 2px;">0,70</td> <td style="padding: 2px;">0,80</td> </tr> </table>			c_1/c_2	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$	k	0,45	0,60	0,70	0,80
c_1/c_2	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$								
k	0,45	0,60	0,70	0,80								
$W_1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 \cdot c_2 + 4 \cdot c_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot c_1$												

Fonte: Autoria própria (2020)

3.4.5.3 Modelos de cálculo para tensões solicitantes em pilares de bordo

Para o cálculo das tensões solicitantes, há uma mudança apenas no perímetro de controlo, visto que os pilares de bordo possuem uma dimensão que não contribuem com resistência (Quadro 78). No Quadro 76 estão disponíveis os resultados relativos a perímetros de controlo nas regiões solicitadas pela norma para a efetuação das verificações para o caso dos pilares de bordo.

Quadro 76 – Perímetros de controlo utilizados para cálculo das tensões solicitantes (pilares de bordo)

Comparação - Laje fungiforme			
Perímetros de controlo – Pilares de bordo			
(cm)	Perímetro	NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
		μ	u
Pilar 2	Face do Pilar	60	90
	Contorno C'	193	220,69
	Contorno C''/ $u_{out,ef}$	366,30	465,51
Pilar 4	Face do Pilar	60	90
	Contorno C'	193	220,69
	Contorno C''/ $u_{out,ef}$	366,30	465,51
Pilar 6	Face do Pilar	60	90
	Contorno C'	193	220,69
	Contorno C''/ $u_{out,ef}$	366,30	465,51
Pilar 8	Face do Pilar	60	90
	Contorno C'	193	220,69
	Contorno C''/ $u_{out,ef}$	366,30	465,51

Fonte: Autoria própria (2020)

Já os valores de tensões solicitantes nos respetivos perímetros são fornecidos no Quadro 77.

Quadro 77 – Tensões solicitantes calculadas para os pilares de bordo

Comparação - Laje fungiforme			
Tensões solicitantes – Pilares de bordo			
(MPa)	Perímetro	NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
		τ_{sd}	v_{Ed}
Pilar 2	Face do Pilar	3,97	2,63
	Contorno C'	1,23	1,07
	Contorno C''	0,652	-
Pilar 4	Face do Pilar	3,97	2,63
	Contorno C'	1,23	1,07
	Contorno C''	0,652	-
Pilar 6	Face do Pilar	3,97	2,63
	Contorno C'	1,23	1,07
	Contorno C''	0,652	-
Pilar 8	Face do Pilar	3,97	2,63
	Contorno C'	1,23	1,07
	Contorno C''	0,652	-

Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 78 – Comparativo entre os modelos de cálculo das tensões solicitantes para pilares de bordo

Comparativo entre os modelos de cálculo das tensões solicitantes para pilares de bordo		
NBR 6118 : 2014		
a) Sem transmissão de momentos ao pilar		
Face do pilar (C)	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_0 \cdot d}$	$\mu_0 = 2 \cdot a_0 + C_1$
2d de distância da face (C')	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_1 \cdot d}$	$\mu_1 = 2 \cdot a_0 + C_1 + 2\pi d$
Contorno C''	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_2 \cdot d}$	$\mu_2 = 2 \cdot a_0 + C_1 + 2\pi d + \pi p$
$a_0 = 1,5d \leq \frac{C_2}{2}$		
b) Com transmissão de momentos no plano paralelo ao bordo livre		
Face do pilar (C)	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_0 \cdot d}$	$\mu_0 = 2 \cdot a_0 + C_1$
2d de distância da face (C')	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_1 \cdot d} + \frac{k_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{k_2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d}$	$\mu_1 = 2 \cdot a_0 + C_1 + 2\pi d$
Contorno C''	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_2 \cdot d} + \frac{k_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{k_2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d}$	$\mu_2 = 2 \cdot a_0 + C_1 + 2\pi d + \pi p$
c) Sem transmissão de momentos no plano paralelo ao bordo livre		
Face do pilar (C)	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_0 \cdot d}$	$\mu_0 = 2 \cdot a_0 + C_1$
2d de distância da face (C')	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_1 \cdot d} + \frac{k_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d}$	$\mu_1 = 2 \cdot a_0 + C_1 + 2\pi d$
Contorno C''	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_2 \cdot d} + \frac{k_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d}$	$\mu_2 = 2 \cdot a_0 + C_1 + 2\pi d + \pi p$

O cálculo de W_{p1} e W_{p2} dependem de valores das excentricidades, cujas equações são fornecidas por Loureiro (2005):											
2d de distância da face (C')	$e_{c'} = \frac{c_1^2 + c_1 \cdot c_2 + 2 \cdot d \cdot c_2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot c_1 + 8 \cdot d^2}{2 \cdot c_1 + c_2 + 2 \cdot \pi \cdot d}$ <p>se $e_{c'} \leq c_1$ $W_{p1} = 2 \cdot e_{c'}^2$</p> <p>se $c_1 < e_{c'} \leq c_1 + 4 \cdot \frac{d}{\pi}$ $W_{p1} = 2 \cdot c_1 \cdot \left(e_{c'} - \frac{c_1}{2} \right) + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot \left(c_1 + \frac{4 \cdot d}{\pi} - e_{c'} \right) + c_2 \cdot (c_1 + 2 \cdot d - e_{c'})$</p> <p>se $e_{c'} > c_1 + 4 \cdot \frac{d}{\pi}$ $W_{p1} = 2 \cdot c_1 \cdot \left(e_{c'} - \frac{c_1}{2} \right) + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot \left(e_{c'} - c_1 - \frac{4 \cdot d}{\pi} \right) + c_2 \cdot (c_1 + 2 \cdot d - e_{c'})$</p> $W_{p2} = \frac{c_2^2}{4} + c_1 \cdot c_2 + 4 \cdot c_1 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_2$										
Contorno C''	$e_{c''} = \frac{c_1^2 + \pi \cdot (p + 2 \cdot d) \cdot \left[c_1 + \frac{2(p + 2 \cdot d)}{\pi} \right] + c_2 \cdot (c_1 + p + 2 \cdot d)}{2 \cdot c_1 + c_2 + \pi \cdot (p + 2 \cdot d)}$ <p>se $e_{c''} \leq c_1$ $W_{p1} = 2 \cdot e_{c''}^2$</p> <p>se $c_1 < e_{c''} \leq c_1 + 2 \cdot \frac{(p + 2 \cdot d)}{\pi}$ $W_{p1} = 2 \cdot c_1 \cdot \left(e_{c''} - \frac{c_1}{2} \right) + \pi \cdot (p + 2 \cdot d) \cdot \left(c_1 + \frac{2 \cdot (p + 2 \cdot d)}{\pi} - e_{c''} \right) + c_2 \cdot (c_1 + p + 2 \cdot d - e_{c''})$</p> <p>se $e_{c''} > c_1 + 2 \cdot \frac{(p + 2 \cdot d)}{\pi}$ $W_{p1} = 2 \cdot c_1 \cdot \left(e_{c''} - \frac{c_1}{2} \right) + \pi \cdot (p + 2 \cdot d) \cdot \left(e_{c''} - c_1 - \frac{2 \cdot (p + 2 \cdot d)}{\pi} \right) + c_2 \cdot (c_1 + p + 2 \cdot d - e_{c''})$</p> $W_{p2} = \frac{c_2^2}{4} + c_1 \cdot c_2 + 4 \cdot c_1 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_2 + 2 \cdot c_1 \cdot p + 8 \cdot d \cdot p + \frac{\pi \cdot p \cdot c_2}{2} + 2 \cdot p^2$										
NP EN 1992-1-1 (2010)											
O coeficiente β é o responsável por considerar no cálculo a presença de momentos.											
a) Sem transmissão de momentos ao pilar											
Face do pilar (C)	$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_0 \cdot d}$ $u_0 = c_2 + 3d \leq c_2 + 2 \cdot c_1$										
2d de distância da face (C')	$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$ $u_1 = u_0 + 2\pi d$										
$\beta = 1$											
b) Com transmissão de momentos em uma ou duas direções											
Face do pilar (C)	$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_0 \cdot d}$ $u_0 = c_2 + 3d \leq c_2 + 2 \cdot c_1$										
2d de distância da face (C')	$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$ $u_1 = u_0 + 2\pi d$										
Excentricidade em uma direção (dirigida para o interior)	$\beta = \frac{u_1}{u_1'}$										
Excentricidade em uma direção (dirigida para o exterior)	$\beta = 1 + k \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{W_1}$										
Excentricidades nas duas direções	$\beta = \frac{u_1}{u_1'} + k \cdot \frac{u_1}{W_1} \cdot e_{par}$										
$W_1 = \frac{c_2^2}{4} + c_1 \cdot c_2 + 4 \cdot c_1 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_2$											
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>c_1/c_2</td> <td>$\leq 0,5$</td> <td>1,0</td> <td>2,0</td> <td>$\geq 3,0$</td> </tr> <tr> <td>k</td> <td>0,45</td> <td>0,60</td> <td>0,70</td> <td>0,80</td> </tr> </table>		c_1/c_2	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$	k	0,45	0,60	0,70	0,80
c_1/c_2	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$							
k	0,45	0,60	0,70	0,80							

Fonte: Autoria própria (2020)

3.4.5.4 Modelos de cálculo para tensões solicitantes em pilares de canto

No caso dos pilares de canto, apenas duas dimensões contribuem para uma redução da tensão solicitante (Quadro 81). O Quadro 79 disponibiliza os valores de perímetros de controlo utilizados nas verificações de punçoamento para os pilares de canto.

Quadro 79 – Perímetros de controlo utilizados para cálculo das tensões solicitantes (pilares de canto)

Comparação - Laje fungiforme			
Perímetros de controlo – Pilares de canto			
(cm)	Perímetro	NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
		μ	u
Pilar 1	Face do Pilar	30	60
	Contorno C'	96,75	125,34
	Contorno C''/ $u_{out,ef}$	206,71	290,82
Pilar 3	Face do Pilar	30	60
	Contorno C'	96,75	125,34
	Contorno C''/ $u_{out,ef}$	206,71	290,82
Pilar 7	Face do Pilar	30	60
	Contorno C'	96,75	125,34
	Contorno C''/ $u_{out,ef}$	206,71	290,82
Pilar 9	Face do Pilar	30	60
	Contorno C'	96,75	125,34
	Contorno C''/ $u_{out,ef}$	206,71	290,82

Fonte: Autoria própria (2020)

Enquanto que as tensões solicitantes nos respectivos perímetros para os pilares de canto são fornecidas no Quadro 80.

Quadro 80 – Tensões solicitantes calculadas para os pilares de canto

Comparação - Laje fungiforme			
Tensões solicitantes – Pilares de canto			
(MPa)	Perímetro	NBR 6118: 2014	NP EN 1992-1-1 (2010)
		τ_{sd}	ν_{Ed}
Pilar 1	Face do Pilar	4,34	2,15
	Contorno C'	1,34	1,03
	Contorno C''	0,63	-
Pilar 3	Face do Pilar	4,34	2,15
	Contorno C'	1,34	1,03
	Contorno C''	0,63	-
Pilar 7	Face do Pilar	4,34	2,15
	Contorno C'	1,34	1,03
	Contorno C''	0,63	-
Pilar 9	Face do Pilar	4,34	2,15
	Contorno C'	1,34	1,03
	Contorno C''	0,63	-

Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 81 – Comparativo entre os modelos de cálculo das tensões solicitantes para pilares de canto

Comparativo entre os modelos de cálculo das tensões solicitantes para pilares de canto			
NBR 6118 : 2014			
a) Sem transmissão de momentos ao pilar			
Face do pilar (C)	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_0 \cdot d}$	$\mu_0 = a_1 + a_2$	
2d de distância da face (C')	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_1 \cdot d}$	$\mu_1 = a_1 + a_2 + \pi d$	
Contorno C''	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_2 \cdot d}$	$\mu_2 = a_1 + a_2 + \pi d + \frac{\pi p}{2}$	
$a_1 = 1,5d \leq \frac{c_1}{2}$		$a_2 = 1,5d \leq \frac{c_2}{2}$	
b) Com transmissão de momentos no plano perpendicular ao bordo livre			
Face do pilar (C)	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_0 \cdot d}$	$\mu_0 = a_1 + a_2$	
2d de distância da face (C')	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_1 \cdot d} + \frac{k_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d}$	$\mu_1 = a_1 + a_2 + \pi d$	
Contorno C''	$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu_2 \cdot d} + \frac{k_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d}$	$\mu_2 = a_1 + a_2 + \pi d + \frac{\pi p}{2}$	
A norma sugere verificar cada bordo de forma isolada.		$k_1 = \frac{c_1}{c_r}$	
O cálculo de W_{p1} depende de valores das excentricidades, cujas equações		r	
Loureiro (2005):			

<p>2d de distância da face (C')</p>	$e_{e'} = \frac{0,5 \cdot c_1^2 + c_1 \cdot c_2 + 2 \cdot d \cdot c_2 + \pi \cdot d \cdot c_1 + 4 \cdot d^2}{c_1 + c_2 + \pi \cdot d}$ <p>se $e_{e'} \leq c_1$ $W_{p1} = e_{e'}^2$</p> <p>se $c_1 < e_{e'} \leq c_1 + 4 \cdot \frac{d}{\pi}$ $W_{p1} = c_1 \cdot \left(e_{e'} - \frac{c_1}{2} \right) + \pi \cdot d \cdot \left(c_1 + \frac{4 \cdot d}{\pi} - e_{e'} \right) + c_2 \cdot (c_1 + 2 \cdot d - e_{e'})$</p> <p>se $e_{e'} > c_1 + 4 \cdot \frac{d}{\pi}$ $W_{p1} = c_1 \cdot \left(e_{e'} - \frac{c_1}{2} \right) + \pi \cdot d \cdot \left(e_{e'} - c_1 - \frac{4 \cdot d}{\pi} \right) + c_2 \cdot (c_1 + 2 \cdot d - e_{e'})$</p>																															
<p>Contorno C''</p>	$e_{e''} = \frac{0,5 \cdot c_1^2 + 0,5 \cdot \pi \cdot (p + 2 \cdot d) \cdot \left[c_1 + \frac{2(p + 2 \cdot d)}{\pi} \right] + c_2 \cdot (c_1 + p + 2 \cdot d)}{c_1 + c_2 + 0,5 \cdot \pi \cdot (p + 2 \cdot d)}$ <p>se $e_{e''} \leq c_1$ $W_{p1} = 2 \cdot e_{e''}^2$</p> <p>se $c_1 < e_{e''} \leq c_1 + 2 \cdot \frac{(p + 2 \cdot d)}{\pi}$ $W_{p1} = c_1 \cdot \left(e_{e''} - \frac{c_1}{2} \right) + 0,5 \cdot \pi \cdot (p + 2 \cdot d) \cdot \left(c_1 + \frac{2 \cdot (p + 2 \cdot d)}{\pi} - e_{e''} \right) + c_2 \cdot (c_1 + p + 2 \cdot d - e_{e''})$</p> <p>se $e_{e''} > c_1 + 2 \cdot \frac{(p + 2 \cdot d)}{\pi}$ $W_{p1} = c_1 \cdot \left(e_{e''} - \frac{c_1}{2} \right) + 0,5 \cdot \pi \cdot (p + 2 \cdot d) \cdot \left(e_{e''} - c_1 - \frac{2 \cdot (p + 2 \cdot d)}{\pi} \right) + c_2 \cdot (c_1 + p + 2 \cdot d - e_{e''})$</p>																															
<p>NP EN 1992-1-1 (2010)</p>																																
<p>O coeficiente β é o responsável por considerar no cálculo a presença de momentos.</p> <table border="1" data-bbox="395 1189 1198 1397"> <tr> <th colspan="3" data-bbox="395 1189 1198 1218">a) Sem transmissão de momentos ao pilar</th> </tr> <tr> <td data-bbox="395 1225 635 1270">Face do pilar (C)</td> <td data-bbox="635 1225 858 1270">$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_0 \cdot d}$</td> <td data-bbox="858 1225 1198 1270">$u_0 = 3d \leq c_2 + c_1$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="395 1285 635 1346">2d de distância da face (C')</td> <td data-bbox="635 1285 858 1346">$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$</td> <td data-bbox="858 1285 1198 1346">$u_1 = u_0 + \pi d$</td> </tr> <tr> <td colspan="3" data-bbox="395 1346 1198 1397" style="text-align: center;">$\beta = 1$</td> </tr> </table> <table border="1" data-bbox="395 1435 1198 1644"> <tr> <th colspan="3" data-bbox="395 1435 1198 1464">b) Com transmissão de momentos em uma direção</th> </tr> <tr> <td data-bbox="395 1471 635 1516">Face do pilar (C)</td> <td data-bbox="635 1471 858 1516">$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_0 \cdot d}$</td> <td data-bbox="858 1471 1198 1516">$u_0 = 3d \leq c_2 + c_1$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="395 1532 635 1592">2d de distância da face (C')</td> <td data-bbox="635 1532 858 1592">$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$</td> <td data-bbox="858 1532 1198 1592">$u_1 = u_0 + \pi d$</td> </tr> </table> <p data-bbox="395 1675 1198 1736">Excentricidade em uma direção (dirigida para o interior) $\beta = \frac{u_1}{u_1'}$</p> <p data-bbox="395 1765 1198 1825">Excentricidade em uma direção (dirigida para o exterior) $\beta = 1 + k \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{W_1}$</p> $W_1 = \frac{c_2^2}{4} + c_1 \cdot c_2 + 4 \cdot c_1 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_2$ <table border="1" data-bbox="580 1921 1038 1995"> <tr> <td>c_1/c_2</td> <td>$\leq 0,5$</td> <td>1,0</td> <td>2,0</td> <td>$\geq 3,0$</td> </tr> <tr> <td>k</td> <td>0,45</td> <td>0,60</td> <td>0,70</td> <td>0,80</td> </tr> </table>		a) Sem transmissão de momentos ao pilar			Face do pilar (C)	$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_0 \cdot d}$	$u_0 = 3d \leq c_2 + c_1$	2d de distância da face (C')	$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$	$u_1 = u_0 + \pi d$	$\beta = 1$			b) Com transmissão de momentos em uma direção			Face do pilar (C)	$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_0 \cdot d}$	$u_0 = 3d \leq c_2 + c_1$	2d de distância da face (C')	$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$	$u_1 = u_0 + \pi d$	c_1/c_2	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$	k	0,45	0,60	0,70	0,80
a) Sem transmissão de momentos ao pilar																																
Face do pilar (C)	$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_0 \cdot d}$	$u_0 = 3d \leq c_2 + c_1$																														
2d de distância da face (C')	$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$	$u_1 = u_0 + \pi d$																														
$\beta = 1$																																
b) Com transmissão de momentos em uma direção																																
Face do pilar (C)	$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_0 \cdot d}$	$u_0 = 3d \leq c_2 + c_1$																														
2d de distância da face (C')	$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$	$u_1 = u_0 + \pi d$																														
c_1/c_2	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$																												
k	0,45	0,60	0,70	0,80																												

Fonte: Autoria própria (2020)

3.4.5.5 Modelos de cálculo para as tensões resistentes

Grande parcela da resistência da seção provém do aço, logo todos os contornos críticos devem ser suficientemente preenchidos até que a resistência gerada pelo betão seja o suficiente para dissipar os esforços transversos atuantes. As duas normas possuem equações similares para seu cálculo, porém com nomenclaturas diferentes (Quadro 83).

O Quadro 82 descreve as tensões resistentes calculadas para os pilares internos, de bordo e de canto, de acordo com as suas devidas nomenclaturas equivalentes.

Quadro 82 – Tensões resistentes calculadas para cada pilar

Comparação - Laje fungiforme							
Tensões solicitantes – Pilares de canto							
(MPa)	Pilar	NBR 6118: 2014			NP EN 1992-1-1 (2010)		
		τ_{rd1}	τ_{rd2}	τ_{rd3}	$V_{Rd,c}$	$V_{Rd,max}$	$V_{Rd,cs}$
Pilar Interno	Pilar 5	0,87	5,09	1,12	0,702	5,28	1,13
Pilares de Bordo	Pilar 2	0,66	5,09	1,23	0,561	5,28	1,07
	Pilar 4	0,66	5,09	1,23	0,561	5,28	1,07
	Pilar 6	0,66	5,09	1,23	0,561	5,28	1,07
	Pilar 8	0,66	5,09	1,23	0,561	5,28	1,07
Pilares de Canto	Pilar 1	0,676	5,09	1,34	0,534	5,28	1,03
	Pilar 3	0,676	5,09	1,34	0,534	5,28	1,03
	Pilar 7	0,676	5,09	1,34	0,534	5,28	1,03
	Pilar 9	0,676	5,09	1,34	0,534	5,28	1,03

Fonte: Autoria própria (2020)

Comparativo entre os modelos de cálculo das tensões resistentes		
NBR 6118 : 2014		
$\tau_{rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{CP}$ $\tau_{rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$ $\tau_{rd3} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{CP} + \left(1,5 \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen } \alpha}{S_r \cdot \mu} \right)$		
$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}(\text{MPa})}{250}$ $\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$ <p>$f_{ywd} = 250$ MPa para lajes com espessura até 15 cm</p> <p>$f_{ywd} = 435$ MPa para lajes com espessura a partir de 35 cm</p>		
NP EN 1992-1-1 (2010)		
$v_{Rd,max} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd}$ $v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \geq (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp})$ $v_{Rd,cs} = 0,75 \cdot v_{Rd,c} + 1,5 \cdot \frac{d}{S_r} \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \frac{\text{sen } \alpha}{u_1 \cdot d}$		
$v = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right)$	$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad [d \sim mm]$	$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$
$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cy} + \sigma_{cz}}{2}$	$\sigma_{cy} = \frac{N_{Ed,y}}{A_{cy}}$	$\sigma_{cz} = \frac{N_{Ed,z}}{A_{cz}}$
$v_{min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$	$f_{ywd,ef} = 250 + 0,25 \cdot d \leq f_{ywd} \quad [\text{MPa}]$	

Fonte: Autoria própria (2020)

3.4.5.6 Disposições Construtivas

Quadro 84 – Comparativo entre as disposições construtivas utilizadas

Comparativo entre as disposições construtivas utilizadas	
NBR 6118 : 2014	
1	Deve-se posicionar linhas de armadura até que a tensão solicitante seja inferior a resistente no contorno C' , a área de aço de cada perimetro deve ser respeitada para atender a tensão solicitante no contorno C' .
2	A distância entre a face do pilar e a primeira linha de armaduras não deve superar $0,5d$.
3	A distância entre duas linhas de armaduras não deve superar $0,75d$.
4	O diâmetro da armadura de estribo não deve superar $h/20$.
NP EN 1992-1-1 (2010)	
1	O perímetro $u_{out,ef}$ se trata da circunferência onde a norma exige que não se faz necessária armadura. É necessária existência de armadura até uma distância kd de alcançar este perímetro. (Anexo Nacional Português indica que $k = 1,5$)
$u_{out,ef} = \beta \cdot \frac{V_{ed}}{v_{Rd,c} \cdot d}$	
2	Recomenda-se o mínimo de 2 perímetros de armadura com espaçamento inferior ou igual a $0,75d$.
3	A distância entre a face do pilar e a primeira linha de armaduras não deve superar $0,5d$. O espaçamento máximo entre os ramos do estribo deverá ser igual ou inferior a $1,5d$ na região delimitada pelo primeiro perímetro de controle e não deverá superar $2d$ para os perímetros exteriores ao primeiro perímetro de controle.
4	
<p>[A] - perímetro de controle exterior que necessita de armaduras de punção</p> <p>[B] - primeiro perímetro de controle que não necessita de armaduras de punção</p> <p>a) Espaçamento de estribos</p> <p>b) Espaçamento de varões inclinados</p>	

Fonte: Autoria própria (2020)

3.4.6 Resultados da aplicação prática em lajes fungiformes

Quadro 85 – Taxas de aço e configurações de armadura utilizadas para ambas normas

Pórtico	Pos.Faixa	Armaduras necessárias		Configuração		Armaduras efetivas	
		A _{s+} (cm ² /m)	A _{s-} (cm ² /m)	Arm. Posit.	Arm. Negativ.	A _{s,ef+} (cm ² /m)	A _{s,ef-} (cm ² /m)
1	Externa	6.21	15.93	φ 12,5 c/ 19	φ 20 c/ 19	6.46	16.53
	Interna	10.41	10.26	φ 16 c/ 16	φ 16 c/ 16	12.06	12.06
2	Externa	6.21	15.93	φ 12,5 c/ 19	φ 20 c/ 19	6.46	16.53
	Interna	10.41	10.26	φ 16 c/ 16	φ 16 c/ 16	12.06	12.06
3	Externa	6.21	15.93	φ 12,5 c/ 19	φ 20 c/ 19	6.46	16.53
	Interna	10.41	10.26	φ 16 c/ 16	φ 16 c/ 16	12.06	12.06
4	Externa	6.21	15.93	φ 12,5 c/ 19	φ 20 c/ 19	6.46	16.53
	Interna	10.41	10.26	φ 16 c/ 16	φ 16 c/ 16	12.06	12.06
5	Externa	6.21	15.93	φ 12,5 c/ 19	φ 20 c/ 19	6.46	16.53
	Interna	10.41	10.26	φ 16 c/ 16	φ 16 c/ 16	12.06	12.06
6	Externa	6.21	15.93	φ 12,5 c/ 19	φ 20 c/ 19	6.46	16.53
	Interna	10.41	10.26	φ 16 c/ 16	φ 16 c/ 16	12.06	12.06

NBR 6118:2014

1	Externa	6.15	15.71	φ 12 c/ 16	φ 20 c/ 17	7.07	18.48
	Interna	5	4.93	φ 12 c/ 20	φ 12 c/ 20	5.65	5.65
2	Externa	6.15	15.71	φ 12 c/ 16	φ 20 c/ 17	7.07	18.48
	Interna	5	4.93	φ 12 c/ 20	φ 12 c/ 20	5.65	5.65
3	Externa	6.15	15.71	φ 12 c/ 16	φ 20 c/ 17	7.07	18.48
	Interna	5	4.93	φ 12 c/ 20	φ 12 c/ 20	5.65	5.65
4	Externa	6.15	15.71	φ 12 c/ 16	φ 20 c/ 17	7.07	18.48
	Interna	5	4.93	φ 12 c/ 20	φ 12 c/ 20	5.65	5.65
5	Externa	6.15	15.71	φ 12 c/ 16	φ 20 c/ 17	7.07	18.48
	Interna	5	4.93	φ 12 c/ 20	φ 12 c/ 20	5.65	5.65
6	Externa	6.15	15.71	φ 12 c/ 16	φ 20 c/ 17	7.07	18.48
	Interna	5	4.93	φ 12 c/ 20	φ 12 c/ 20	5.65	5.65

NP EN 1992-1-1 (2010)

Percentual de Economia de aço					
Pórtico	Pos.Faixa	A _{s+} (cm ² /m)	A _{s-} (cm ² /m)	A _{s,ef+} (cm ² /m)	A _{s,ef-} (cm ² /m)
1	Externa	0.97	1.38	8.63	10.55
	Interna	51.97	51.95	53.15	53.15
2	Externa	0.97	1.38	8.63	10.55
	Interna	51.97	51.95	53.15	53.15
3	Externa	0.97	1.38	8.63	10.55
	Interna	51.97	51.95	53.15	53.15
4	Externa	0.97	1.38	8.63	10.55
	Interna	51.97	51.95	53.15	53.15
5	Externa	0.97	1.38	8.63	10.55
	Interna	51.97	51.95	53.15	53.15
6	Externa	0.97	1.38	8.63	10.55
	Interna	51.97	51.95	53.15	53.15
Média (%)		26.47	26.67	30.89	31.85

Fonte: Autoria própria (2020)

Tabela de armaduras longitudinais						
NBR 6118:2014	Armaduras Negativas					
	Referência	Quantidade	Diâmetro (mm)	Comprimento (cm)	Peso unitário (kg/m)	Peso total (kg)
	N1	80	20	270	2.46	531.36
	N2	76	20	200	2.46	373.92
	N3	40	20	490	2.46	482.16
	N4	38	20	350	2.46	327.18
	N5	176	16	200	1.58	556.16
	N6	88	16	350	1.58	486.64
	Armaduras Positivas					
	Referência	Quantidade	Diâmetro (mm)	Comprimento (cm)	Peso unitário (kg/m)	Peso total (kg)
	N7	32	12.5	155	0.96	47.62
	N8	12	20	310	2.46	91.51
	N9	156	12.5	638	0.96	955.47
	N10	32	16	1480	1.58	748.29
	N11	112	16	638	1.58	1129.00
N12	12	20	155	2.46	45.76	
N13	8	25	344	3.85	105.95	
Total	862				5881.02	
Quantitativos por diâmetro						
	Diâmetro (mm)	Quantidade	Comprimento total (m)	Peso total (kg)		
	12,5	188	1044.88	1003.08		
	16	408	1848.16	2920.09		
	20	258	752.8	1851.89		
	25	8	27.52	105.95		
NP EN 1992-1-1 (2010)	Armaduras Negativas					
	Referência	Quantidade	Diâmetro (mm)	Comprimento (cm)	Peso unitário (kg/m)	Peso total (kg)
	N1	90	20	488	2.46	1080.43
	N2	72	12	432	0.888	276.20
	N3	4	20	174	2.46	17.12
	Armaduras Positivas					
	Referência	Quantidade	Diâmetro (mm)	Comprimento (cm)	Peso unitário (kg/m)	Peso total (kg)
	N4	24	12	155	0.888	33.03
	N5	8	20	310	2.46	61.01
	N6	164	12	1480	0.888	2155.35
	N7	8	20	170	2.46	33.46
	N8	8	20	344	2.46	67.70
	Total	378		3553		3724.31
	Quantitativos por diâmetro					
		Diâmetro (mm)	Quantidade	Comprimento total (m)	Peso total (kg)	
	12	260	2775.44	2464.59		
	20	118	512.08	1259.72		

Fonte: Autoria própria (2020)

Quadro 87 - Comparativo entre os resultados dos projetos de armaduras de punçoamento

Tabela de armaduras de punçoamento							
Ref. Pilar	Posição	Diâmetro do varão (mm)	Quant. de perímetros	Varões por perímetro	Área efet. por perímetro	Quant. total de varões (unid.)	Área efet. total (cm ²)
1	Canto	8	5	7	3.52	35	17.59
2	Bordo	8	4	11	5.53	44	22.12
3	Canto	8	5	7	3.52	35	17.59
4	Bordo	8	4	11	5.53	44	22.12
5	Interno	8	2	16	8.04	32	16.08
6	Bordo	8	4	11	5.53	44	22.12
7	Canto	8	5	7	3.52	35	17.59
8	Bordo	8	4	11	5.53	44	22.12
9	Canto	8	5	7	3.52	35	17.59
Total						348	174.92

Ref. Pilar	Posição	Diâmetro do varão (mm)	Quant. de perímetros	Varões por perímetro	Área efet. por perímetro	Quant. total de varões (unid.)	Área efet. total (cm ²)
1	Canto	10	9	5	3.93	45	35.34
2	Bordo	10	7	8	6.28	56	43.98
3	Canto	10	9	5	3.93	45	35.34
4	Bordo	10	7	8	6.28	56	43.98
5	Interno	8	5	16	8.04	80	40.21
6	Bordo	10	7	8	6.28	56	43.98
7	Canto	10	9	5	3.93	45	35.34
8	Bordo	10	7	8	6.28	56	43.98
9	Canto	10	9	5	3.93	45	35.34
Total						484	357.51

Percentual de Economia de aço (%)			
Ref. Pilar	Posição	Quant. total de varões	Área efet. total
1	Canto	22.22	50.22
2	Bordo	21.43	49.71
3	Canto	22.22	50.22
4	Bordo	21.43	49.71
5	Interno	60.00	60.00
6	Bordo	21.43	49.71
7	Canto	22.22	50.22
8	Bordo	21.43	49.71
9	Canto	22.22	50.22
Total		28.10	51.07

Fonte: Autoria própria (2020)

3.5 Considerações finais

Quanto a classe de agressividade ambiental, as duas normas geram classificações equivalentes, considerando risco moderado com pouco risco de deterioração da estrutura. Contudo, há uma diferença de 5 mm entre os dois recobrimentos, mostrando uma suave diferença entre os dois métodos nesse requisito.

Quanto às armaduras mínimas, na laje maciça houve uma diferença de apenas 3,11%, sendo a maior taxa para o dimensionamento pela norma brasileira. Na laje fungiforme, a diferença é aproximadamente de 13%, novamente com a maior taxa sendo pelo dimensionamento pelo regulamento brasileiro. Entretanto a maior diferença entre as taxas ocorreu nas taxas máximas de armadura máxima, de aproximadamente 14%, tendo a maior quantidade para o dimensionamento pela norma brasileira.

De acordo com os métodos utilizados de pré-dimensionamento da espessura da laje, o dimensionamento da laje maciça pela norma brasileira foi mais econômico em 25%, enquanto que na laje fungiforme as espessuras convergiram.

No dimensionamento da laje fungiforme, quanto à definição dos momentos por pórticos, a diferença máxima entre as duas normas foi de 2,94%, tendo o dimensionamento pela norma portuguesa menores momentos. Com a distribuição dos mesmos nas faixas externas e internas, percebeu-se uma diferença na análise das faixas que é que a norma brasileira considera a união entre as duas faixas internas do meio do vão, enquanto que a norma portuguesa a considera separadamente. Se utilizando das percentagens definidas em cada norma, percebeu-se uma diferença máxima de 2,93% para os momentos positivos e 2,94% para os negativos. A mesma percentagem se mantém na comparação dos momentos por metro visto que a laje possui as mesmas dimensões para as duas abordagens.

Na comparação dos resultados das armaduras longitudinais de flexão para a laje maciça, a norma brasileira gastou em torno de 38% a mais de aço do que a portuguesa. Quanto ao tamanho dos varões e peso total das armaduras, a laje pela norma portuguesa gerou uma configuração de armadura com um total de 528 varões, já o regulamento brasileiro obteve um saldo de 366. Contudo, o dimensionamento pela norma brasileira resultou em mais quantidade de aço, com 1471 kg contra 906 kg do regulamento europeu.

Na comparação dos resultados das armaduras longitudinais para a laje fungiforme, a NBR utilizou um montante de 5881 kg de aço contra 3724 kg da norma portuguesa, equivalente a uma diferença de aproximadamente 36% a mais de aço. Embora os momentos calculados pela norma europeia sejam maiores, essa grande diferença de armadura provém das exigências construtivas mais rigorosas descritas no regulamento brasileiro. Isto é perceptível na leitura dos projetos de armaduras das duas lajes, já que o projeto brasileiro demonstra ser mais rico em detalhes e armaduras mais recortadas com varões negativos posicionados em quase toda a laje, mesmo em regiões com momento negativo mínimo. Em compensação, para as quantidades de armaduras de punçoamento, a norma portuguesa utilizou um total de área de aço excedente de 51% comparado à homologa brasileira, o motivo se repete, os detalhes construtivos fazem uma considerável diferença nos resultados finais.

CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Conclusões

Após concluído o dimensionamento segundo as normas brasileira e portuguesa, os princípios específicos tradicionais em cada país, embora com algumas diferenças em valores numéricos e coeficientes de cálculo, foi possível perceber uma evidente semelhança entre as duas normas. Essa semelhança é demonstrada nos quantitativos de materiais gerados após dimensionamento, mesmo considerando o fato de a norma portuguesa permitir a repartição das cargas para os vãos mais rígidos no caso das lajes maciças. Portanto, mesmo com as diferenças entre abordagens, as duas normas convergem para resultados finais semelhantes. Na rotina de dimensionamento para lajes fungiformes, a norma brasileira considera o momento na ligação diretamente na equação da tensão solicitante, enquanto a portuguesa dá para possibilidade de ter em conta esses momentos, embora de forma condicionada, através de um coeficiente β .

Foi observado que a norma portuguesa trata com mais rigor e de forma mais detalhada os conceitos relacionados com as classes ambientais e a temática de recobrimento. Em comparação com a abordagem brasileira, são oferecidas situações mais específicas, tornando o processo ao todo mais detalhado. Da mesma forma acontece para o cálculo da espessura de betão referente ao recobrimento; a norma portuguesa fornece uma equação mais abrangente e detalhada.

Por outro lado, quanto aos modelos adotados de pré-dimensionamento, foi estudado que os métodos adotados através da literatura brasileira pareceram ser mais criteriosos, utilizando tabelas elaboradas por autores nacionais conceituados. Ao invés, a literatura portuguesa estudada utiliza modelos de pré-dimensionamentos mais simplificados.

Quanto ao dimensionamento das armaduras de flexão e punçoamento, as duas normas utilizam teorias muito semelhantes, com uma diferença mais perceptível quanto à distribuição dos momentos nas faixas. A norma portuguesa permite a escolha da percentagem de repartição dos momentos, cedendo apenas os limites mínimos e máximos. Ao invés, a norma brasileira dita percentagens fixas de distribuição dos momentos para dimensionamento da área de aço necessária.

Na temática de armaduras longitudinais de flexão, a quantidade gerada através do dimensionamento pela norma portuguesa acabou sendo a mais econômica. Tal pode ser explicado devido à maior quantidade de detalhes de disposições das armaduras fixados pela norma brasileira, o que gerou uma quantidade maior de armaduras. Em contrapartida, na temática de armaduras de punçoamento, o dimensionamento pela norma brasileira demonstrou ser mais econômico, se ficou claro uma grande diferença entre quantidades de linhas de armadura, já que a norma portuguesa sugere uma distância kd da última linha de armadura até o perímetro externo; esse fator, não detalhado na homologa brasileira, contribuiu para essa considerável diferença.

Em termos gerais, do ponto de vista quantitativo, para a laje maciça, a norma brasileira NBR 6118 origina mais 38% em peso de aço do que a norma portuguesa NP EN 1992-1-1. O regulamento português apresenta resultados mais econômicos, principalmente devido a repartição dos carregamentos para os dois vãos. Relativamente à laje fungiforme, a norma NBR 6118 apresenta uma armadura longitudinal em peso linear superior em 36%, sendo assim o regulamento português com resultados mais econômicos. Em termos de armadura de punçoamento, a norma NBR 6118 dá uma diferença de 51% inferior relativamente à norma NP EN 1992-1-1; diferença acentuada devido a condições construtivas diferentes.

Desenvolvimentos futuros

Estudos comparativos são interessantes a ponto de definir diferenças e abordar possíveis pontos de melhorias em alguma temática global. Na área da engenharia estrutural, será interessante realizar estudos comparativos utilizando outra norma bem influente mundialmente, como a norma americana ACI 318-19 (*Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary*). Sugere-se também estudos comparativos em outros tópicos da engenharia estrutural, como dimensionamento de vigas e pilares em betão armado ou até elementos pré-esforçados e pré-moldados. A engenharia estrutural é uma área muito abrangente e numérica, oferecendo dezenas de possibilidades de estudos avaliativo e comparativo.

REFERÊNCIAS

APL ENGENHARIA. *Concreto armado: vantagens e desvantagens de utilizá-lo nas obras*. 2018. Disponível em: <https://blog.apl.eng.br/concreto-armado-vantagens-e-desvantagens-de-utiliza-lo-nas-obras/>. Acesso em: 08 fev. 2020.

APPLETON, Júlio. et al. *Estruturas de Betão II*. Notas de Apoio às Aulas, 2013.

APPLETON, Júlio. *Construções em Betão - Notas Históricas Sobre a sua Evolução*. p. 18, 2005.

APPLETON, Júlio; MARCHÃO, Carla. *Betão Armado e Pré-Esforçado II: Módulo 2 - lajes de betão armado*. Lisboa: 2007. 101 p. Disponível em: <https://docplayer.com.br/50187618-Betao-armado-e-pre-esforçado-ii-modulo-2-lajes-de-betao-armado.html>. Acesso em: 18 ago. 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118: Projetos de Estruturas de Concreto*. 3ª ed. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações*. Rio de Janeiro, 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *História da normalização brasileira*. Rio de Janeiro: ABNT, 2011. Disponível em: <http://www.abnt.org.br/images/pdf/historia-abnt.pdf>. Acesso em: 27 de junho de 2020.

A GAZETA. *Tragédia na enseada: "desabamento deste tipo é muito raro", diz especialista*. "Desabamento deste tipo é muito raro", diz especialista. 2016. Disponível em: <https://www.gazetaonline.com.br/noticias/cidades/2016/07/desabamento-deste-tipo-e-muito-raro--diz-especialista-1013959594.html>. Acesso em: 19 mar. 2020.

- ATEX. Conheça os principais tipos de laje. Disponível em: <https://www.atex.com.br/blog/laje/conheca-os-principais-tipos-de-laje/>. Acesso em: 26 jan. 2020.
- CARVALHO, Clauderson Basileu. *Análise crítica dos critérios normativos de dimensionamento à punção em lajes lisas*. Dissertação de mestrado, UFMG, 2008.
- CARVALHO, Roberto Chust.; FIGUEIREDO FILHO, J.R. Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado segundo a NBR 6118:2014. Vol. 1, 3.ed., Editora EdUFSCAR, 2014.
- CARVALHO, Roberto Chust; PINHEIRO, Libânio Miranda. *Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado*. 2ed, São Paulo: PINI, 2013. v. 2.
- COMITÊ EUROPEU DE NORMALIZAÇÃO. NP EN 1992-1-1: *Eurocódigo 2 – Projecto de estruturas de betão*. Bruxelas: Cen,2010. 259p.
- CONGRESSO BRASILEIRO DE CONCRETO, 57., 2015, Bonito-Ms. *Armaduras de Cisalhamento para o Aumento da Resistência à Punção em Lajes Lisas*. Bonito-Ms: Ibracon, 2015. 14 p. Disponível em: <https://docplayer.com.br/68780439-Armaduras-de-cisalhamento-para-o-aumento-da-resistencia-a-puncao-em-lajes-lisas.html>. Acesso em: 04 set. 2020.
- FERREIRA, M. P. *Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados*. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil. Publicação E.TD – 007 A/10, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, 2010. 275p.
- HOMETEKA. *Qual a diferença entre os tipos de lajes maciça, protendida e nervurada?* 2013. Disponível em: <https://www.hometeka.com.br/aprenda/qual-a-diferenca-entre-os-tipos-de-lajes-macica-protendida-e-nervurada/>. Acesso em: 2 jun. 2020.
- IBRACON, Instituto Brasileiro do Concreto. *ABNT NBR 6118:2014 comentários e exemplos de aplicação*. São Paulo, 2015.
- JUNGES, Elisabeth. *Estudo comparativo entre métodos simplificados e modelos de elementos finitos não lineares para cálculo de flecha imediata em vigas de concreto armado*. 2011. 361 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.

- LOUREIRO, Giordano José. *Contribuição ao cálculo da punção – NBR 6118:2003*. Anais do 47º Congresso Brasileiro de Concreto, Recife, 2005.
- LÚCIO, Válder; RAMOS, António Pinho; MARREIROS, Rui. *Estruturas De Betão Armado I - Tabelas De Cálculo*. 2006. Notas de Aula. Universidade Nova de Lisboa.
- MATTOS, Nilson Cezar. *Dimensionamento de vigas à flexão simples*. 2010. Disponível em: <http://faq.altoqi.com.br/content/268/651/pt-br/dimensionamento-de-vigas-a-flexão-simples.html?highlight=cr>. Acesso em: 17 jun. 2020.
- MELGES, J.L.P. *Punção em lajes: exemplos de cálculo e análise teórico-experimental*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995.
- MOURA, Tiago Rodrigues Coelho de. *Demonstração do cálculo da linha neutra em vigas submetidas à flexão*. *Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento*. 2019. Disponível em: <https://www.nucleodoconhecimento.com.br/engenharia-civil/calculo-da-linha>. Acesso em: 01 ago. 2020.
- OLIVEIRA, D. R. C., *Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto com Pilares Retangulares*. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação ETD – 001A/2003, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília (2003).DF,214.
- REGAN, P. E. *Behavior of Reinforced Concrete Flat Slabs*. Report 89. Construction Industry Research and Information Association (CIRIA). Londres, Inglaterra, 1981. 89p.
- RONALDO PARISENTI. *Dimensionamento de lajes à punção*. 2011. Disponível em: <http://faq.altoqi.com.br/content/273/666/pt-br/dimensionamento-de-lajes-a-punção.html>. Acesso em: 10 jul. 2020.
- TOMAZ, Kleber. *Desabamento de prédio em São Bernardo do Campo: Prédio pode ter desabado por má conservação ou sobrepeso, diz Crea*. 2012. Disponível em: <http://g1.globo.com/sao-paulo/noticia/2012/02/predio-pode-ter-desabado-por-ma-conservacao-ou-sobrepeso-diz-crea.html>. Acesso em: 03 ago. 2020.
- TREJOR. *Conector de Combate à punção*. Disponível em: <https://www.trejour.com/conector-de-combate-a-puncao>. Acesso em: 14 jan. 2020.

UFRN. Q745030 - COMPERVE - 2018 - UFRN - Engenheiro Civil. 2018. Disponível em: <https://www.aprovaconcursos.com.br/questoes-de-concurso/questao/745030>. Acesso em: 14 abr. 2020.

WISEU, Joaquim. *História do Betão Armado em Portugal*. 1993.

WATANABE, Roberto Massaru. *Colapso Progressivo*. 2012. Disponível em: <http://www.ebanataw.com.br/roberto/concreto/conc12.htm>. Acesso em: 26 jul. 2020.

ANEXOS

Quadro 88 – Cargas de Utilização ou Sobrecarga adotadas pela normalização brasileira

		Unid.: kN/m ²
	Local	Carga
1	Arquibancadas	4
2	Balcões	-
3	Bancos Escritórios e banheiros Salas de diretoria e de gerência	2
		1,5
4	Bibliotecas Sala de leitura Sala para depósito de livros Sala com estantes de livros a ser determinada em cada caso ou 2,5 kN/m ² por metro de altura observado, porém o valor mínimo de	2,5
		4
		6
5	Casas de máquinas (incluindo o peso das máquinas) a ser determinada em cada caso, porém com o valor mínimo de	7,5
6	Cinemas Platéia com assentos fixos Estúdio e platéia com assentos móveis Banheiro	3
		4
		2
7	Clubes Sala de refeições e de assembléia com assentos fixos Sala de assembléia com assentos móveis Salão de danças e salão de esportes Sala de bilhar e banheiro	3
		4
		5
		2
8	Corredores Com acesso ao público Sem acesso ao público	3
		2
9	Cozinhas não residenciais A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo de	3
10	Depósitos A ser determinada em cada caso e na falta de valores experimentais conforme o indicado em 2.2.1.3	-
11	Edifícios residenciais Dormitórios, sala, copa, cozinha e banheiro Dispensa, área de serviço e lavanderia	1,5
		2
12	Escadas Com acesso ao público (ver 2.2.1.7) Sem acesso ao público	3
		2,5
13	Escolas Anfiteatro com assentos fixos Corredor e sala de aula Outras salas	3
		3
		2
14	Escritórios Salas de uso geral e banheiro	2
15	Forros Sem acesso a pessoas	0,5
16	Galerias de arte A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo	3
17	Galerias de lojas A ser determinada em cada caso, porém com o mínimo	3
18	Garagens e estacionamentos Para veículos de passageiros ou semelhantes com carga máxima de 25 kN por veículo. Valores de ϕ indicados em 2.2.1.6	3
19	Ginásios de esportes	5

Local		Carga
20 Hospitais	Dormitórios, enfermarias, sala de recuperação, sala de cirurgia, sala de raio X e banheiro	2
	Corredor	3
21 Laboratórios	Incluindo equipamentos, a ser determinado em cada caso, porém com o mínimo	3
22 Lavanderias	Incluindo equipamentos	3
23 Lojas		4
24 Restaurantes		3
25 Teatros	Palco	5
	Demais dependências: cargas iguais às especificadas para cinemas	-
26 Terraços	Sem acesso ao público	2
	Com acesso ao público	3
	Inacessível a pessoas	0,5
	Destinados a heliportos elevados: as cargas deverão ser fornecidas pelo órgão competente do Ministério da Aeronáutica	-
27 Vestíbulo	Sem acesso ao público	1,5
	Com acesso ao público	3

Fonte: NBR 6120 (1980)

Quadro 89 - Processo "KMD" para o cálculo da área de aço pela norma brasileira

KMD	KX	KZ	ϵ_c	ϵ_s
0.0100	0,0148	0,9941	0,1502	10,000
0.0200	0,0298	0,9881	0,3068	10,000
0.0300	0,0449	0,9820	0,4704	10,000
0.0400	0,0603	0,9759	0,6414	10,000
0.0500	0,0758	0,9697	0,8205	10,000
0.0550	0,0836	0,9665	0,9133	10,000
0.0600	0,0916	0,9634	1,0083	10,000
0.0650	0,0995	0,9602	1,1056	10,000
0.0700	0,1076	0,9570	1,2054	10,000
0.0750	0,1156	0,9537	1,3077	10,000
0.0800	0,1238	0,9505	1,4126	10,000
0.0850	0,1320	0,9472	1,5203	10,000
0.0900	0,1403	0,9439	1,6308	10,000
0.0950	0,1485	0,9406	1,7444	10,000
0.1000	0,1569	0,9372	1,8611	10,000
0.1050	0,1654	0,9339	1,9810	10,000
0.1100	0,1739	0,9305	2,1044	10,000
0.1150	0,1824	0,9270	2,2314	10,000
0.1200	0,1911	0,9236	2,3621	10,000
0.1250	0,1998	0,9201	2,4967	10,000
0.1300	0,2086	0,9166	2,6355	10,000
0.1350	0,2175	0,9130	2,7786	10,000
0.1400	0,2264	0,9094	2,9263	10,000
0.1450	0,2354	0,9058	3,0787	10,000
0.1500	0,2445	0,9022	3,2363	10,000
0.1550	0,2536	0,8985	3,3391	10,000
0.1600	0,2630	0,8948	3,5000	9,8104
0.1650	0,2723	0,8911	3,5000	9,3531
0.1700	0,2818	0,8873	3,5000	8,9222
0.1750	0,2913	0,8835	3,5000	8,5154
0.1800	0,3009	0,8796	3,5000	8,3106
0.1850	0,3106	0,8757	3,5000	7,7662
0.1900	0,3205	0,8718	3,5000	7,4204
0.1950	0,3305	0,8678	3,5000	7,0919
0.2000	0,3405	0,8638	3,5000	6,7793

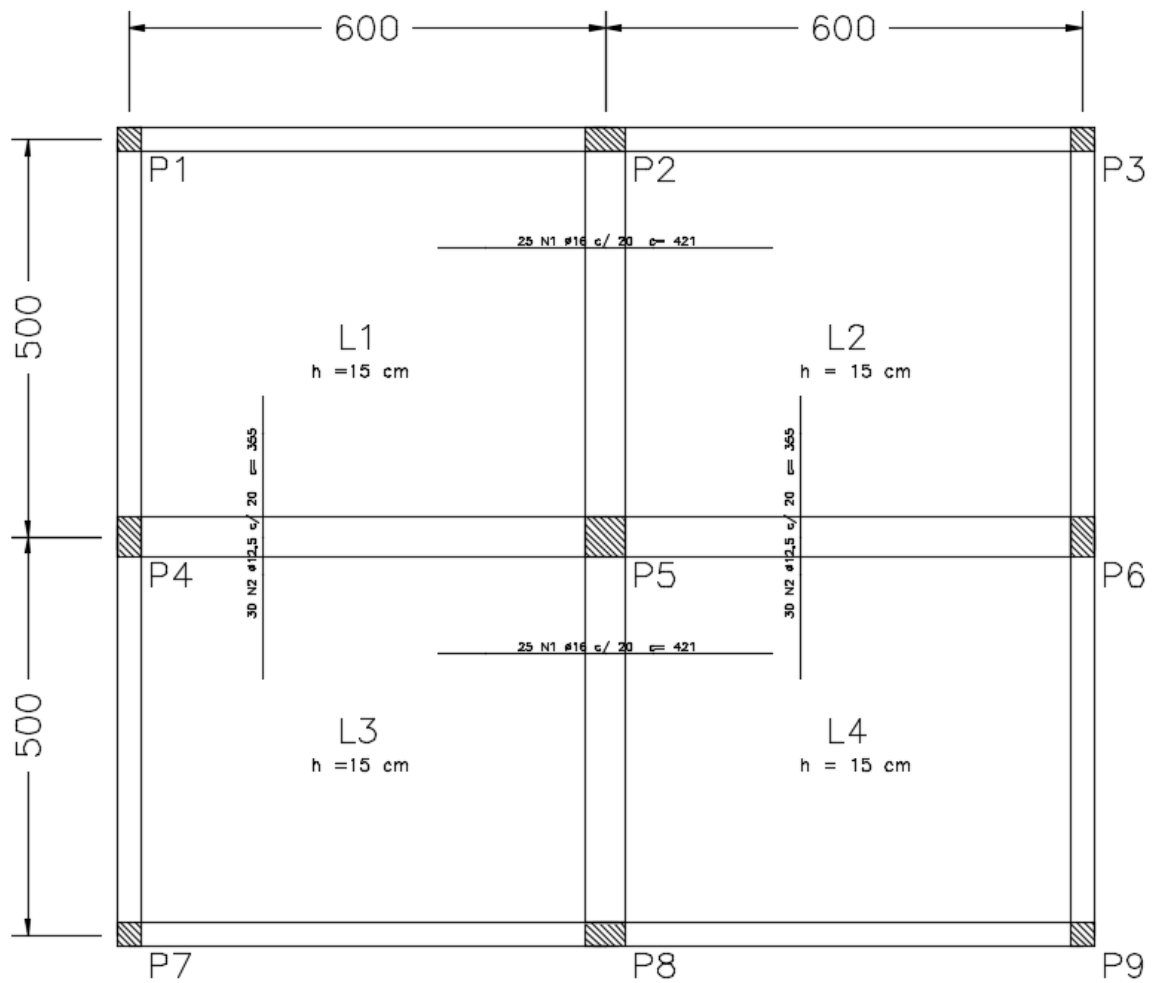
Fonte: Adaptado de Carvalho e Figueiredo (2017)

Quadro 90 - Valores de ϵ_{c2} e ϵ_{cu2}

Classes de resistência do betão														Expressão analítica /Comentários
f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	
$f_{ck,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105
f_{cm} (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98
f_{cm} (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0
$f_{ctk,0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5
$f_{ctk,0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6
E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44
ϵ_{s1} (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8
ϵ_{cu1} (‰)	3,5													
ϵ_{c2} (‰)	2,0													
ϵ_{cu2} (‰)	3,5													
n	2,0													
ϵ_{c3} (‰)	1,75													
ϵ_{cu3} (‰)	3,5													

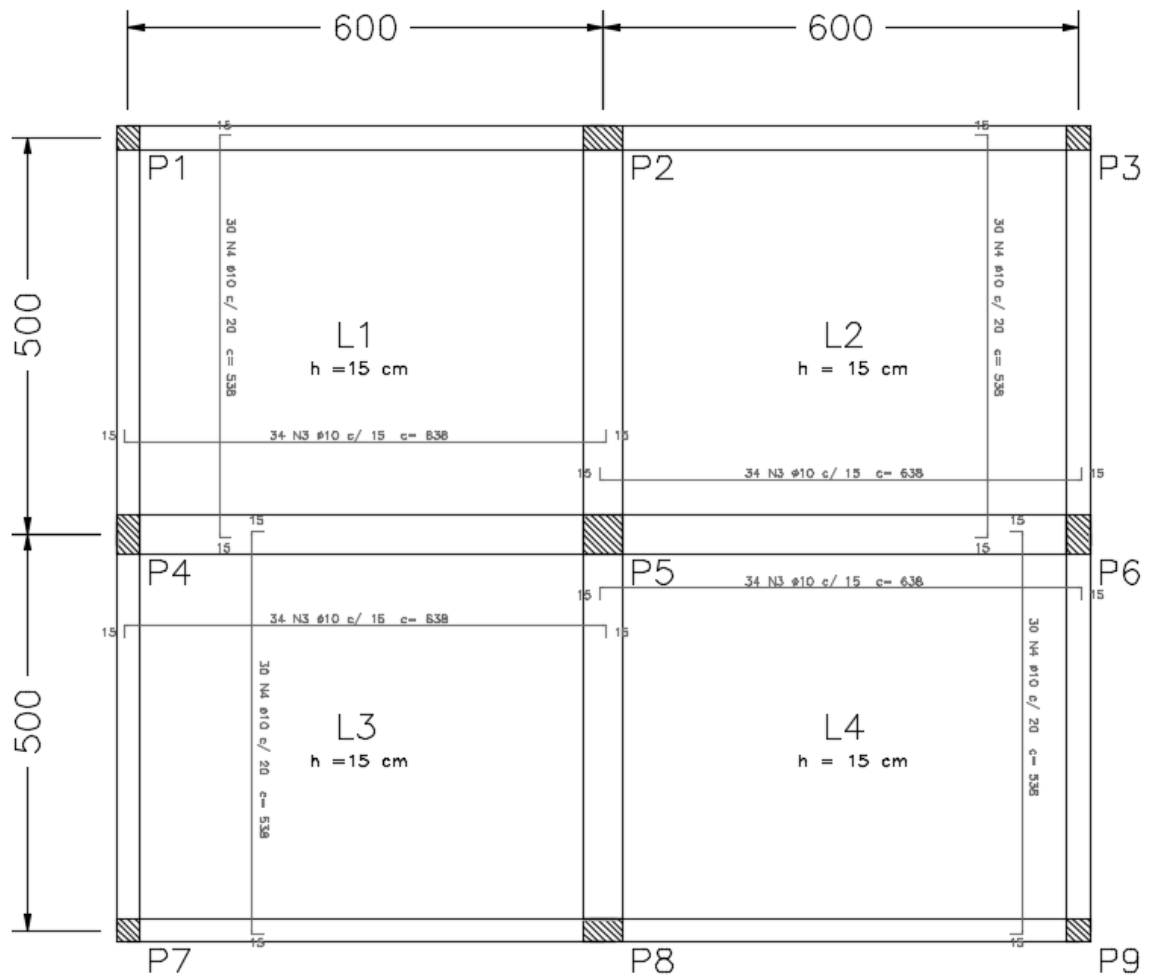
Fonte: NP EN 1992-1-1 (2010)

Figura 97 – Configuração de armaduras superiores para a laje maciça (norma brasileira)



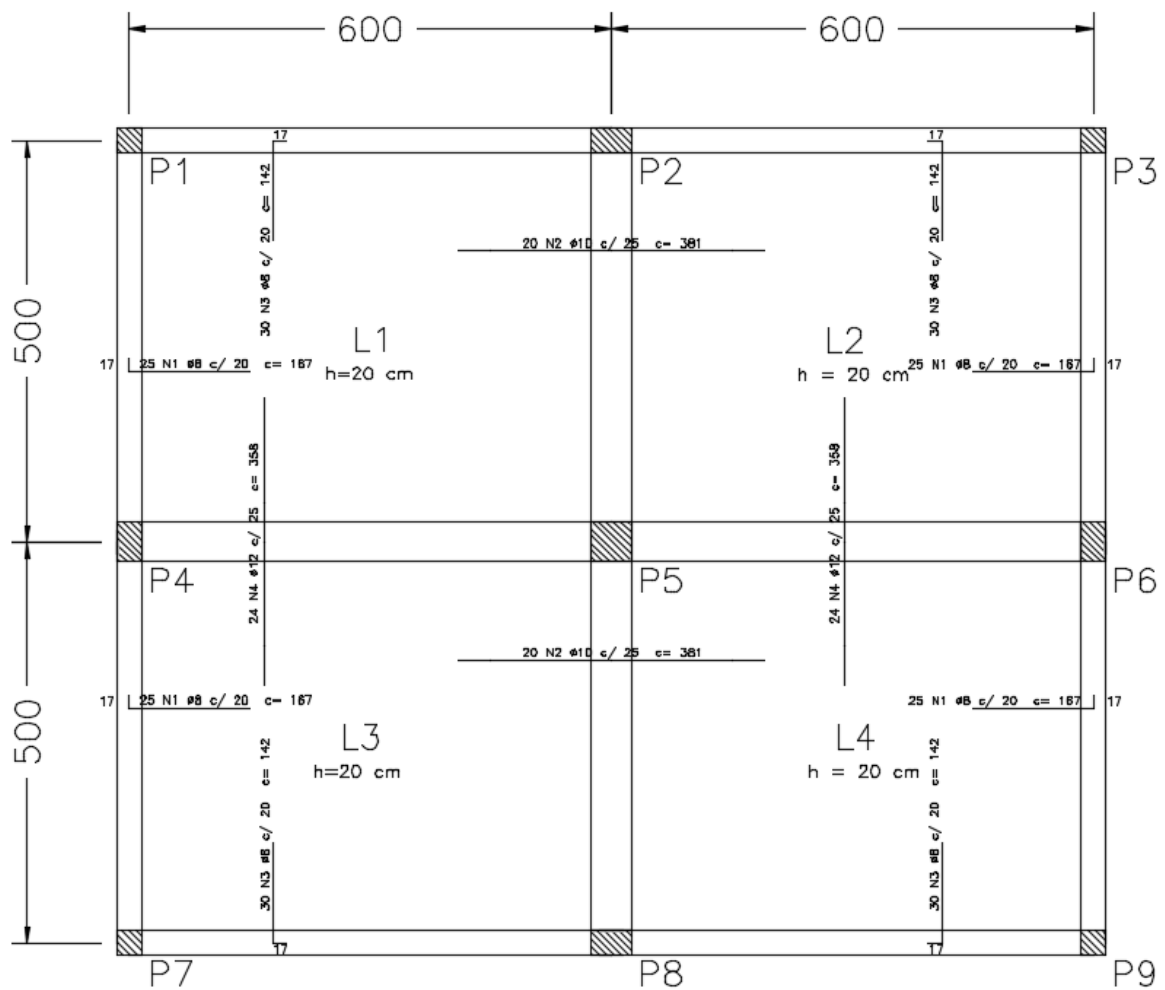
Fonte: Autoria Própria (2020)

Figura 98 - Configuração de armaduras inferiores para a laje maciça (norma brasileira)



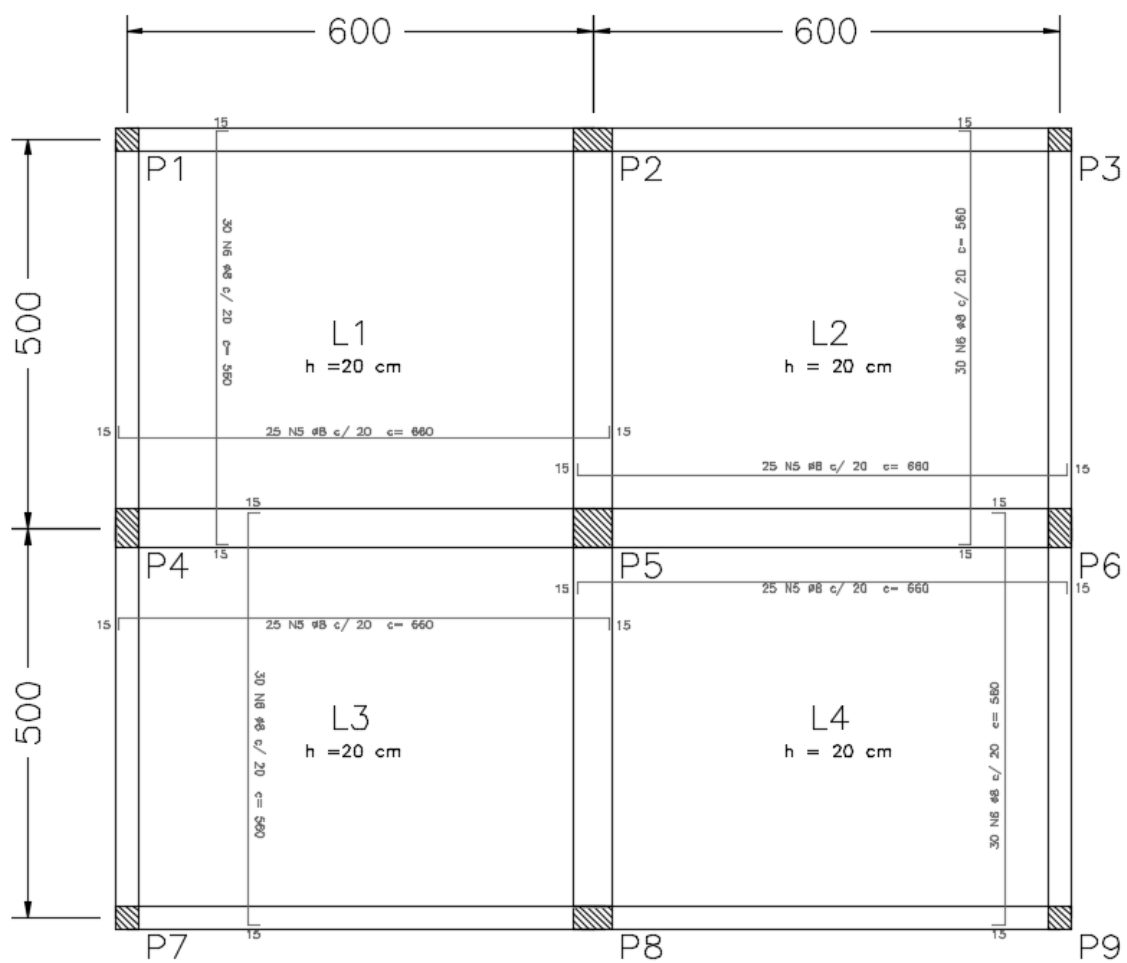
Fonte: Autoria Própria (2020)

Figura 99 – Configuração de armaduras superiores para a laje maciça (norma portuguesa)



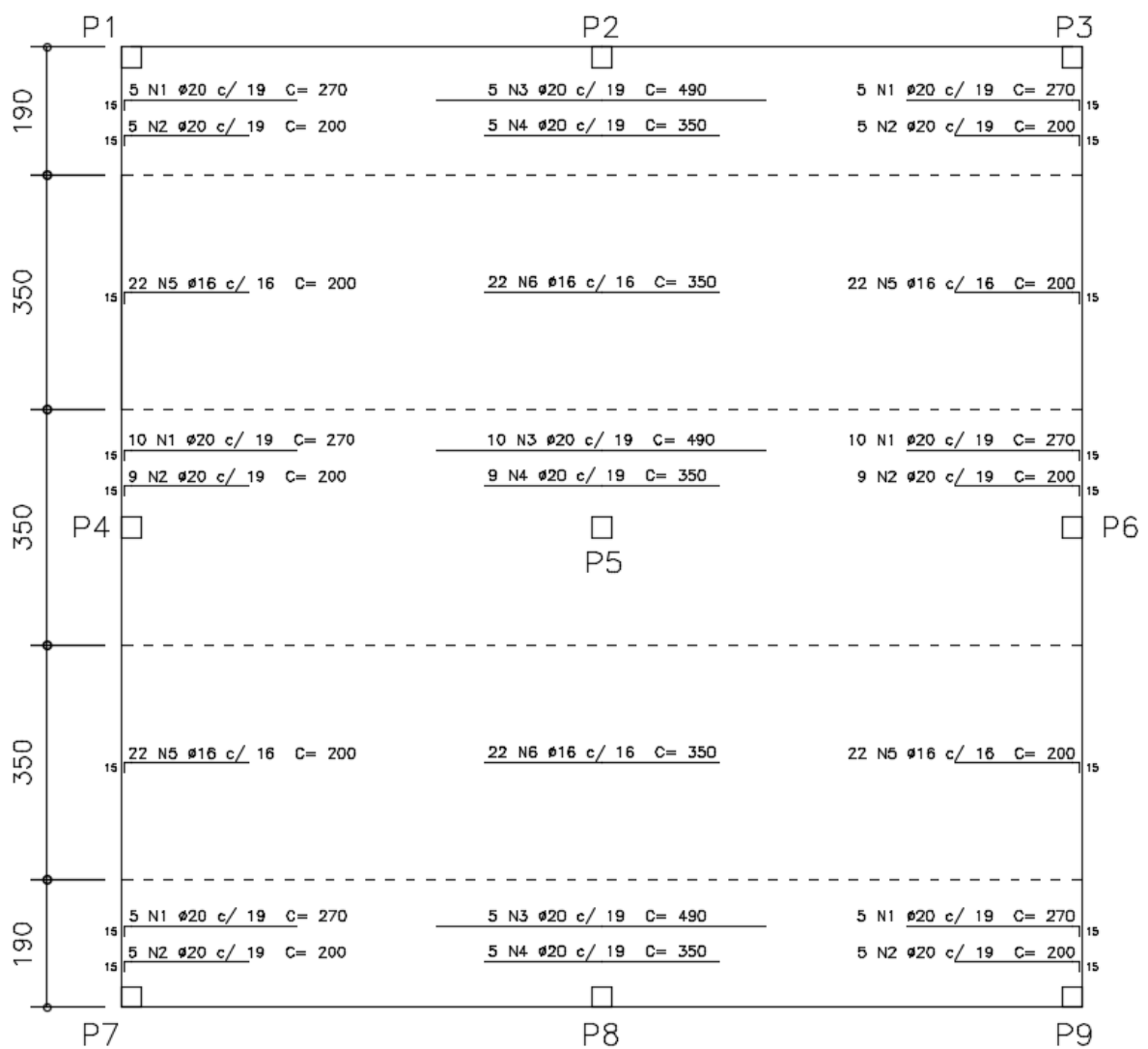
Fonte: Autoria Própria (2020)

Figura 100 - Configuração de armaduras inferiores para a laje maciça (norma portuguesa)



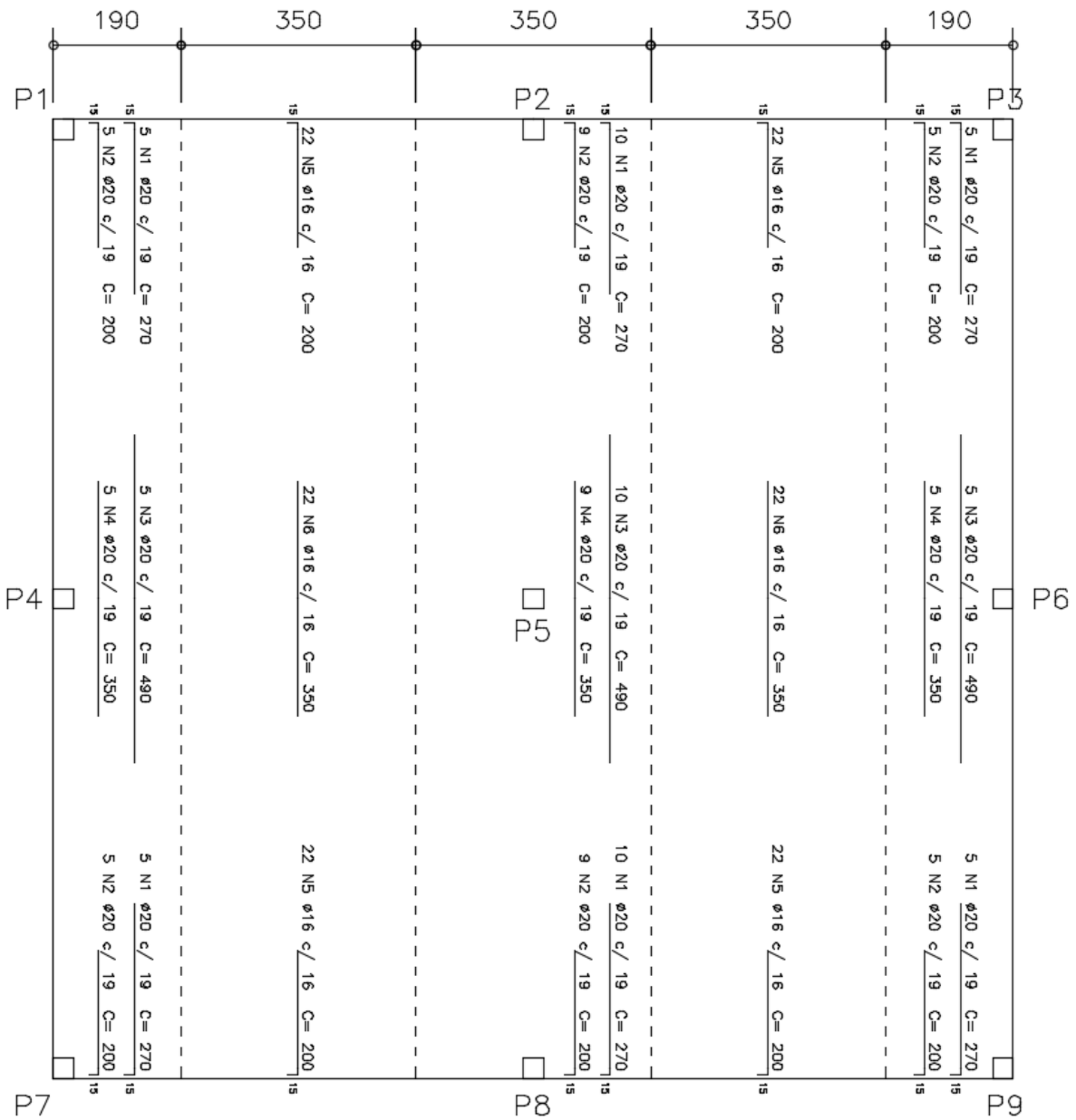
Fonte: Autoria Própria (2020)

Figura 101 – Configuração de armaduras superiores na Direção X (laje fungiforme pela NBR)



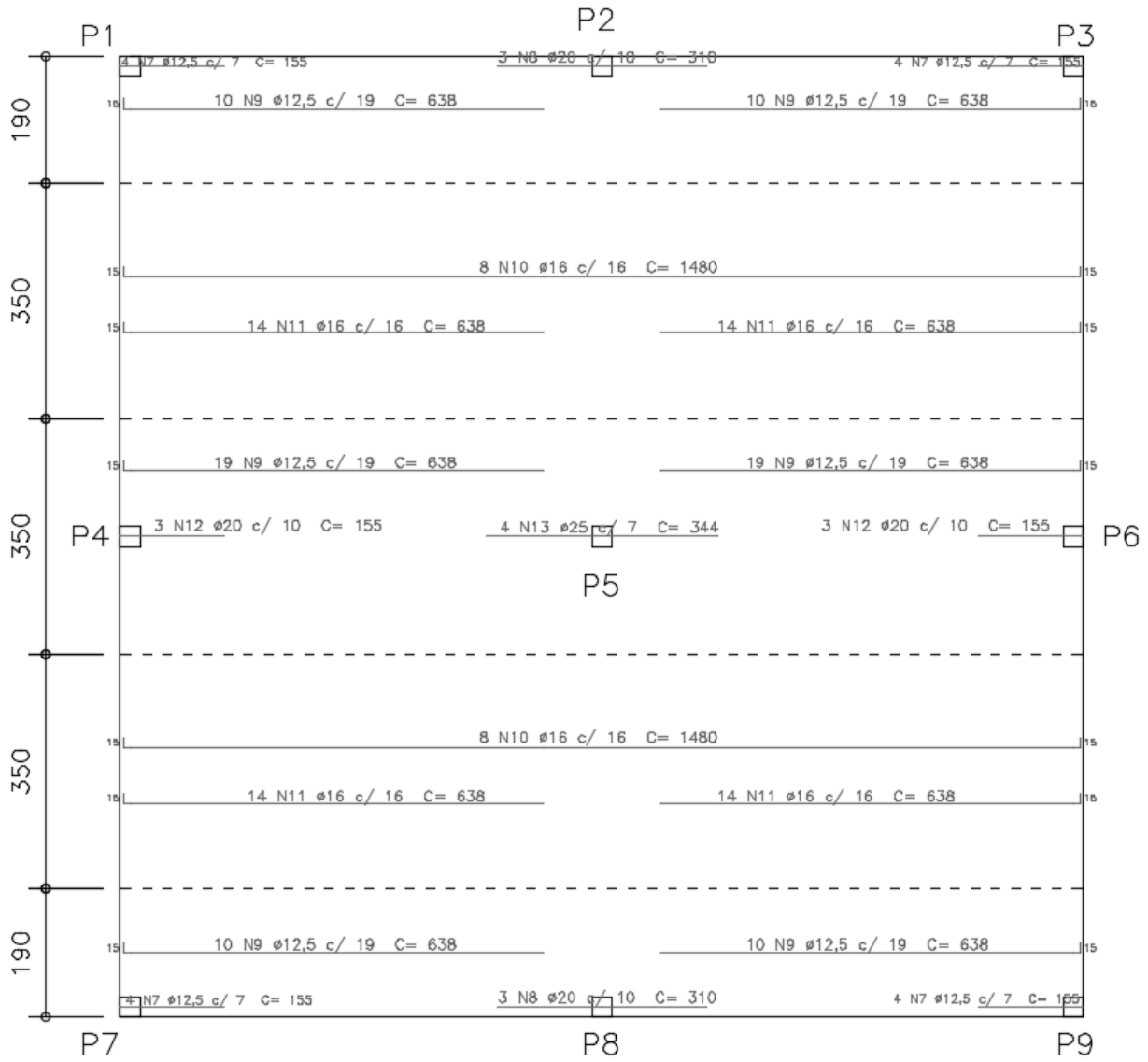
Fonte: Autoria Própria (2020)

Figura 102 - Configuração de armaduras superiores na Direção Y (laje fungiforme pela NBR)



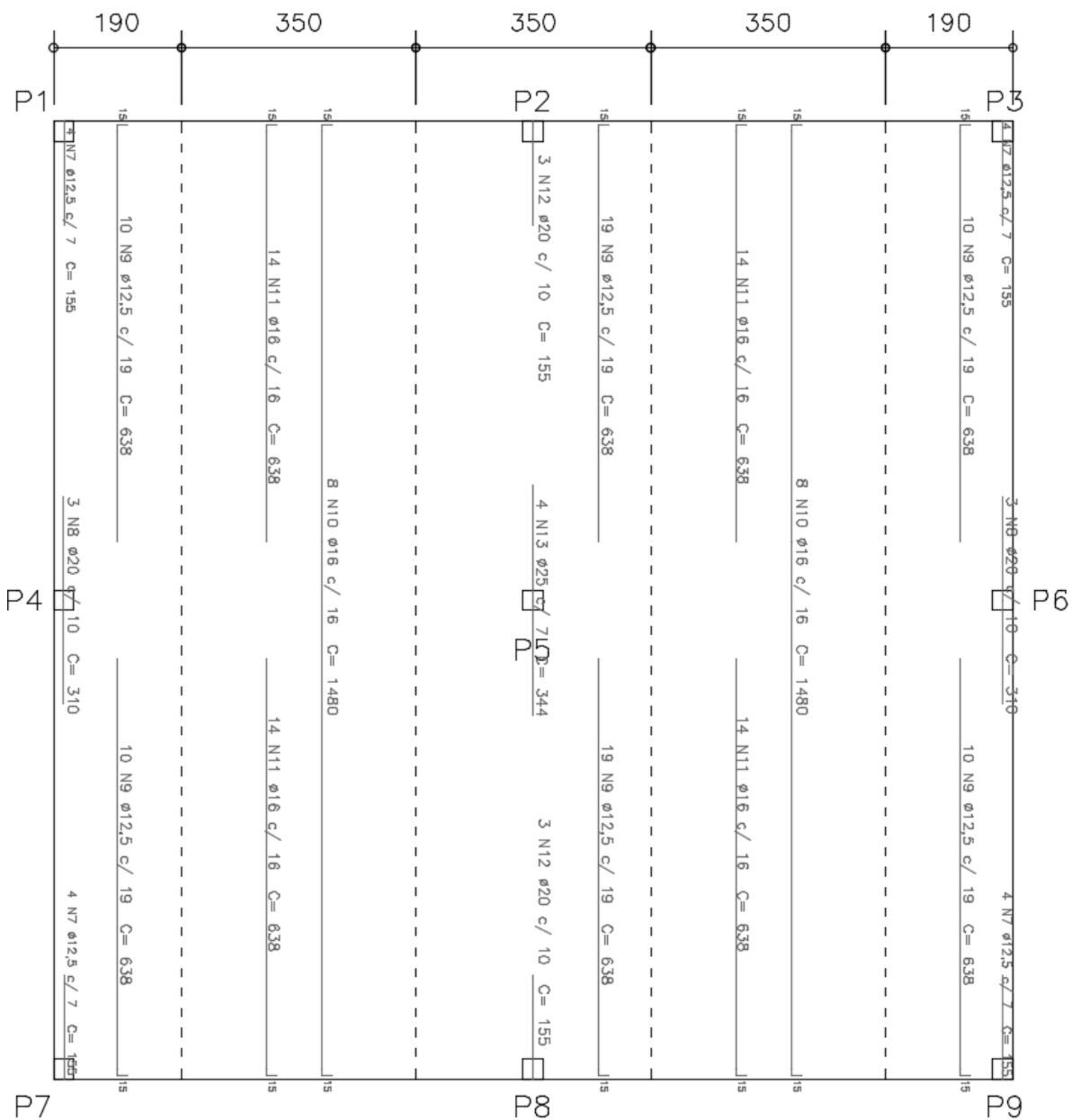
Fonte: Autoria Própria (2020)

Figura 103 - Configuração de armaduras inferiores na Direção X (laje fungiforme pela NBR)



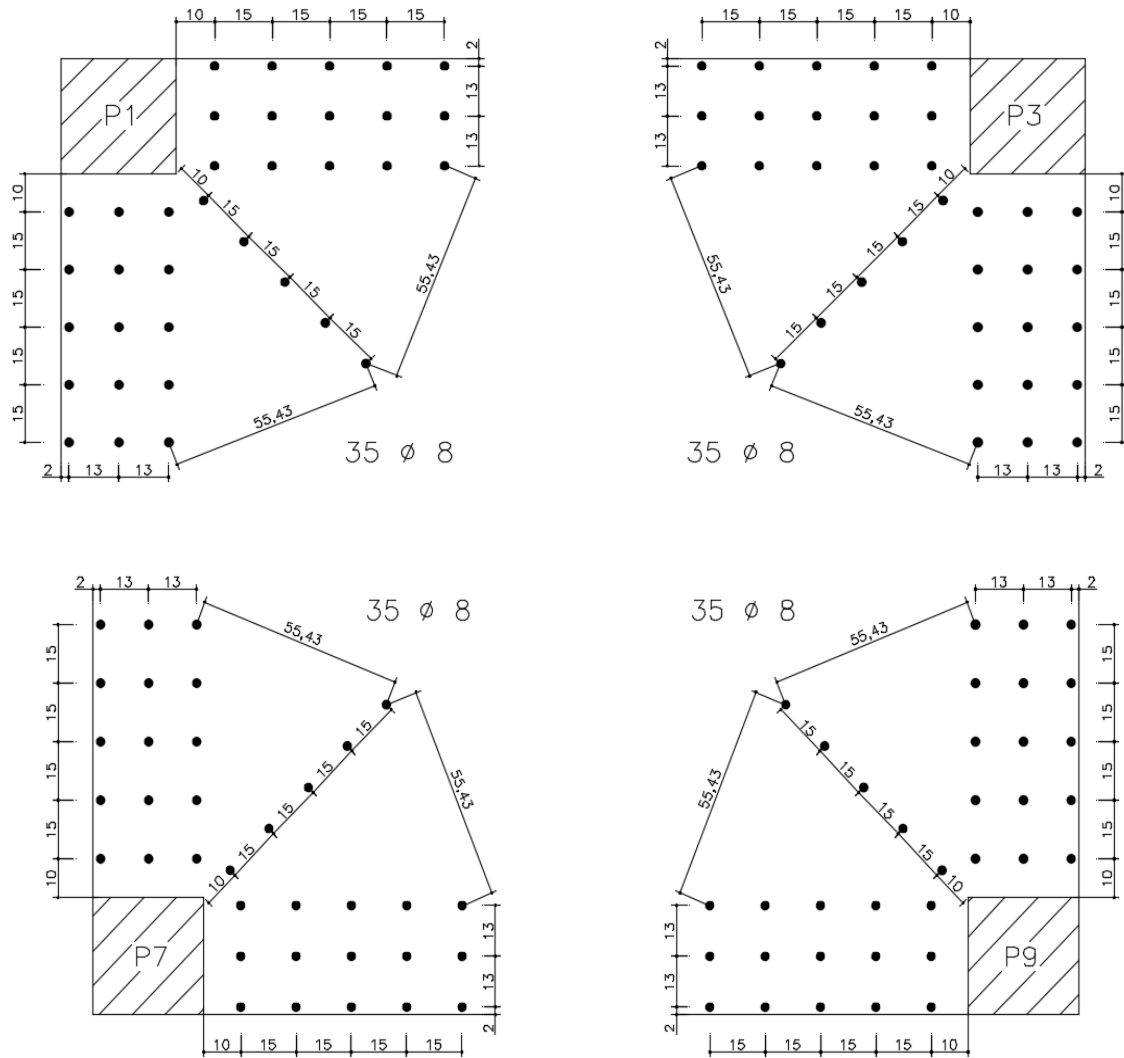
Fonte: Autoria Própria (2020)

Figura 104 - Configuração de armaduras inferiores na Direção Y (laje fungiforme pela NBR)



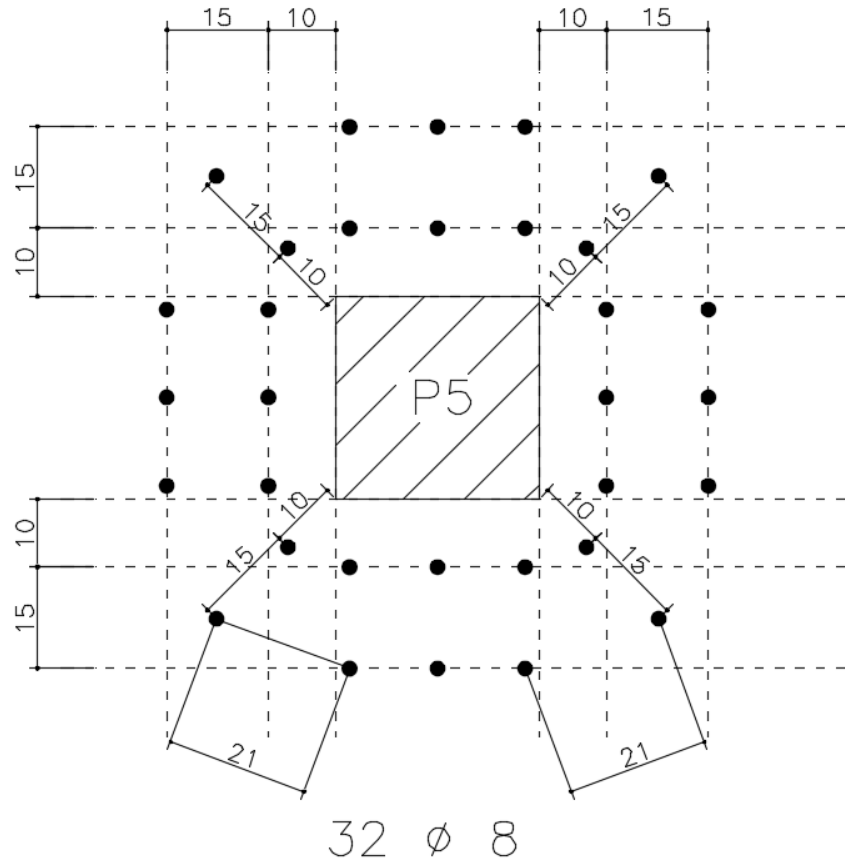
Fonte: Autoria Própria (2020)

Figura 105 – Configurações de armaduras de punçoamento para os pilares de canto pela NBR



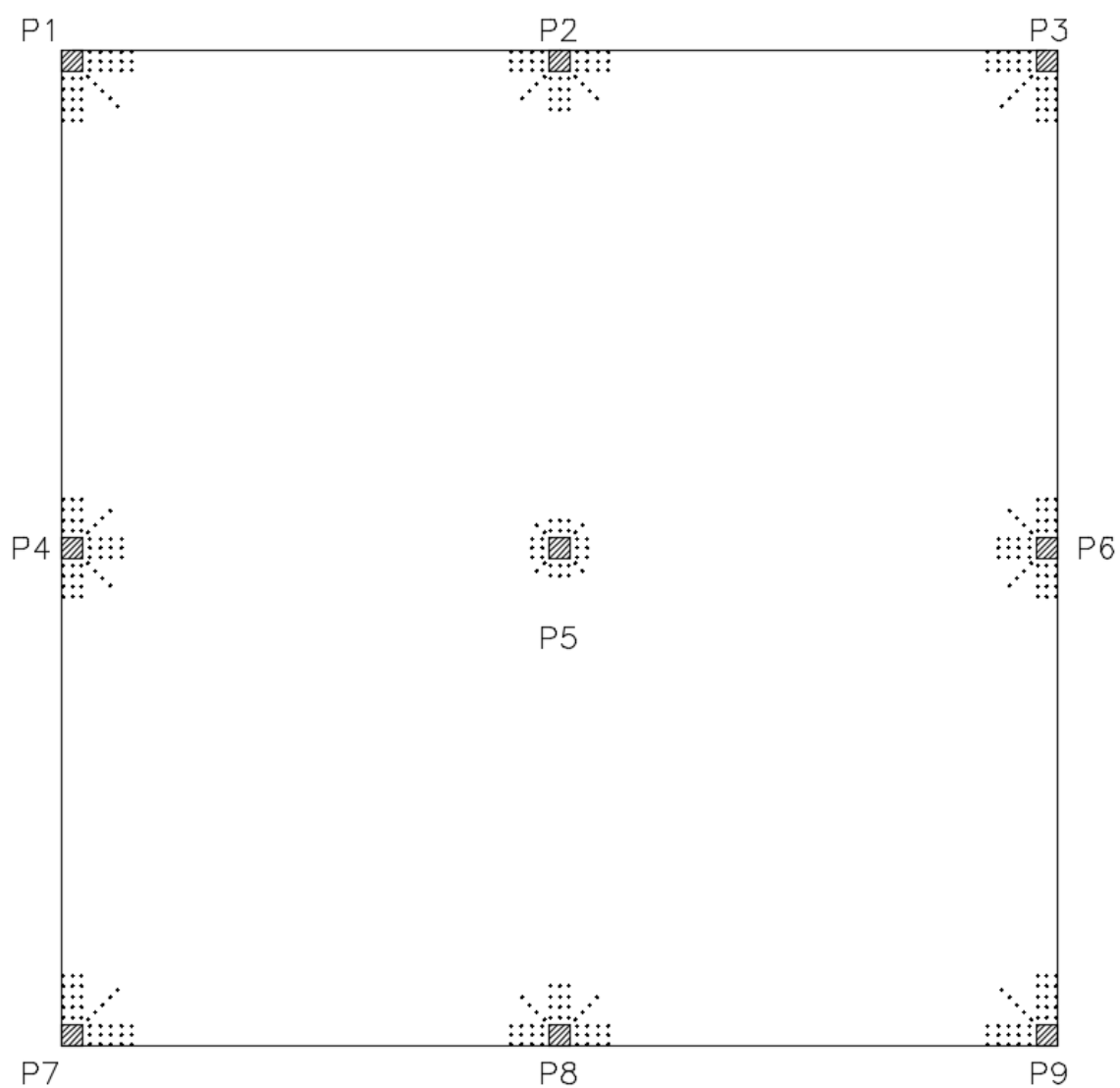
Fonte: Autoria Própria (2020)

Figura 107 – Configurações de armaduras de punçoamento para o pilar interno pela NBR



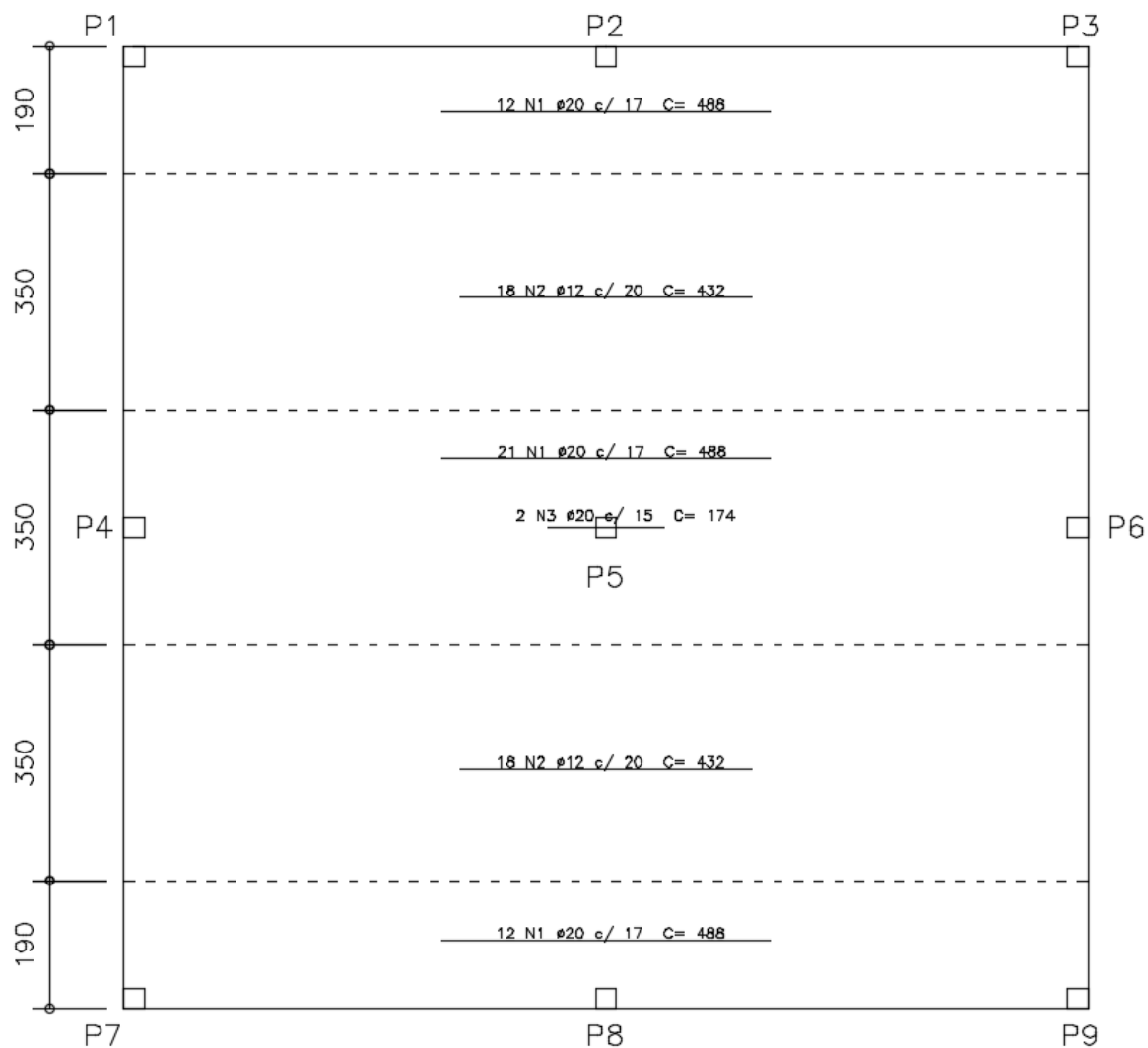
Fonte: Autoria Própria (2020)

Figura 108 – Disposição das armaduras de punçoamento pela NBR



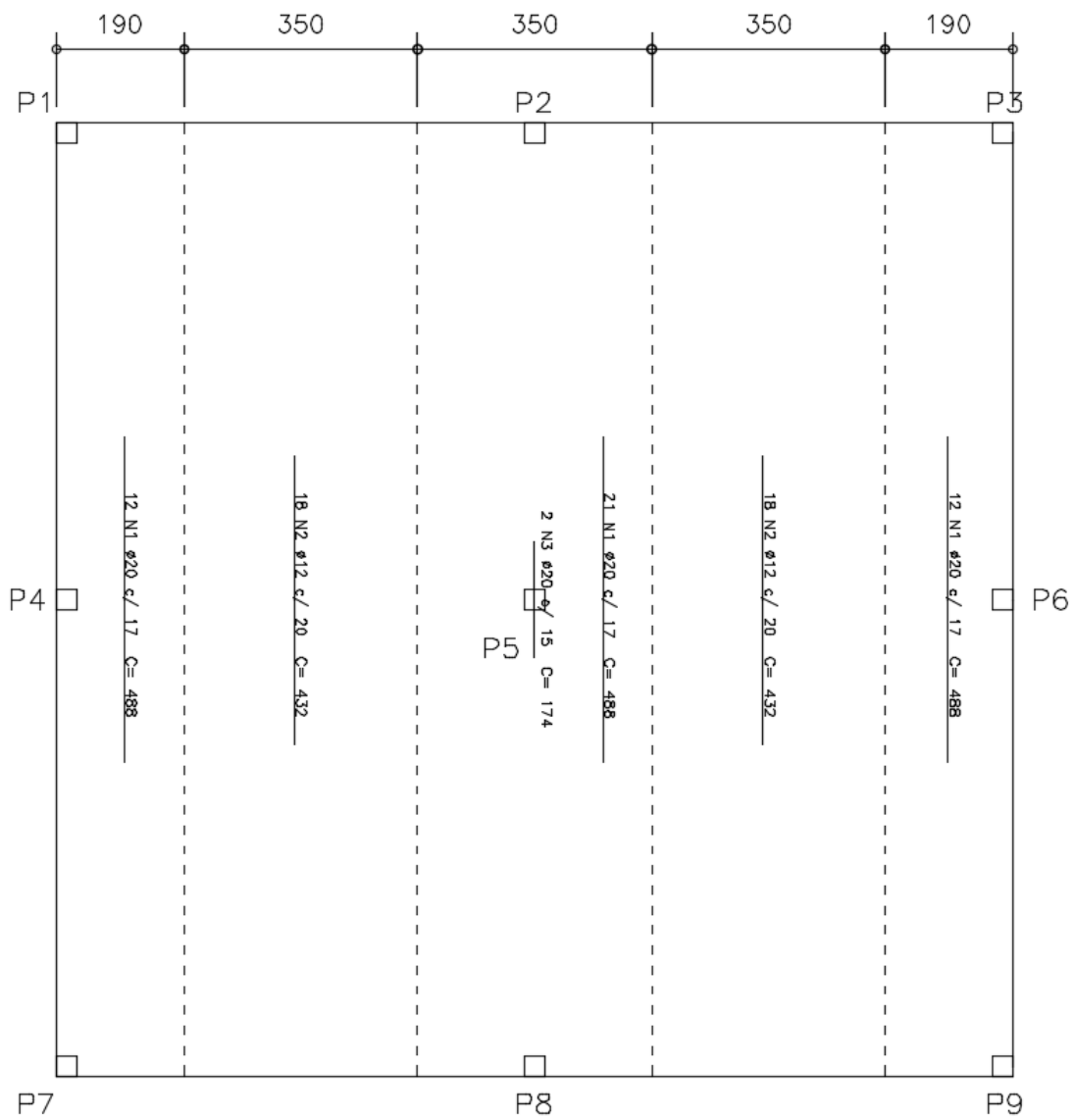
Fonte: Autoria Própria (2020)

Figura 109 – Configuração de armaduras superiores na Direção X (laje fungiforme pela NP)



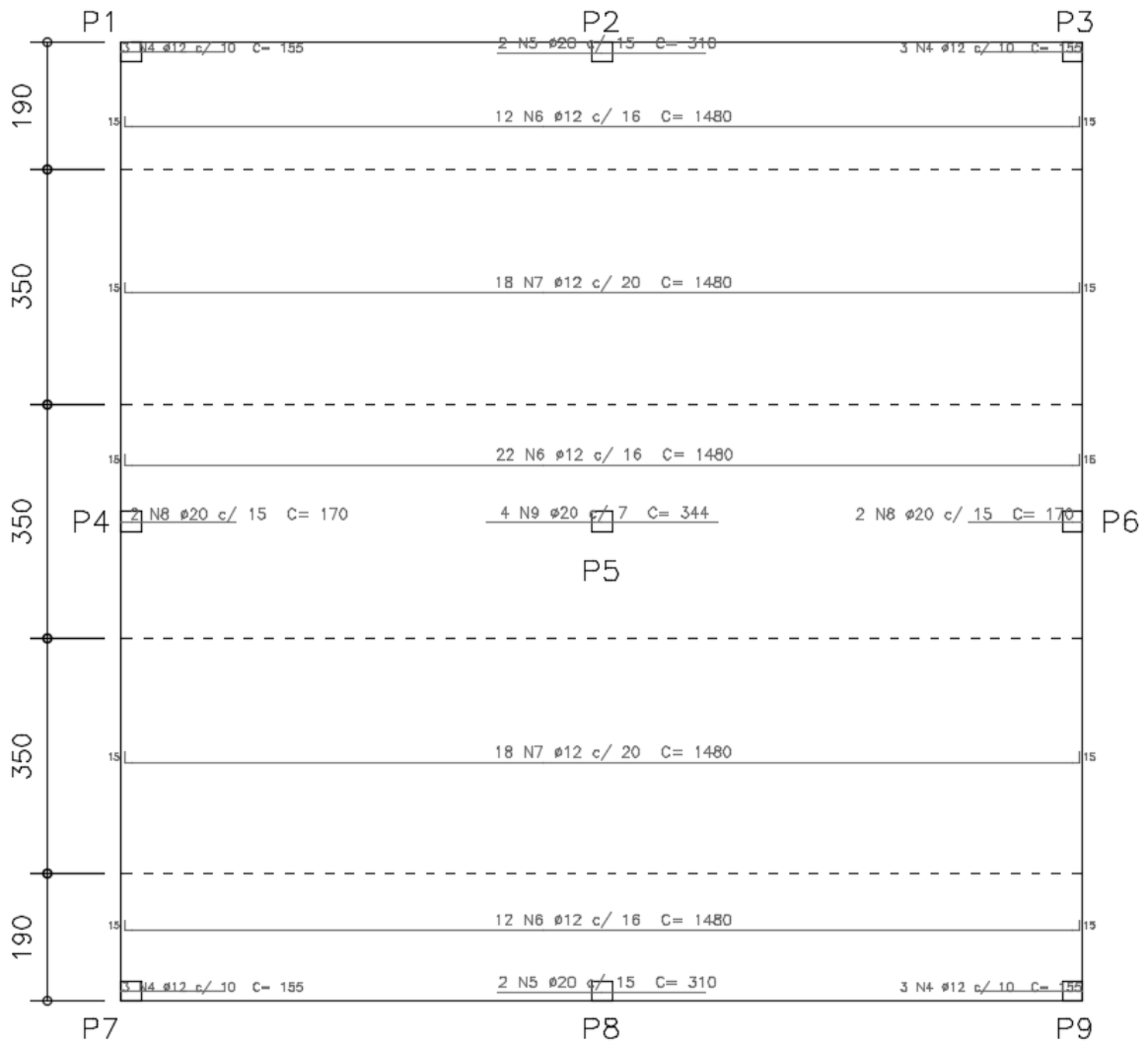
Fonte: Autoria Própria (2020)

Figura 110 - Configuração de armaduras superiores na Direção Y (laje fungiforme pela NP)



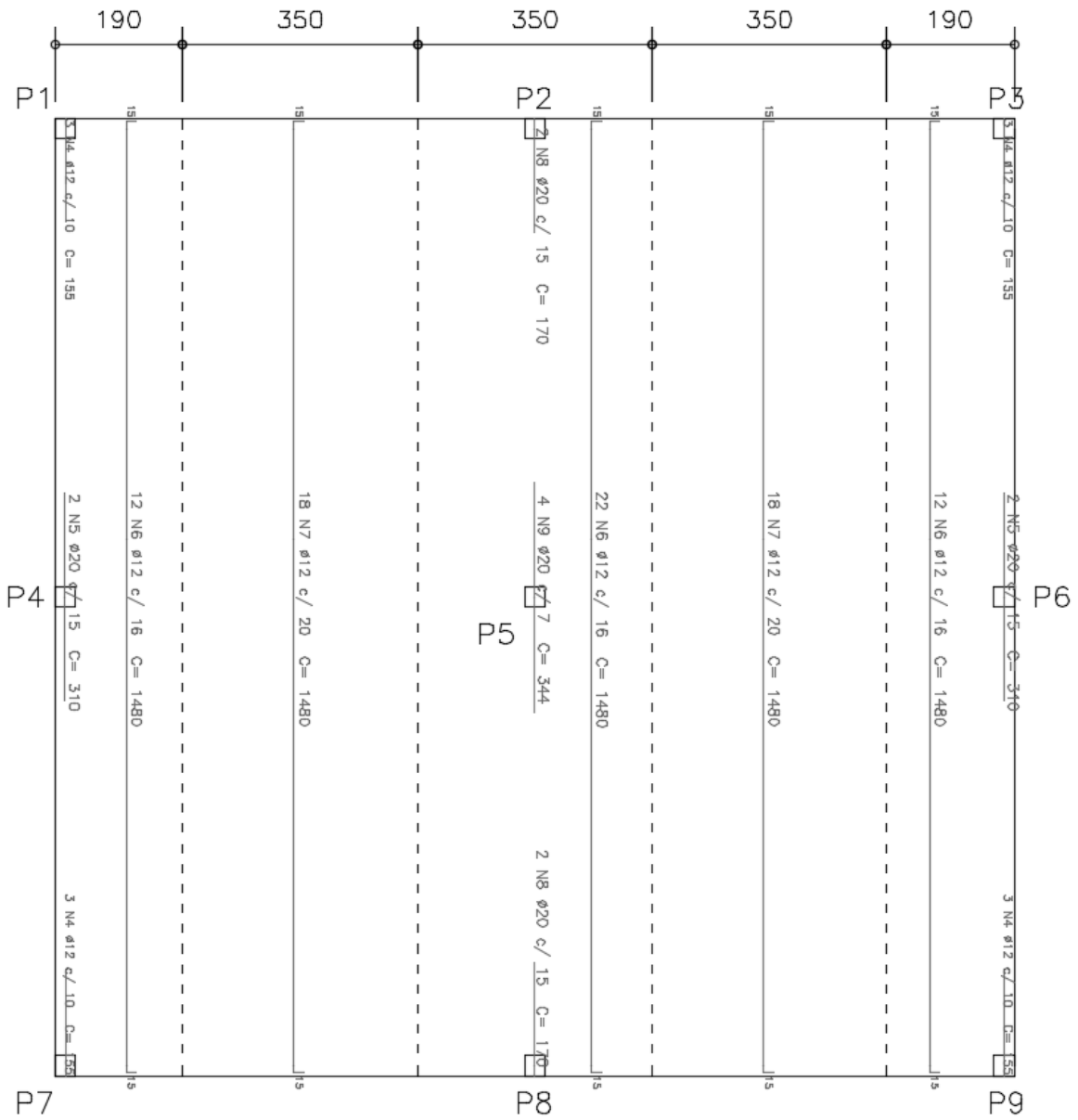
Fonte: Autoria Própria (2020)

Figura 111 - Configuração de armaduras inferiores na Direção X (laje fungiforme pela NP)



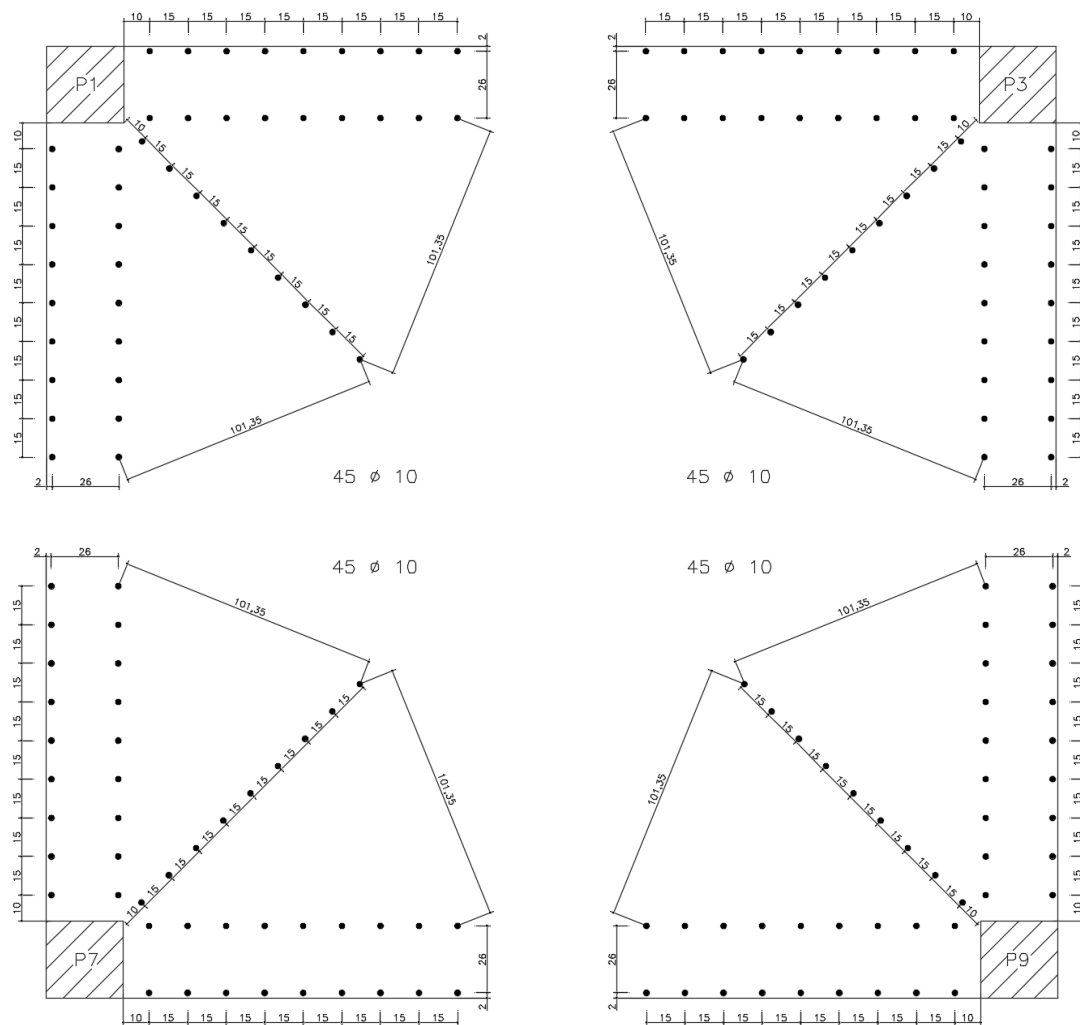
Fonte: Autorial Própria (2020)

Figura 112 - Configuração de armaduras inferiores na Direção Y (laje fungiforme pela NP)



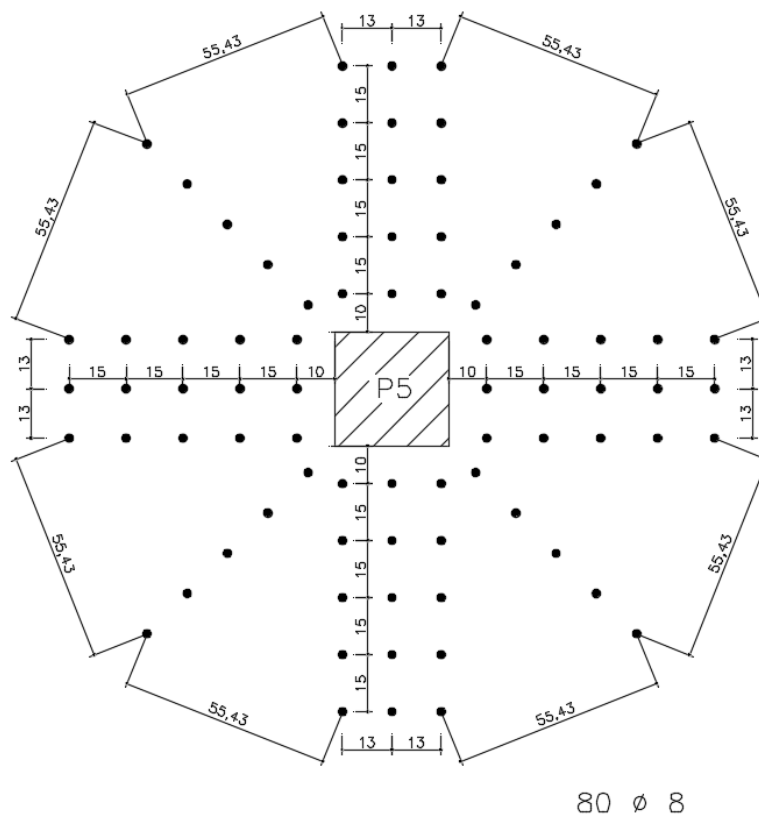
Fonte: Autoria Própria (2020)

Figura 113 – Configurações de armaduras de punçoamento para os pilares de canto pela NP



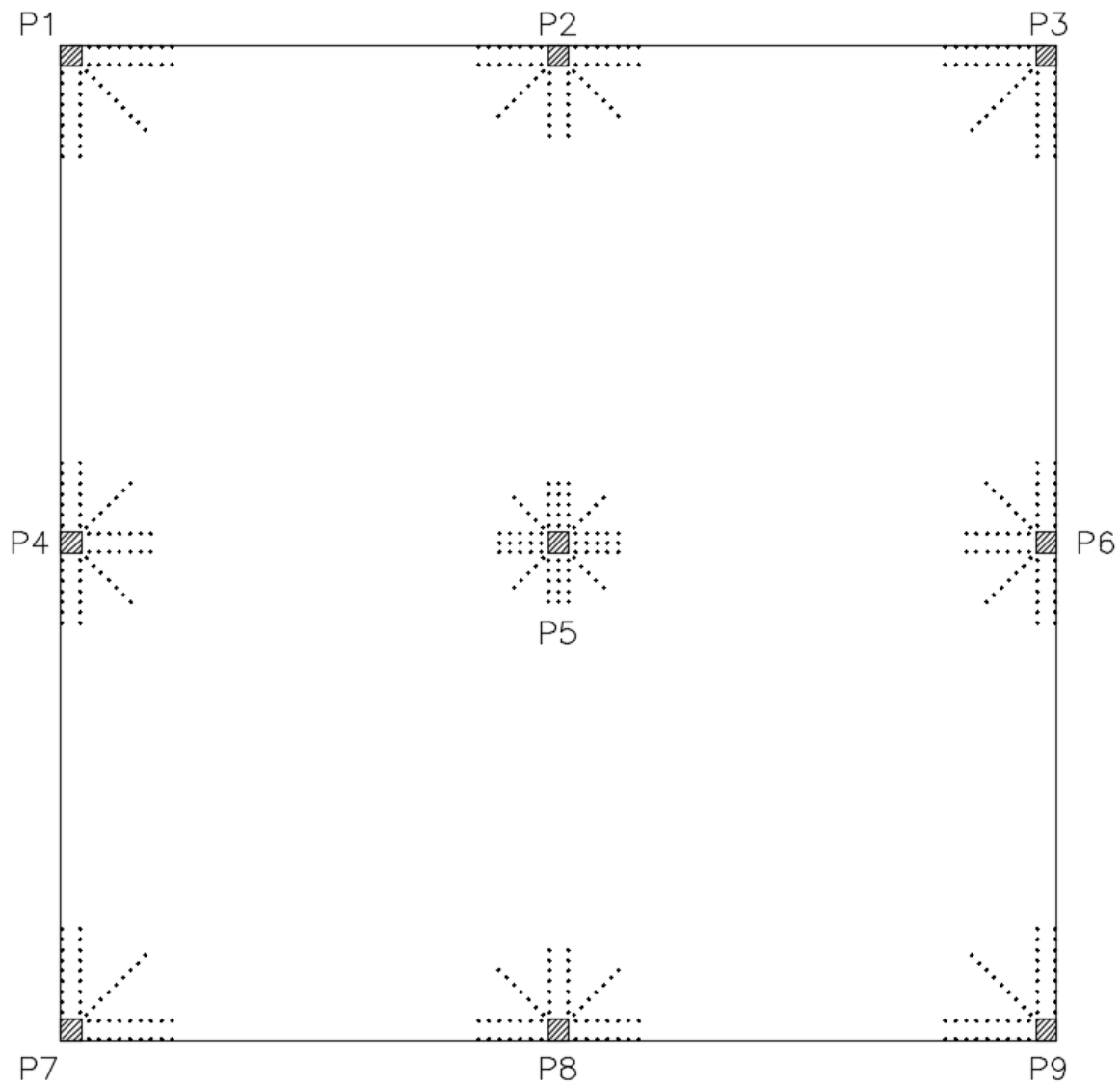
Fonte: Autoria Própria (2020)

Figura 115 – Configurações de armaduras de punçoamento para o pilar interno pela NP



Fonte: Autoria Própria (2020)

Figura 116 – Disposição das armaduras de punçoamento pela NP



Fonte: Autoria Própria (2020)