

Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital
como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática:
um estudo do desempenho de estudantes do Ensino Médio
ao aplicar o modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem



Universidade Fernando Pessoa

Porto 2024

Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital
como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática:
um estudo do desempenho de estudantes do Ensino Médio
ao aplicar o modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem

Universidade Fernando Pessoa

Porto 2024

© 2024

Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

“TODOS OS DIREITOS RESERVADOS”

Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital
como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática:
um estudo do desempenho de estudantes do Ensino Médio
ao aplicar o modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem

Tese apresentada à Universidade Fernando Pessoa
como parte dos requisitos para a obtenção do grau
de Doutor em Ciências da Informação,
Especialização em Sistemas, Tecnologias e Gestão
da Informação, sob a orientação do Professor
Doutor Luís Borges Gouveia.

RESUMO

ROBERTO STENIO AREIAS CARNEIRO DE ALBUQUERQUE:

Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática: um estudo do desempenho de estudantes do Ensino Médio ao aplicar o modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem

(Sob orientação do Professor Doutor Luís Borges Gouveia)

Este trabalho aborda um estudo com tema relacionado com o ensino e aprendizagem da matemática e lida com as tradicionais dificuldades que os alunos sentem no contexto do raciocínio matemático. A pesquisa é do tipo descritiva e exploratória, com abordagem quali-quantitativa. As estratégias de estudo foram a pesquisa bibliográfica e o estudo de caso. O objetivo geral da investigação foi verificar se a aplicação do modelo psi-zero proporcionaria uma elevação do desempenho de estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem. O modelo psi-zero é baseado na aplicação de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital. Para explorar o conceito do modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem, foi desenvolvida e utilizada a aplicação informática ymat. No ano de 2022, foi feita a recolha de dados por aplicação de Questionário (Blocos I e II) em 79 estudantes; Entrevista estruturada (com 4 questões) em 12 estudantes; e Teste de Desempenho (com 2 questões de contagem) em 85 estudantes. A análise de dados foi feita por análise estatística descritiva e análise de respostas a questões abertas. A restrição do método de estudo está na capacidade de generalizações de resultados e conclusões. A base teórica do estudo conta com a contribuição de diversos autores. O contributo do estudo é a validação da proposta de aplicação do modelo psi-zero como estratégia didática para resolução de problemas de contagem.

Palavras-chave: ensino e aprendizagem da matemática; resolução de problemas de contagem; desempenho de estudantes; estratégias didáticas; modelos matemáticos interpretados; modelo psi-zero; plataforma digital; ymat.

ABSTRACT

ROBERTO STENIO AREIAS CARNEIRO DE ALBUQUERQUE:

Using interpreted mathematical models on a digital platform as a strategy for teaching and learning mathematics: a study of the performance of high school students applying the psi-zero model to solve counting problems

(Under the supervision of Luís Borges Gouveia, PhD)

This work addresses a study with a theme related to the teaching and learning of mathematics and dealing with the traditional difficulties that students feel in the context of mathematical reasoning. The research is descriptive and exploratory, with a qualitative-quantitative approach. The study strategies were bibliographical research and a case study. The research aim was to evaluate whether applying the psi-zero model would improve the performance of students at Fazenda Vilanova State High School in solving counting problems. The psi-zero model is based on the application of interpreted mathematical models on a digital platform. To explore the concept of the psi-zero model in solving counting problems, the ymat computer application was built and used. In 2022, data was collected by administering a questionnaire (Blocks I and II) to 79 students; a structured interview (with 4 questions) to 12 students; and a performance test (with 2 counting questions) to 85 students. The data was analyzed using descriptive statistics and answers to open questions. The restriction of the study method lies in the ability to generalize results and conclusions. The theoretical basis of the study draws on the contributions of various authors. The study's contribution is the validation of the proposal to apply the psi-zero model as a didactic strategy for solving counting problems.

Keywords: teaching and learning mathematics; solving counting problems; student performance; didactic strategies; interpreted mathematical models; psi-zero model; digital platform; ymat.

RÉSUMÉ

ROBERTO STENIO AREIAS CARNEIRO DE ALBUQUERQUE:

L'utilisation de modèles mathématiques interprétés sur une plateforme numérique comme stratégie d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques: une étude des performances des élèves de l'enseignement secondaire lors de l'application du modèle psi-zéro pour résoudre des problèmes de comptage

(Sous la direction du Professeur Docteur Luís Borges Gouveia)

Ce travail aborde une étude avec une thématique liée à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques et traitant des difficultés traditionnelles que ressentent les étudiants dans le contexte du calcul mathématique. La recherche est descriptive et exploratoire, avec une approche qualitative-quantitative. Les stratégies d'étude ont été la recherche bibliographique et l'étude de cas. L'objectif général de la recherche était de déterminer si l'application du modèle psi-zéro améliorerait les performances des élèves de l'école secondaire publique de Fazenda Vilanova dans la résolution de problèmes de comptage. Le modèle psi-zéro est basé sur l'application de modèles mathématiques interprétés sur une plate-forme numérique. Pour explorer le concept du modèle psi-zéro dans la résolution de problèmes de comptage, l'application informatique ymat a été développée et utilisée. En 2022, les données ont été collectées en administrant un questionnaire (blocs I et II) à 79 élèves, un entretien structuré (avec 4 questions) à 12 élèves et un test de performance (avec 2 questions de comptage) à 85 élèves. Les données ont été analysées à l'aide de statistiques descriptives et de réponses à des questions ouvertes. La limite de la méthode d'étude réside dans la capacité à généraliser les résultats et les conclusions. La base théorique de l'étude s'appuie sur les contributions de différents auteurs. La contribution de l'étude est la validation de la proposition d'appliquer le modèle psi-zéro comme stratégie d'enseignement pour la résolution de problèmes de comptage.

Mots-clés: enseignement et apprentissage des mathématiques; résolution de problèmes de comptage; performances des élèves; stratégies d'enseignement; modèles mathématiques interprétés; modèle psi-zéro; plateforme numérique; ymat.

DEDICATÓRIA

Para minha esposa Eunice e filhas Luíza e Cecília, dedico com amor esta obra.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela força dada para desenvolver e concluir a presente obra – elaborada numa época conturbada, marcada por uma atroz e mortal pandemia de COVID-19.

Ao meu orientador, Professor Doutor Luís Borges Gouveia, por sua dedicação e sabedoria em guiar este trabalho de tese.

Aos meus professores e colegas do Curso de Doutorado em Ciências da Informação, pela partilha de ideias, experiências e conhecimentos.

A Professora Maria Lívia, da empresa Stevenson Educacional, pelo acolhimento inicial na Universidade Fernando Pessoa (UFP).

A Diretora Iara Margarete Reis, professores e estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova (EEEMFV), por contribuir, gentilmente, em prol da realização de pesquisa de campo que embasa o presente estudo.

Ao Prefeito Amarildo Luís da Silva, a Secretária de Administração e Fazenda Franciele da Rosa Mallmann e os colegas de trabalho da Prefeitura Municipal de Fazenda Vilanova, pelo suporte e torcida com vistas ao término desta obra.

E, por fim, agradeço a toda minha família pelo apoio dado aos meus estudos, em especial, minha esposa Eunice; minhas filhas Luíza e Cecília; meu pai Stony; minha mãe Nara (*in memoriam*); meus sogros Donato e Irene; e meus queridos tios Neilson, Fátima, Edilton, Rosa, Rony (*in memoriam*), Lúcia, Djalma (*in memoriam*) e Nicinha.

Com efeito, tendo o acaso me deixado um dia, aos dezoito anos, numa cidade estranha, sem dinheiro e sem emprego, não me preocupei muito pois estava certo de que saberia ensinar a Matemática. Bastava fazer como o professor Benedito. Foi o que fiz e acho que deu certo.

Elon Lages Lima (2000, p. 3)

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS	XXV
ÍNDICE DE GRÁFICOS	XXVII
ÍNDICE DE IMAGENS	XXXII
ÍNDICE DE QUADROS	XXXIV
ÍNDICE DE TABELAS	XXXV
LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS	XXXVI

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO.....	1
1.1 O tema e o objeto de estudo	1
1.1.1 O contexto do estudo	2
1.1.2 A justificação do tema	5
1.2 O problema, a hipótese e as variáveis.....	5
1.3 Os objetivos da investigação	6
1.3.1 Objetivo geral	6
1.3.2 Objetivos específicos.....	6
1.4 A estrutura básica do trabalho de tese	7
CAPÍTULO II – A MATEMÁTICA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	10
2.1 Introdução.....	10
2.2 O que é Matemática?	11
2.3 Os elementos e a resolução de problemas numéricos	12
2.4 Resolvendo problemas com a Matemática	13
2.4.1 A influência do universo de raciocínio.....	14
2.4.2 A influência dos modelos mentais.....	17
2.5 A resolução de problemas de contagem	18
2.6 Resumo do capítulo	19

CAPÍTULO III – ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA	21
3.1 Introdução.....	21
3.2 O problema do desempenho de estudantes do Brasil em Matemática	22
3.3 Metodologias de ensino da matemática.....	23
3.3.1 Resolução de problemas	23
3.3.2 Modelagem matemática.....	25
3.4 TIC no ensino e aprendizagem da matemática.....	26
3.4.1 A aplicação informática ymat.....	27
3.4.2 Jogos digitais e recreações matemáticas.....	32
3.5 Resumo do capítulo	33
CAPÍTULO IV – MODELOS MATEMÁTICOS INTERPRETADOS	34
4.1 Introdução.....	34
4.2 Modelos matemáticos como base de comunicação entre o mundo real e abstrato	35
4.3 Um esboço sobre o conceito dos modelos matemáticos interpretados.....	36
4.3.1 Um modelo para um estudo concreto da fatorização de inteiros.....	39
4.3.2 Um modelo para o padrão áureo de beleza.....	42
4.4 Uma aplicação prática com modelo matemático interpretado.....	44
4.5 Resumo do capítulo	45
CAPÍTULO V – MÉTODO DE ESTUDO	46
5.1 Introdução.....	46
5.2 Tipo de pesquisa	46
5.3 Estratégias de estudo	46
5.3.1 Pesquisa bibliográfica.....	47
5.3.2 Estudo de caso	47
5.4 Recolha de dados	49
5.4.1 Instrumentos	49
5.4.1.1 Questionário	49
5.4.1.2 Entrevista.....	50
5.4.1.3 Teste de Desempenho.....	50
5.4.2 Procedimentos	51

5.5 Método de Análise de dados.....	53
5.5.1 Análise estatística descritiva.....	53
5.5.2 Análise de respostas a questões abertas.....	53
5.6 Restrição do método de estudo.....	54
5.7 Resumo do capítulo	54
CAPÍTULO VI – A PROPOSTA DO MODELO PSI-ZERO	56
6.1 Introdução.....	56
6.2 O modelo psi-zero	56
6.3 A proposta de aplicação do modelo psi-zero como estratégia didática.....	59
6.3.1 A resolução do problema do ponto móvel em retângulo quadriculado.....	59
6.3.2 A resolução do problema do tabuleiro de xadrez mutilado	63
6.4 Os limites e potencialidades didáticas da aplicação do modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem	66
6.5 Resumo do capítulo	67
CAPÍTULO VII – RESULTADOS OBTIDOS.....	69
7.1 Introdução.....	69
7.2 Resultados Questionário	70
7.3 Resultados Entrevista	98
7.4 Resultados Teste de Desempenho	104
7.5 Resumo do capítulo	105
CAPÍTULO VIII – ANÁLISE E DISCUSSÃO	107
8.1 Introdução.....	107
8.2 Análise e discussão dos resultados obtidos em Questionário.....	107
8.3 Análise e discussão dos resultados obtidos em Entrevista	117
8.4 Análise e discussão dos resultados obtidos em Teste de Desempenho	123
8.5 Histogramas e Gráficos de Densidade.....	126
8.6 Resumo do capítulo	155

CAPÍTULO IX – CONCLUSÃO E TRABALHO FUTURO.....	157
9.1 Introdução.....	157
9.2 Revisitando os objetivos.....	157
9.3 Contributo e limitação do estudo	159
9.4 Publicações realizadas	159
9.5 Conclusão do estudo.....	160
9.6 Trabalho futuro.....	160
9.7 Encerramento da obra.....	161
REFERÊNCIAS	162
APÊNDICES	169
Apêndice A: Requerimento de Autorização para Investigação	170
Apêndice B: Questionário Aplicado.....	172
Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário.....	176
Apêndice D: Entrevista com Roteiro Estruturado.....	223
Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes	226
Apêndice F: Teste de Desempenho Aplicado	258
Apêndice G: Relatório Estatístico – Teste de Desempenho.....	261
ANEXOS.....	270
Anexo A: Autorização da Diretora da EEEMFV para realização de pesquisa de campo com estudantes das turmas de 1 ^a , 2 ^a e 3 ^a Série do Ensino Médio	271
Anexo B: Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).....	272
Anexo C: Parecer Consubstanciado do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP).....	284

ÍNDICE DE FIGURAS

As figuras são os elementos gráficos auxiliares da pesquisa que apresentarão ilustrações de conceitos, de modelos e de desafios matemáticos.

- FIGURA 1:** Padrão numérico em dado rabisco fechado: números com paridade par...10
- FIGURA 2:** Interpretação geométrica para número A e B , onde A é maior do que B12
- FIGURA 3:** Diagrama de inclusão de R em U , onde todo r de R pertence a U14
- FIGURA 4:** Diagrama de inclusão de R em U , onde k e c de R pertencem a U15
- FIGURA 5:** Desafio dos Triângulos: solução vazia em R^216
- FIGURA 6:** Desafio dos Triângulos: tetraedro regular como solução única em R^316
- FIGURA 7:** Diagramas de soluções para um problema matemático.....17
- FIGURA 8:** Idealização da comunicação entre mundo real e mundo abstrato.....35
- FIGURA 9:** Disposições geométricas de grupos de pedras que revelam a paridade.....36
- FIGURA 10:** Disposição geométrica não retangular de 13 pedras sobre duas linhas....37
- FIGURA 11:** Grupos de pedras que simbolizam os números triangulares 3, 6 e 10.....37
- FIGURA 12:** Grupos de pedras que simbolizam os quadrados perfeitos 4, 9 e 16.....38
- FIGURA 13:** Disposição geométrica retangular de um grupo de 26 pedras.....39
- FIGURA 14:** Disposições Geométricas (DG) relativas ao agrupamento de 21 pedras..41

FIGURA 15: Aplicação prática de modelo matemático interpretado.....44

FIGURA 16: Modelo psi-zero como função matemática..... 57

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Os gráficos constituem os elementos de representação visual dos dados numéricos obtidos durante a elaboração da pesquisa.

GRÁFICO 1: Evolução do Brasil em Matemática no PISA (2003-2022).....	22
GRÁFICO 2: Frequência de Respostas dadas a P1 do Questionário Bloco I.....	70
GRÁFICO 3: Frequência de Respostas dadas a P2 do Questionário Bloco I.....	71
GRÁFICO 4: Frequência de Respostas dadas a P3 do Questionário Bloco I.....	71
GRÁFICO 5: Frequência de Respostas dadas a P4 do Questionário Bloco I.....	72
GRÁFICO 6: Frequência de Respostas dadas a P5 do Questionário Bloco I.....	72
GRÁFICO 7: Frequência de Respostas dadas a P6 do Questionário Bloco I.....	73
GRÁFICO 8: Frequência de Respostas dadas a P7 do Questionário Bloco I.....	73
GRÁFICO 9: Frequência de Respostas dadas a P8 do Questionário Bloco I.....	74
GRÁFICO 10: Frequência de Respostas dadas a P9 do Questionário Bloco I.....	74
GRÁFICO 11: Frequência de Respostas dadas a P10 do Questionário Bloco I.....	75
GRÁFICO 12: Frequência de Respostas dadas a P11 do Questionário Bloco I.....	75
GRÁFICO 13: Frequência de Respostas dadas a P12 do Questionário Bloco I.....	76
GRÁFICO 14: Frequência de Respostas dadas a P13 do Questionário Bloco I.....	76

GRÁFICO 15: Frequência de Respostas dadas a Q1 do Questionário Bloco I.....	77
GRÁFICO 16: Frequência de Respostas dadas a Q2 do Questionário Bloco II.....	77
GRÁFICO 17: Frequência de Respostas dadas a Q3 do Questionário Bloco II.....	78
GRÁFICO 18: Frequência de Respostas dadas a Q4 do Questionário Bloco II.....	78
GRÁFICO 19: Frequência de Respostas dadas a Q5 do Questionário Bloco II.....	79
GRÁFICO 20: Frequência de Respostas dadas a Q6 do Questionário Bloco II.....	79
GRÁFICO 21: Frequência de Respostas dadas a Q7 do Questionário Bloco II.....	80
GRÁFICO 22: Frequência de Respostas dadas a Q8 do Questionário Bloco II.....	80
GRÁFICO 23: Frequência de Respostas dadas a Q9 do Questionário Bloco II	81
GRÁFICO 24: Frequência de Respostas dadas a Q10 do Questionário Bloco II.....	81
GRÁFICO 25: Frequência de Respostas dadas a Q11 do Questionário Bloco II.....	82
GRÁFICO 26: Frequência de Respostas dadas a Q12 do Questionário Bloco II.....	82
GRÁFICO 27: Frequência de Respostas dadas a Q13 do Questionário Bloco II.....	83
GRÁFICO 28: Frequência de Respostas dadas a Q14 do Questionário Bloco II.....	83
GRÁFICO 29: Frequência de Respostas dadas a Q15 do Questionário Bloco II	84
GRÁFICO 30: Box-Plot relativo as respostas dadas a P1 do Questionário Bloco I.....	84
GRÁFICO 31: Box-Plot relativo as respostas dadas a P2 do Questionário Bloco I.....	85
GRÁFICO 32: Box-Plot relativo as respostas dadas a P3 do Questionário Bloco I.....	85
GRÁFICO 33: Box-Plot relativo as respostas dadas a P4 do Questionário Bloco I.....	86
GRÁFICO 34: Box-Plot relativo as respostas dadas a P5 do Questionário Bloco I.....	86
GRÁFICO 35: Box-Plot relativo as respostas dadas a P6 do Questionário Bloco I.....	87

GRÁFICO 36:	Box-Plot relativo as respostas dadas a P7 do Questionário Bloco I.....	87
GRÁFICO 37:	Box-Plot relativo as respostas dadas a P8 do Questionário Bloco I.....	88
GRÁFICO 38:	Box-Plot relativo as respostas dadas a P9 do Questionário Bloco I.....	88
GRÁFICO 39:	Box-Plot relativo as respostas dadas a P10 do Questionário Bloco I....	89
GRÁFICO 40:	Box-Plot relativo as respostas dadas a P11 do Questionário Bloco I....	89
GRÁFICO 41:	Box-Plot relativo as respostas dadas a P12 do Questionário Bloco I....	90
GRÁFICO 42:	Box-Plot relativo as respostas dadas a P13 do Questionário Bloco I....	90
GRÁFICO 43:	Box-Plot relativo as respostas dadas a Q1 do Questionário Bloco II....	91
GRÁFICO 44:	Box-Plot relativo as respostas dadas a Q2 do Questionário Bloco II....	91
GRÁFICO 45:	Box-Plot relativo as respostas dadas a Q3 do Questionário Bloco II....	92
GRÁFICO 46:	Box-Plot relativo as respostas dadas a Q4 do Questionário Bloco II....	92
GRÁFICO 47:	Box-Plot relativo as respostas dadas a Q5 do Questionário Bloco II....	93
GRÁFICO 48:	Box-Plot relativo as respostas dadas a Q6 do Questionário Bloco II....	93
GRÁFICO 49:	Box-Plot relativo as respostas dadas a Q7 do Questionário Bloco II....	94
GRÁFICO 50:	Box-Plot relativo as respostas dadas a Q8 do Questionário Bloco II....	94
GRÁFICO 51:	Box-Plot relativo as respostas dadas a Q9 do Questionário Bloco II....	95
GRÁFICO 52:	Box-Plot relativo as respostas dadas a Q10 do Questionário Bloco II....	95
GRÁFICO 53:	Box-Plot relativo as respostas dadas a Q11 do Questionário Bloco II....	96
GRÁFICO 54:	Box-Plot relativo as respostas dadas a Q12 do Questionário Bloco II....	96
GRÁFICO 55:	Box-Plot relativo as respostas dadas a Q13 do Questionário Bloco II....	97
GRÁFICO 56:	Box-Plot relativo as respostas dadas a Q14 do Questionário Bloco II....	97

GRÁFICO 57: Box-Plot relativo as respostas dadas a Q15 do Questionário Bloco II.	98
GRÁFICO 58: Desempenho (%) x Grupo.....	105
GRÁFICO 59: Box-Plot relativo a Desempenho (%) x Grupo.....	124
GRÁFICO 60: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P1.....	127
GRÁFICO 61: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P2.....	128
GRÁFICO 62: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P3.....	129
GRÁFICO 63: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P4.....	130
GRÁFICO 64: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P5.....	131
GRÁFICO 65: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P6.....	132
GRÁFICO 66: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P7.....	133
GRÁFICO 67: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P8.....	134
GRÁFICO 68: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P9.....	135
GRÁFICO 69: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P10.....	136
GRÁFICO 70: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P11.....	137
GRÁFICO 71: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P12.....	138
GRÁFICO 72: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P13.....	139
GRÁFICO 73: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q1.....	140
GRÁFICO 74: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q2	141
GRÁFICO 75: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q3.....	142
GRÁFICO 76: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q4.....	143
GRÁFICO 77: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q5.....	144

GRÁFICO 78: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q6.....	145
GRÁFICO 79: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q7.....	146
GRÁFICO 80: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q8.....	147
GRÁFICO 81: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q9.....	148
GRÁFICO 82: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q10.....	149
GRÁFICO 83: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q11.....	150
GRÁFICO 84: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q12.....	151
GRÁFICO 85: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q13.....	152
GRÁFICO 86: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q14.....	153
GRÁFICO 87: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q15.....	154

ÍNDICE DE IMAGENS

As imagens complementam o texto e apresentam as telas de operação da aplicação informática desenvolvida no âmbito da pesquisa.

IMAGEM 1: Vista aérea do Município de Fazenda Vilanova.....	2
IMAGEM 2: Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova.....	3
IMAGEM 3: Tela de carregamento do <i>y</i> mat.....	28
IMAGEM 4: Tela de apresentação visual do <i>y</i> mat.....	28
IMAGEM 5: Tela de navegação principal do <i>y</i> mat.....	29
IMAGEM 6: Tela de navegação secundária do <i>y</i> mat.....	29
IMAGEM 7: Tela de informações sobre o <i>y</i> mat.....	30
IMAGEM 8: Tela do <i>psi-zero</i> no <i>y</i> mat.....	30
IMAGEM 9: Tela com a rota parcial para solução da Questão 01 no <i>y</i> mat.....	31
IMAGEM 10: Tela com a rota completa para solução da Questão 02 no <i>y</i> mat.....	31
IMAGEM 11: Tela de contato <i>y</i> mat.....	32
IMAGEM 12: Faces de moeda ligadas aos modelos matemáticos interpretados <i>k</i> e <i>c</i> ..	38
IMAGEM 13: O Homem Vitruviano.....	43
IMAGEM 14: Tela <i>y</i> mat: Raciocínio R_1 relativo a resolução da Questão 01.....	60

IMAGEM 15: Tela <i>y</i> mat: Raciocínio R_2 relativo a resolução da Questão 01.....	61
IMAGEM 16: Tela <i>y</i> mat: Raciocínio R_3 relativo a resolução da Questão 01.....	61
IMAGEM 17: Tela <i>y</i> mat: Raciocínio R_4 relativo a resolução da Questão 01.....	62
IMAGEM 18: Tela <i>y</i> mat: Raciocínio R_1 relativo a resolução da Questão 02.....	64
IMAGEM 19: Tela <i>y</i> mat: Raciocínio R_2 relativo a resolução da Questão 02.....	64
IMAGEM 20: Tela <i>y</i> mat: Raciocínio R_3 relativo a resolução da Questão 02.....	65
IMAGEM 21: Tela <i>y</i> mat: Raciocínio R_4 relativo a resolução da Questão 02.....	65

ÍNDICE DE QUADROS

Os quadros apresentam informações textuais sistematizadas no âmbito da pesquisa empreendida.

QUADRO 1: Estudantes Entrevistados	99
QUADRO 2: Comentários dos Estudantes Entrevistados	99
QUADRO 3: Respostas dadas pelos Estudantes a Questão 01 da Entrevista	100
QUADRO 4: Respostas dadas pelos Estudantes a Questão 02 da Entrevista	101
QUADRO 5: Respostas dadas pelos Estudantes a Questão 03 da Entrevista	102
QUADRO 6: Respostas dadas pelos Estudantes a Questão 04 da Entrevista	103
QUADRO 7: Análise de Comentários dos Estudantes Entrevistados (Grupo A)	117
QUADRO 8: Análise de Comentários dos Estudantes Entrevistados (Grupo B)	118
QUADRO 9: Testes Estatísticos – Variável Desempenho (%)	125

ÍNDICE DE TABELAS

As tabelas apresentam dados numéricos no âmbito da pesquisa empreendida.

TABELA 1: Algumas estatísticas acerca da Resolução de Problemas.....	24
TABELA 2: Ocorrências de Dimensões da Resolução de Problemas por Eventos.....	24
TABELA 3: Fatorização de Fermat para $n=21$	40
TABELA 4: Estatísticas Descritivas Obtidas em Teste de Desempenho.....	104
TABELA 5: Mediana das respostas dadas as perguntas do Questionário Bloco I.....	108
TABELA 6: Mediana das respostas dadas as questões do Questionário Bloco II.....	112
TABELA 7: Ocorrências de Respostas Dadas a Questão 01 da Entrevista.....	119
TABELA 8: Ocorrências de Respostas Dadas a Questão 02 da Entrevista.....	120
TABELA 9: Ocorrências das Respostas Dadas a Questão 03 da Entrevista.....	121
TABELA 10: Ocorrências das Respostas Dadas a Questão 04 da Entrevista.....	122
TABELA 11: Análise Estatísticas Descritivas de Teste de Desempenho.....	123

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

- AMVAT:** Associação dos Municípios do vale do Taquari.
- BDTD:** Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações.
- BR-386:** Rodovia Federal Brasileira nº 386.
- CAPES:** Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.
- CENPEC:** Centro de Estudos e Pesquisas em Educação, Cultura e Ação Comunitária.
- CEP:** Comitê de Ética em Pesquisa.
- COVID-19:** nome da doença causada por coronavírus, descoberto em 2019.
- DR.:** Doutor.
- DVD:** Disco Versátil Digital (em inglês, *Digital Versatile Disc*).
- EMEF:** Escola Municipal de Ensino Fundamental.
- EEEMFV:** Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova.
- GADI:** Gabinete de Relações Internacionais e Apoio ao Desenvolvimento Institucional.
- IBGE:** Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.
- INEP:** Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira.
- ISBN:** *International Standard Book Number* (em português, Padrão Internacional de Numeração de Livro).
- ISEPAM:** Instituto Superior de Educação Professor Aldo Muylaert.
- MAT.:** Matemática.
- MGI:** Modelo(s) Geométrico(s) Interpretado(s).
- MMA:** Modelo(s) Matemático(s) Abstrato(s).
- MMI:** Modelo(s) Matemático(s) Interpretado(s).
- OCDE:** Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico
- OECD:** *Organisation for Economic Co-operation and Development* (em português, Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico).
- PISA:** *Programme for International Student Assessment* (em português, Programa Internacional de Avaliação de Estudantes).

PMFV: Prefeitura Municipal de Fazenda Vilanova.

PROF.: Professor.

RAPM: Revista da Associação de Professores de Matemática.

RP: Resolução de Problemas.

RPM: Revista do Professor de Matemática.

RS: Rio Grande do Sul.

SEDUC: Secretaria da Educação.

SCIELO: *Scientific Electronic Library Online* (em português, Biblioteca Científica Digital Online).

TCLE: Termo(s) de Consentimento Livre e Esclarecido.

TIC: Tecnologia(s) de Informação e Comunicação.

TV: Televisão.

UFP: Universidade Fernando Pessoa.

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO

Este capítulo é dedicado à abertura do trabalho de pesquisa. De forma objetiva, serão expostos o tema e o objeto de estudo; o contexto do estudo; a justificação do tema; o problema, a hipótese e as variáveis; os objetivos da investigação (geral/específicos); e por fim, a estrutura básica deste documento de dissertação de tese.

1.1 O tema e o objeto de estudo

Apresenta-se, neste subcapítulo, o tema e o objeto de estudo (incluindo a versão delimitada do objeto de estudo)¹ do trabalho de pesquisa. O tema trata do assunto escolhido para estudo, enquanto o objeto de estudo pode ser entendido como um elemento específico do tema (ou assunto derivado do tema) submetido a investigação científica. Com efeito, destaca-se, nas alíneas a), b₁) e b₂):

a) Tema de estudo: “Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática”.

b₁) Objeto de estudo: “desempenho de estudantes do Ensino Médio ao aplicar o *modelo psi-zero*² na resolução de problemas de contagem”.

b₂) Objeto de estudo delimitado: “desempenho de estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova ao aplicar o *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem”.

¹ A versão delimitada do objeto de estudo encontra-se destacada em b₂.

² O *modelo psi-zero* e a sua proposta de aplicação didática serão tratados no Capítulo VI da presente obra.

A partir da definição do tema **(a)**, formulou-se o objeto de estudo **(b₁)** – orientado para o desempenho de estudantes do Ensino Médio; aplicação didática do *modelo psi-zero*; e resolução de problemas de contagem. Todavia, para tornar o trabalho de investigação exequível, dentro das condições e prazos estabelecidos no contexto do programa de doutoramento e de uma pesquisa em ciências da informação, resolveu-se admitir o uso do objeto de estudo delimitado **(b₂)** – versão baseada no objeto de estudo **b₁**, mas restrita ao universo de estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova (EEEMFV).

1.1.1 O contexto do estudo

O estudo realizado contempla a área do Ensino e Aprendizagem da Matemática e foi empreendido no município de Fazenda Vilanova (IMAGEM 1), que é integrante da região do Vale do Taquari, pertencente ao Estado do Rio Grande do Sul, Brasil. Conforme dados obtidos no portal *Cidades@*, do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), Fazenda Vilanova possui área de 84,794 Km² e população residente estimada, no ano de 2022, em 4.291 pessoas. Segundo Farias (2023), Fazenda Vilanova ganha *status* de lugar privilegiado por estar às margens da BR-386 (via de escoamento da produção no Rio Grande do Sul) e próximo de centros de alta taxa demográfica³.

IMAGEM 1: Vista aérea do Município de Fazenda Vilanova



Fonte: Associação dos Municípios do Vale do Taquari (AMVAT).

³Fazenda Vilanova encontra-se, via BR-386, distante 91,7 Km de Porto Alegre/RS – Capital do Estado do Rio Grande do Sul. Fonte: Prefeitura Municipal de Fazenda Vilanova (PMFV).

A Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova (IMAGEM 2) é a única escola de Ensino Médio que funciona no município de Fazenda Vilanova/RS, o que veio facilitar a logística da *pesquisa de campo* realizada com estudantes do Ensino médio, etapa fundamental para aplicação da estratégia de *estudo de caso*, que será apresentada no tópico 5.3.2 deste trabalho de tese. A escola encontra-se localizada na Avenida Rio Grande do Sul, nº 222, Centro, Fazenda Vilanova/RS.

IMAGEM 2: Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova



Fonte: de autoria própria. Data da fotografia: 02/02/2024.

A EEEMFV encontra-se em local com infraestrutura urbana de rede de água e energia; esgotamento sanitário por fossa séptica; coleta periódica de lixo; acesso a Internet (banda larga). No que concerne a instalações de ensino, a escola possui duas salas de aula (e utiliza outras três salas da EMEF Edgar da Rosa Cardoso); laboratório de informática; cozinha; refeitório; despensa; e área verde. Quanto aos equipamentos a escola possui copiadora; impressora; projetor multimídia; aparelhos de TV, DVD e som.

A partir do ano letivo de 2022, instituiu-se o Novo Ensino Médio na EEEMFV, começando pelas turmas de 1ª Série. Farias (2023, p. 191), informa que, o Novo Ensino Médio dispõe de “itinerários formativos que serão optativos, escolhidos de acordo com a vontade do estudante e da oferta da instituição”.

Na Portaria SEDUC/RS nº 350/2021, consta no Art. 7º, que “a carga horária mínima anual para o ensino médio diurno e noturno é de 1.000 (mil) horas, distribuídas por um mínimo de 200 (duzentos) dias letivos”.

Farias (2023) expõe que, segundo a diretora Iara Margarete Reis, a EEEMFV atendeu 154 estudantes no ano letivo de 2022, por meio de 2 funcionários e 12 professores. Os estudantes foram distribuídos em 6 turmas (diurnas 101, 201 e 301; noturnas: 102, 202 e 302), sendo duas de 1ª Série (101 e 102), duas de 2ª Série (201 e 202), duas de 3ª Série (301 e 302) do Ensino Médio. De acordo com a Série do Ensino Médio, trabalharam-se componentes curriculares de arte, educação física, língua estrangeira, língua portuguesa, literatura, matemática, ensino religioso, filosofia, história, geografia, sociologia, biologia, física, química, projeto de vida, mundo do trabalho, cultura e tecnologias digitais e iniciação científica. Ainda, em 2022, ocorreram Interséries de futsal e vôlei; Viagens de Estudos; e a relevante Mostra do Conhecimento.

Em dezembro, mês final do ano letivo de 2022, foi realizada a pesquisa de campo com estudantes da EEEMFV, de 1ª, 2ª e 3ª Série do Ensino Médio.

A pesquisa de campo na EEEMFV contou com a participação de:

- 79 estudantes em Questionário;
- 12 estudantes em Entrevista;
- 85 estudantes em Teste de Desempenho.

A autorização para a pesquisa de campo na EEEMFV foi dada pela diretora Iara Margarete Reis, em 29/09/2022. O parecer consubstanciado do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) foi emitido em 28/11/2022, sendo favorável ao estudo na EEEMFV⁴.

⁴ No Apêndice A, consta o requerimento para autorização de investigação; no Anexo A, consta a autorização para a pesquisa de campo na EEEMFV; no Anexo C, consta o parecer favorável do CEP para estudo na EEEMFV, com estudantes de 1ª, 2ª e 3ª Série do Ensino Médio.

1.1.2 A justificação do tema

O tema escolhido para este trabalho de pesquisa mostra-se relevante por envolver assuntos ligados ao ensino e aprendizagem da matemática. Nomeadamente, conhecimentos, saberes, métodos, tecnologias e investigações relacionadas com a matemática, bem como, o ensino e aprendizagem da matemática, que são fundamentais para o desenvolvimento científico, tecnológico, cultural e social da humanidade.

Em particular, o tema de estudo é de interesse profissional do autor, que vem atuando como pesquisador na área da Educação Matemática. O autor busca construir, desenvolver e estudar novos modelos didáticos que possam contribuir para melhoria do ensino e aprendizagem da matemática elementar. É necessário, pois, realizar investigações nas escolas e validar novas estratégias didáticas que possam promover a literacia matemática, bem como, a elevação do desempenho de estudantes na resolução de problemas.

1.2 O problema, a hipótese e as variáveis

Neste subcapítulo, nas alíneas a), b) e c), apresenta-se, respectivamente, o problema, a hipótese e as variáveis que encontram-se ligadas ao objeto de estudo delimitado (b₂):

- a) **Problema:** “Será que a aplicação didática do *modelo psi-zero* proporciona uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem?”.
- b) **Hipótese:** “A aplicação didática do *modelo psi-zero* proporciona uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem”.
- c) **Variáveis:** *Desempenho (%) e Grupo (A ou B)*.

Na investigação empreendida foram utilizadas essencialmente duas variáveis, a saber: *Desempenho (%)* e *Grupo (A ou B)* [ou simplesmente, *Grupo*]. Note que, a variável *Desempenho (%)* expressa relação de dependência com a variável de agrupamento *Grupo*.

A variável dependente *Desempenho (%)* é quantitativa intervalar (com escala percentual de 0 a 100) e busca expressar o desempenho dos estudantes na resolução de problemas de contagem (no caso, em especial, problemas de contagem propostos em Teste de Desempenho).

A variável independente *Grupo* é nominal, podendo assumir a designação *A* ou *B*. O *A* representa o grupo de estudantes que não utilizaram o *modelo psi-zero* em Teste de Desempenho; o *B* representa o grupo de estudantes que utilizaram o *modelo psi-zero* em Teste de Desempenho.

1.3 Os objetivos da investigação

Neste subcapítulo, apresentam-se os objetivos da investigação, denominados objetivo geral e objetivos específicos.

1.3.1 Objetivo geral

O objetivo geral, que sintetiza a ideia central e pretensão do estudo, consistiu, no âmbito do Ensino Médio, “verificar se a aplicação didática do *modelo psi-zero* proporciona uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem”.

1.3.2 Objetivos específicos

No que está relacionado com os objetivos específicos da investigação, formulou-se:

- a) Analisar, de modo comparativo, os valores de tendência central (moda, média e mediana) e variabilidade (amplitude, variância e desvio padrão) do conjunto de dados de desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova sem e com a aplicação do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem;
- b) Conhecer limites e potencialidades didáticas da aplicação do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem;
- c) elaborar a aplicação informática *y mat* – para explorar o conceito do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem.

1.4 A estrutura básica do trabalho de tese

O presente relatório de tese encontra-se estruturado e dividido em nove capítulos, a saber:

Capítulo I – Introdução: capítulo orientado para a abertura do trabalho de tese. Aborda, com objetividade, os seguintes assuntos: o tema e o objeto de estudo; o contexto do estudo; a justificação do tema; o problema, a hipótese e as variáveis; os objetivos da investigação (objetivo geral e objetivos específicos); e por fim, a estrutura básica do trabalho de tese.

Capítulo II – A Matemática e a Resolução de Problemas: apresenta uma reflexão sobre o que se entende por Matemática e um de seus principais papéis na resolução de problemas. Expõe a obra *Os elementos*, de Euclides, salientando o uso de interpretações geométricas na resolução de problemas numéricos. Em, *Resolvendo problemas com a Matemática*, destaca a potencial influência do universo de raciocínio e modelos mentais na resolução de problemas, em especial, de natureza matemática. Mais adiante, discorre sobre a resolução de problemas de contagem, destacando a dedicação e o emprego essencial da combinatória. Ao final, expõe um resumo do próprio capítulo.

Capítulo III – Ensino e Aprendizagem da Matemática: aborda o problema do desempenho de estudantes do Brasil em Matemática; metodologias de ensino da matemática [com especial atenção para a resolução de problemas e a modelagem (modelação) matemática]; TIC no ensino e aprendizagem da matemática (com foco na aplicação informática ymat; nos jogos digitais e nas recreações matemáticas). No final, é exposto um resumo do próprio capítulo.

Capítulo IV – Modelos Matemáticos Interpretados: apresenta a ideia dos modelos matemáticos como base de comunicação entre o mundo real e abstrato. Traz um esboço sobre o conceito dos modelos matemáticos interpretados; propõe um modelo para um estudo concreto da fatorização de inteiros; e expõe um modelo para o padrão áureo de beleza. Aborda uma aplicação prática com modelo matemático interpretado. No final, apresenta um resumo do próprio capítulo.

Capítulo V – Método de Estudo: aborda o tipo de pesquisa realizada; as estratégias de estudo empreendidas [pesquisa bibliográfica e estudo de caso (incluindo etapa de pesquisa de campo)]; os instrumentos e procedimentos adotados para coleta de dados; o método de análise de dados (análise estatística descritiva; análise de respostas a questões abertas); e a restrição do método de estudo. No final, é apresentado um resumo do próprio capítulo.

Capítulo VI – A Proposta do Modelo Psi-Zero: aborda, em essência, o conceito e a proposta de aplicação do *modelo psi-zero* como estratégia didática para a resolução de problemas da matemática escolar, em especial, resolução de problemas de contagem. No final, apresenta um resumo do próprio capítulo.

Capítulo VII – Resultados Obtidos: apresenta os principais resultados obtidos na pesquisa de campo realizada na EEEMFV, considerando a coleta de dados feita por meio da aplicação dos instrumentos Questionário, Entrevista e Teste de Desempenho. Ao final, expõe um resumo do próprio capítulo.

Capítulo VIII – Análise e Discussão: apresenta a análise e discussão dos principais resultados obtidos na pesquisa de campo realizada na EEEMFV, considerando a coleta de dados feita por meio da aplicação dos instrumentos Questionário, Entrevista e Teste de Desempenho. No final, é apresentado um resumo do próprio capítulo.

Capítulo IX – Conclusão e Trabalho Futuro: recupera os objetivos da investigação; apresenta o contributo e limitação do estudo realizado; destaca as publicações realizadas por Albuquerque e Gouveia (associadas ao trabalho de tese); expõe a conclusão do estudo feito; lança propostas para trabalho futuro; e, por fim, concretiza o encerramento da obra de tese.

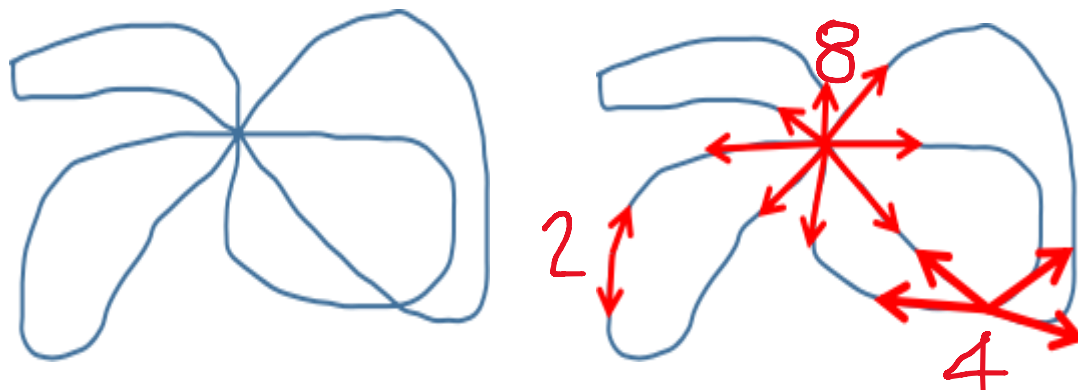
CAPÍTULO II – A MATEMÁTICA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Este capítulo apresenta uma reflexão sobre o que se entende por Matemática e discute um de seus principais papéis que é no auxílio da resolução de problemas. Expõe a obra *Os elementos*, de Euclides, salientando o uso de interpretações geométricas na resolução de problemas numéricos. Em, *Resolvendo problemas com a Matemática*, é destacada a potencial influência do universo de raciocínio e dos modelos mentais na resolução de problemas, em especial, de natureza matemática. Por fim, discorre-se sobre a resolução de problemas de contagem, destacando a dedicação e o emprego essencial da combinatória. No final, é apresentado um resumo do capítulo.

2.1 Introdução

No mundo real (físico) ou abstrato (científico), da menor até à maior escala, é provável que exista matemática, especialmente, velada (isto é, de um modo aparente e não muitas vezes visível). No plano, até mesmo um simples rabisco fechado (feito sem interrupções) poderá ocultar um singular padrão numérico, evidenciado pelo desvelo de apenas números pares nos pontos de intersecção da linha que forma tal rabisco. Ver a Figura 1:

FIGURA 1: Padrão numérico em dado rabisco fechado: números com paridade par



Fonte: de autoria própria.

Observe-se que a quantidade de setas que saem dos pontos de intersecção da linha do dado rabisco fechado é sempre par, no caso, 2, 4 e 8. Explica-se a existência de apenas números pares, nos referidos pontos de intersecção, devido à formação de setas em dois sentidos contrários, onde de 2 em 2 (a partir do zero) formam-se números pares, como, 2, 4 e 8.

Apesar da simplicidade, a matemática escondida em dado rabisco fechado é surpreendente, e está relacionada com importantes teorias matemáticas, como, a *Teoria de Grafos*. Segundo Bisognin, Franco e Bisognin (2001), os *grafos* possuem diversas aplicações, como, por exemplo, o tratamento do problema das redes de comunicação; problema do número cromático; fornecimento de serviços; planejamento (planeamento) de tarefas; e alinhamento de seqüências biológicas.

Segundo Frenkel (2014, p. 9), “Há um mundo secreto lá fora. Um universo paralelo oculto de beleza e elegância, entrelaçado intrincadamente com o nosso. É o mundo da matemática. E ele é invisível para a maioria de nós”. Descobrir esse mundo matemático escondido é relevante para a Humanidade, pois, a Matemática fornece ferramentas imprescindíveis para resolver os mais diversos tipos de problemas.

2.2 O que é Matemática?

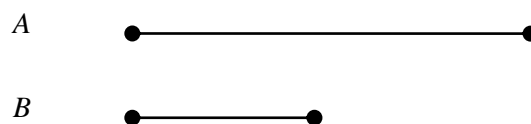
De acordo com Boyer (1996), em certa época, pensou-se que a Matemática tinha por ocupação o mundo em que os nossos sentidos percebem, estando limitada a ideias e propostas decorrentes das observações da natureza (*Matemática Interpretada*). Entretanto, conforme exposto por Courant e Robbins (2000), apesar da origem da Matemática estar alicerçada em exigências mais ou menos práticas, por pressão de aplicações necessárias, o desenvolvimento da Matemática como Ciência (*Matemática Abstrata*) ganharia inevitavelmente impulso por si e transcenderia os confins da utilidade imediata. Devido ao poder de abstração e sofisticação de aplicações (práticas e científicas), firmou-se a Matemática como Ciência indispensável para a resolução de problemas, quer do mundo real (físico), quer do mundo abstrato (científico).

Pode-se dizer que, na resolução de problemas, um dos principais papéis da Matemática é servir como ferramenta para o encontro de soluções racionais e otimizadas, consistentes com as situações e/ou demandas oriundas do mundo real e/ou mundo abstrato.

Courant e Robbins (2000) afirmam que, do ponto de vista de pensamento humano, a Matemática exprime a vontade ativa, a razão contemplativa e o desejo da perfeição estética. Destacam que, os elementos básicos da Matemática são: a lógica e a intuição, a análise e a construção; a generalidade e a individualidade. Longe da pretensão de dar uma definição para a Matemática, expõem estes autores, que somente a experiência ativa na própria Matemática poderá unicamente responder à questão: “o que é Matemática?”.

2.3 Os elementos e a resolução de problemas numéricos

Na obra *Os elementos*, Livros de VII a IX [consulte Euclides (2009, pp. 269-480)], encontra-se um registro de evidências que mostra como na Grécia Antiga se admitiam e resolviam problemas numéricos por intermédio de interpretações geométricas dos números. Os gregos antigos concebiam usualmente os números pela geometria. Naquela época, os matemáticos gregos interpretavam os números por *segmentos de reta*. Por exemplo, para indicar que um número A é maior do que um número B , utilizavam segmentos geométricos como os expostos na Figura 2:



Fonte: de autoria própria.

Os Livros de VII a IX, de *Os elementos*, são voltados para a chamada *Teoria dos Números*. No conjunto desses livros, encontram-se as interpretações geométricas (baseadas em *segmentos de retas*) utilizadas para tratar os *incomensuráveis* (como o caso verificado na raiz quadrada de dois); resolver o problema de achar o maior divisor comum entre dois números naturais (mecanismo hoje conhecido por *Algoritmo de Euclides*); ou provar a infinitude dos *números primos*.

2.4 Resolvendo problemas com a Matemática

Desde os primórdios, a humanidade vem utilizando o conhecimento matemático para enfrentar os mais diversos tipos de problemas. Sejam de natureza prática ou científica, todos os dias surgem problemas para resolver, como, por exemplo, o problema da alocação de tarefas.

No mundo moderno é fundamental organizar tarefas. Quem nunca se preocupou em encontrar a melhor distribuição de trabalhadores para empregos? Maquinário para locais de construção? Jogadores de futebol para posições no campo? O problema da alocação de tarefas é ponto-chave nas nossas vidas. Para se obter uma melhor produtividade e êxito na execução de quaisquer atividades propostas, deve-se saber organizar estas atividades da melhor maneira possível, o que pode ser feito com o auxílio da matemática. Howard e Rorres (2001, p. 378) trazem uma situação-problema⁵ interessante relacionada à alocação de tarefas, resolvida com a ajuda de um conjunto de seis *matrizes*⁶, onde uma faculdade deseja instalar aparelhos de ar-condicionado em três dos seus prédios, convidando três empresas para submeter orçamentos para o trabalho a ser realizado nesses três prédios

⁵ Para outra situação-problema com maior número de alocações é conveniente a aplicação de métodos arrojados, como o *método húngaro*. Veja Howard e Rorres (2001, p. 379).

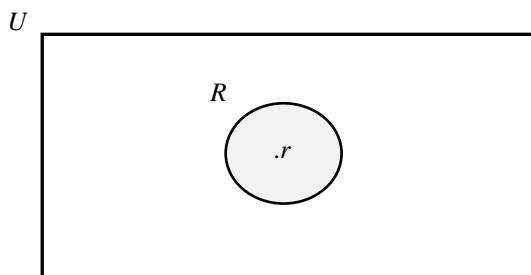
⁶ Uma *matriz* é um agrupamento retangular de números (que são as entradas da *matriz*). Veja Howard e Rorres (2001, p. 41).

Desde problemas práticos, como alocação de tarefas, até questões de natureza científica complexa, como colocar um satélite em órbita na Terra, é necessário aplicar ferramentas matemáticas. A Matemática na resolução de problemas é fundamental. No decorrer do século XXI, surgirão novas questões, cujas respostas dependerão do emprego de novas heurísticas e estratégias matemáticas diferenciadas.

2.4.1 A influência do universo de raciocínio

Na matemática, segundo o professor Lima et al. (2003), uma vez fixado o *universo de raciocínio* U , todos os elementos a serem tratados pertencerão a U ; e todos os conjuntos formados serão parte ou derivações de U e os seus subconjuntos. Note que, um *universo de raciocínio* U (também chamado de universo do discurso) poderá conter, conforme diagrama exposto na Figura 3, um conjunto R de elementos, se todo elemento r de R também pertencer a U .

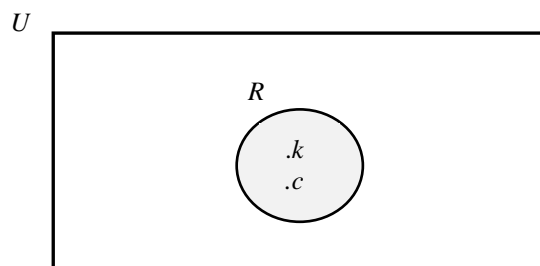
FIGURA 3: Diagrama de inclusão de R em U , onde todo r de R pertence a U



Fonte: de autoria própria.

Seja, por exemplo, encontrar as probabilidades envolvidas no lançamento de uma moeda de dois euros. Por praticidade e frequência de eventos, é produtivo voltar o pensamento para $R = \{k, c\} \subset U$, onde U é o *universo de raciocínio* que contém o conjunto R , formado pelos elementos k (*cara*) e c (*coroa*), que são as possibilidades de resultado admitidas em R e, também, em U , para queda da moeda ao chão. Veja a Figura 4:

FIGURA 4: Diagrama de inclusão de R em U , onde k e c de R pertencem a U



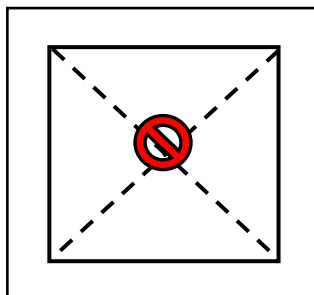
Fonte: de autoria própria.

Observe que k (*cara*) e c (*coroa*) podem ser vistos como *modelos matemáticos* de raciocínio (ou para o raciocínio) pertencentes a R e, devido $R \subset U$, também pertencentes a U , de maneira que, exceto para k (*cara*) e c (*coroa*), qualquer outro resultado ou situação de queda para moeda é ignorado em U (por não pertencer ao *universo de raciocínio* U). Em especial, pode-se interpretar os chamados *universos de raciocínio* como “locais ou ambientes de trabalho”, onde potencialmente se encontram os *modelos matemáticos*, isto é, os “modelos de trabalho”, que são os objetos ou ferramentas essenciais para o trabalho de raciocínio e resolução de problemas matemáticos. O conceito de *universo de raciocínio* tem papel relevante na resolução de problemas, especialmente, considerando o contexto da matemática escolar, conforme se pode perceber nas resoluções fornecidas para o seguinte desafio matemático:

- **Desafio dos Triângulos:** *Construa quatro triângulos de mesma forma e tamanho com precisamente seis palitos de madeira (também de mesma forma e tamanho), de maneira que, a conexão entre esses seis palitos seja feita somente a partir das suas extremidades.*

Um primeiro “local ou ambiente de trabalho” admitido para construção de uma solução matemática para o desafio dos triângulos é o plano geométrico euclidiano (aqui denotado por R^2), onde logo se verifica que o desafio dos triângulos é impossível de ser resolvido (ou em outras palavras, tem solução vazia em R^2 , isto é, sem elementos). Veja a Figura 5:

FIGURA 5: Desafio dos Triângulos: solução vazia em R^2

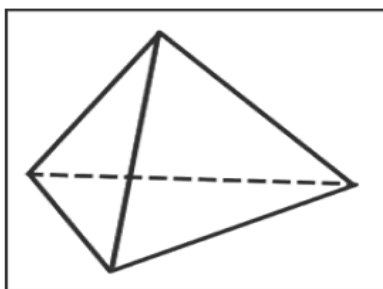


Fonte: de autoria própria.

Imagine os seis palitos de madeira como *segmentos de reta*. No plano, em R^2 , não é possível construir quatro triângulos de mesma forma e tamanho a partir da conexão das extremidades de seis segmentos de reta congruentes, visto que, lado e diagonal do quadrado formado não são congruentes. No mais, na Figura 5, onde se encontra o símbolo de não permitido, observa-se que não há como um segmento atravessar o outro sem ter contato, o que descumpra a condição imposta pelo desafio dos triângulos, que diz que conexões de palitos de madeira (aqui modelados matematicamente por *segmentos de reta*) só podem ser feitas pelas “extremidades”.

Outra possibilidade de trabalho, para resolução do desafio dos triângulos, encontra-se na fixação do *universo de raciocínio* no espaço tridimensional euclidiano (aqui denotado por R^3). A partir da consideração do trabalho nesse *universo de raciocínio* geométrico mais extenso, encontra-se uma solução matemática convencional para o problema proposto, conforme se pode verificar na Figura 6:

FIGURA 6: Desafio dos Triângulos: tetraedro regular como solução única em R^3

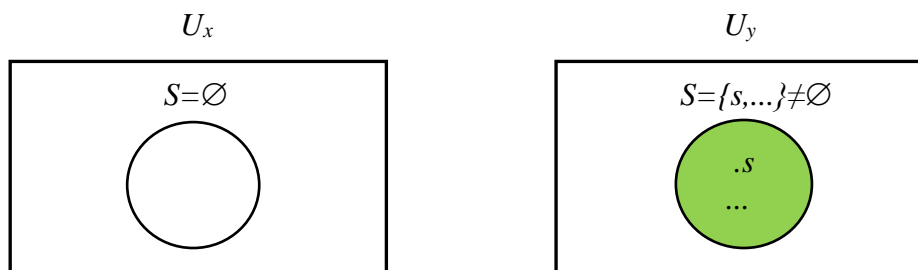


Fonte: de autoria própria.

No espaço tridimensional R^3 (euclidiano) é possível construir quatro triângulos da mesma forma e tamanho a partir da conexão das extremidades de seis segmentos de reta congruentes. O objeto geométrico formado é conhecido por *tetraedro regular*.

Um problema matemático ou tem solução S vazia no *universo de raciocínio* U_x (em símbolos, $S=\emptyset$ em U_x), ou tem a solução S , com no mínimo o elemento s , no *universo de raciocínio* U_y (em símbolos, $S=\{s,.. \} \neq \emptyset$ em U_y], onde x e y são números naturais distintos, assim como, os *universos de raciocínio* U_x e U_y também são distintos. Veja a Figura 7:

FIGURA 7: Diagramas de soluções para um problema matemático



Fonte: de autoria própria.

Parte considerável dos estudantes desconhecem o facto de que o *conjunto solução* S de um problema matemático está associado e, por vezes, extremamente influenciado pela fixação do *universo de raciocínio*.

2.4.2 A influência dos modelos mentais

Na obra *Mental Models*, Johnson-Laird (1983), afirma que as pessoas raciocinam a partir de *modelos mentais*, que significam, em essência, representações internas do que se concebe ou percebe no mundo exterior⁷.

⁷ O mundo exterior a que se refere é formado por todos os objetos e eventos (acontecimentos) que existem em volta dos seus observadores. Quando se observa, por exemplo, um copo a cair de uma mesa, em relação ao observador, tanto o copo (objeto) quanto a mesa (objeto) e a queda do copo (evento) são coisas que pertencem ao mundo exterior.

Segundo Moreira (1999), os *modelos mentais* podem ser interpretados como modelos de trabalho, que procuram explicar e prever como ocorrem e se sucedem eventos externos. São passíveis de revisões pelos seus construtores quando não são mais confiáveis e, em geral, não representam a rigor os objetos que simbolizam, não sendo necessariamente elementos racionais ou lógicos.

No contexto educacional, expõe Moreira (1999), que os *modelos mentais* exercem influência no ensino e na aprendizagem dos estudantes, o que leva a crer que também possam produzir potenciais impactos na resolução de problemas, em especial, de natureza matemática. Em particular, um estudo feito por Albuquerque e Haetinger (2015) revelou que, *modelos mentais* construídos, de forma inadequada, a partir do conhecimento prévio ou por concepções alternativas, podem influenciar e, assim, induzir o raciocínio combinatório dos estudantes de Ensino Médio para resultados divergentes dos conceitualmente esperados na resolução de problemas de contagem.

2.5 A resolução de problemas de contagem

Imagine, a necessidade prática e diária de se identificar no campo o extravio de ovelhas de dado rebanho. Para resolver este problema, basta fazer a correspondência de cada ovelha com uma pedrinha. No final do passeio no campo, se houver qualquer extravio de ovelha, haverá pedras sem ovelhas para associar. A ligação de cada ovelha com cada pedrinha chama-se correspondência *um-a-um*, sendo esta correspondência biunívoca entre dois conjuntos a base conceitual de *número natural*. O conjunto dos *números naturais* é representado por \mathbf{N} , sendo \mathbf{N} formado pelos números $0,1,2,3,4, \dots$

De acordo com Bergamini (1965), na Nova Guiné, um selvagem da tribo Sibilier pode contar até 27 usando as partes de seu corpo. Provavelmente, homens primitivos formavam números com os dedos, assim como os selvagens da tribo Sibilier ainda o fazem. Para indicar, por exemplo, uma pescaria de 5 peixes, apontará o selvagem o indicador direito para os cinco dedos da mão esquerda, sendo este ato primitivo o esboço do que hoje chamamos *número natural*.

Os povos antigos não adquiriram primeiro os *números naturais* para depois contarem e resolverem os seus problemas de contagem do dia-a-dia, mas ao inverso, obtiveram paulatinamente os *números naturais* devido à prática diária de contagens e o enfrentamento de problemas de quantificações e ordenações.

A parte da Matemática dedicada à resolução de problemas de contagem é a *combinatória*. O emprego da combinatória é essencial na resolução dos mais diversos tipos de problemas de contagem. De acordo com Morgado et al. (1991), a *combinatória* é orientada para criação e desenvolvimento não apenas de fórmulas, mas, sobretudo, métodos, mecanismos e técnicas de contagem, que, aliadas a raciocínios poderosos, servirão para resolução de determinados problemas, especialmente, àqueles associados a quantificações, ordenações e a classificações de dados em agrupamentos de elementos.

Segundo Gonçalves (2020), a *combinatória* proporciona valiosas contribuições em diversas áreas do conhecimento, como Estatística e Probabilidade, relevantes para o progresso da sociedade. Possui, também, aplicações em outras áreas do conhecimento, como, Química, Biologia, Informática, Engenharia e Física, entre outras.

2.6 Resumo do capítulo

No presente capítulo, argumentou-se que, da menor até a maior escala, é provável que exista matemática no mundo real (físico) ou abstrato (científico), especialmente, não visível, mas presente. No plano, até mesmo um simples rabisco fechado (feito sem interrupções) poderá ocultar um singular padrão numérico, característico dos números pares. Falou-se que, devido ao poder de abstração e sofisticação de aplicações, foi consagrada a Matemática como Ciência indispensável para a resolução de problemas, quer do mundo real, quer do mundo abstrato. Apontou-se que, um dos principais papéis da Matemática na resolução de problemas é servir como ferramenta para o encontro de soluções racionais e otimizadas, consistentes com as situações e/ou demandas oriundas do mundo real e mundo abstrato.

Nesta parte do trabalho de pesquisa, indicou-se como os gregos antigos resolviam problemas numéricos pela geometria, citando o emprego de interpretações geométricas, baseadas em *segmentos de reta*, [veja a obra *Os elementos*, Livros de VII a IX, de Euclides (2009, pp. 269-480)] para tratar os *incomensuráveis* (como o caso verificado na raiz quadrada de dois); resolver o problema de achar o maior divisor comum entre dois números naturais (mecanismo hoje conhecido por *Algoritmo de Euclides*); ou provar a infinitude dos *números primos*. Em, *Resolvendo problemas com a Matemática* (subcapítulo 2.4) mostrou-se o envolvimento necessário da resolução de problemas com a Matemática, destacando a necessidade da elaboração e uso de novas ferramentas matemáticas para resolver os problemas do século XXI. Falou-se da potencial influência do *universo de raciocínio* e dos *modelos mentais* na resolução de problemas, em especial, de natureza matemática. Por último, foi abordada a resolução de problemas de contagem, destacando-se a dedicação e o emprego essencial da *combinatória*.

CAPÍTULO III – ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Este capítulo aborda o problema do desempenho de estudantes do Brasil em Matemática; metodologias de ensino da matemática (com foco na resolução de problemas e a modelagem matemática); TIC no ensino e aprendizagem da matemática (com foco na aplicação informática ymat; jogos digitais e recreações matemáticas). No final, é apresentado um resumo do próprio capítulo.

3.1 Introdução

No Brasil, o ensino e aprendizagem da matemática vem ao longo de anos mostrando-se problemático, especialmente, nos níveis do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Os estudantes tem dificuldades em resolver problemas matemáticos elementares, bem como, relacionar e transformar conhecimentos matemáticos adequados.

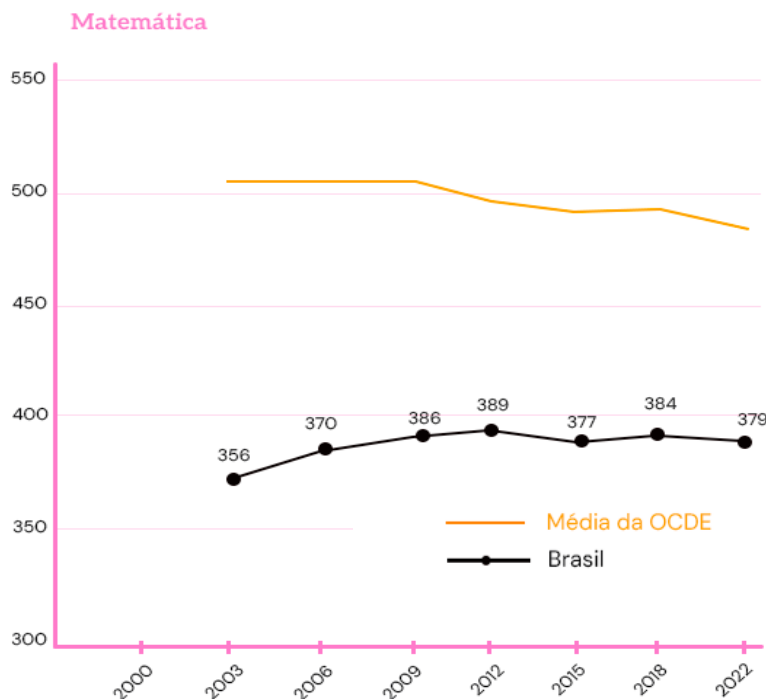
A Matemática ocupa hoje uma posição central na formação básica dos estudantes brasileiros. Eles despendem nove anos com ela no Ensino Fundamental e três anos no Ensino Médio. Todavia, o desempenho dos estudantes do Brasil em Matemática vem mostrando-se insatisfatório, exigindo que providências sejam tomadas pelos governos, sociedade e comunidade acadêmica em geral.

Nas escolas, é preciso realizar investigação, que tenha por objetivo descobrir as causas das dificuldades apresentadas pelos estudantes para aprender matemática e resolver problemas. É imprescindível pesquisar e validar novas estratégias didáticas que possam elevar o desempenho de estudantes na resolução de problemas. Além disso, é também importante descobrir como os professores de matemática podem melhor trabalhar a *resolução de problemas e modelagem matemática* no ensino da matemática.

3.2 O problema do desempenho de estudantes do Brasil em Matemática

O problema do desempenho de estudantes do Brasil em Matemática é evidenciado pelos resultados insatisfatórios obtidos por jovens estudantes brasileiros nos exames da área de Matemática do PISA [veja (OECD (2016); (OECD, 2019, p. 4); (OECD, 2023); e INEP (2023)]. Resultados obtidos pelo Brasil (379 pontos), em Matemática no PISA 2022 (edição com foco especial na Matemática), estão inclusive abaixo da média de 472 pontos dos países da OECD (ou OCDE) e, também, muito aquém dos resultados alcançados por outros países/economias asiáticos, como, Singapura (575 pontos); Macau (552 pontos) e Hong Kong (540 pontos) – Cidades da República Popular da China; Taiwan (547 pontos); Japão (536 pontos); e Coreia do Sul (527 pontos), o que indica um cenário problemático no Brasil com relação ao ensino e aprendizagem da matemática elementar.

GRÁFICO 1: Evolução do Brasil em Matemática no PISA (2003-2022)



Fonte: CENPEC (2023) – Centro de Estudos e Pesquisas em Educação, Cultura e Ação Comunitária

O PISA é um Programa Internacional de Avaliação de Estudantes desenvolvido e coordenado pela OECD – *Organisation for Economic Co-operation and Development*. Segundo o INEP (s.d.) – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – o objetivo do PISA é “produzir indicadores que contribuam para a discussão da qualidade da educação nos países participantes, de modo a subsidiar políticas de melhoria do ensino básico”.

3.2 Metodologias de ensino da matemática

Há metodologias de ensino da matemática que se vem mostrando relevantes e promissoras com o passar do tempo, atraindo o interesse da comunidade científica e acadêmica para esses estudos. Este é o caso da *resolução de problemas e modelagem matemática*, a serem tratadas, respectivamente, nos subcapítulos 3.2.1 e 3.2.2.

3.2.1 Resolução de Problemas

No ensino de matemática, a Resolução de Problemas pode ser interpretada sob quatro dimensões [as três primeiras expostas por Branca (1997, p. 4) e a última acrescentada por Dante (2009, p. 15)]:

- a) Como *meta* (foco no objetivo a ser atingido pelos estudantes);
- b) Como *processo* (foco nos mecanismos de resolução dos estudantes);
- c) Como *habilidade básica* (foco na capacidade que os estudantes precisam ter).
- d) Como *metodologia de ensino da matemática* (foco no ensino da matéria).

Albuquerque e Haetinger (2015) publicaram um artigo na *Educação Matemática em Revista – RS*, que traz os resultados de uma análise feita em comunicações encontradas nos anais de importantes eventos acadêmicos relacionados às ciências e matemática: XV Encontro Nacional de Ensino de Química – ENEQ (2010); VII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências – ENPEC (2009); XI Encontro de Pesquisa em Ensino de Física – EPEF (2008); e IX Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM (2007).

Na Tabela 1, por eventos, constam algumas estatísticas relativas a Resolução de Problemas [note que, Taxas de Ocorrências RP (%) = (Ocorrências RP/Comunicações) x 100]. Ver a Tabela 1:

TABELA 1: Algumas estatísticas acerca da Resolução de Problemas

<i>EVENTOS</i>	<i>OCORRÊNCIAS RP</i>	<i>COMUNICAÇÕES</i>	<i>TAXAS DE OCORRÊNCIAS RP</i>
<i>XV ENEQ</i>	04	212	1,9%
<i>XI EPEF</i>	05	123	4,0%
<i>VII ENPEC</i>	05	370	1,4%
<i>IX ENEM</i>	31	119	26,1%
<i>Total</i>	45	824	5,4%

Fonte: Albuquerque e Haetinger (2015, p. 13).

Na Tabela 2, constam dados numéricos obtidos por Albuquerque e Haetinger (2015) que levam à seguinte conclusão: “das interpretações consideradas para a resolução de problemas, a dimensão *processual* e *metodológica de ensino* foram as que mais se destacaram nos trabalhos analisados”. De facto, 35 de 45 ocorrências RP representam a dimensão *processual*; 24 de 45 ocorrências RP representam a dimensão *metodológica de ensino*. Ver Tabela 2:

TABELA 2: Ocorrências de Dimensões da Resolução de Problemas por Eventos

EVENTOS	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS			
	METAS	PROCESSOS	HAB. BÁSICAS	METOD. DE ENSINO
XV ENEQ	-	2	4	4
XI EPEF	1	5	5	4
VII ENPEC	-	3	3	4
IX ENEM	4	25	7	12
Total	5	35	19	24

Fonte: Adaptado de Albuquerque e Haetinger (2015, p. 13).

Em particular, tomando-se agora a Resolução de Problemas com a perspectiva somente na Educação Matemática, verifica-se, ainda, a dimensão *processual e metodológica de ensino* em destaque em relação às outras dimensões da RP. Note que, das 119 comunicações proferidas no ENEM (2007), 31 são relativas a RP (26,1%), sendo 25 de 31 ocorrências RP relativas a dimensão processual; 12 de 31 ocorrências RP relativas à dimensão metodológica de ensino, o que mostra uma tendência de interesse e estudo acadêmico da resolução de problemas como *processo e metodologia de ensino*.

Outros autores, como Araujo e Rocha (2018); Lima e Galvão (2020); Ribeiro, Henklain e Oliveira (2021); Santos, Rodrigues e Frei (2021); apresentam trabalhos relevantes relativos à resolução de problemas no ensino de matemática.

3.2.2 Modelagem Matemática

De acordo com Bassanezi (2002, p. 16), a *modelagem matemática* “(...) consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando as suas soluções na linguagem do mundo real”. A compreensão e resolução de diversos problemas pode ser facilitada a partir do uso de *modelagem matemática*. Para Biembengut e Hein (2009), a *modelagem matemática* é um ramo da matemática que auxilia diversas áreas do conhecimento, como: Biologia, Geografia, Economia, Engenharia, entre outras.

Skovsmose (2000) chama o ambiente de modelagem de “cenário para investigação” – um ambiente que pode dar sustentação a um trabalho de investigação e que apresenta diferentes ambientes de aprendizagem, em que há referências à matemática pura, à semi-realidade (entendida como uma realidade construída para efeitos didáticos) e à realidade propriamente dita.

No caso da Educação, afirma Barbosa (2001, p. 6), a modelagem “[...] é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”.

Em especial, autores como Biembengut (2020); Andrade Filho e Rauén (2020); Pires, Costa e Boiago (2020); e Domingues et al. (2013) vem trabalhando a temática da modelagem matemática na Educação Matemática

Domingues et al. (2013) realizaram um estudo de caso em uma turma de segundo ano do Ensino Médio do Instituto Superior de Educação Professor Aldo Muylaert (ISEPAM), na Cidade de Campos dos Goytacazes/RJ. Os dados para a pesquisa foram coletados a partir de diário de bordo preenchido por um professor e questionários respondidos pelos estudantes investigados. A pesquisa buscou analisar a opinião dos estudantes em relação à aula tradicional e a aula com a aplicação da modelagem matemática (focada na metodologia de ensino). Ao final do estudo empreendido, os pesquisadores concluíram que a modelagem matemática pode ser empregada, de modo eficaz, na construção didática do conhecimento matemático, sendo, portanto, um elemento facilitador do ensino e aprendizagem da Matemática.

A investigação feita por Domingues et al. (2013) centrou-se numa análise qualitativa da eficácia didática da construção de modelos matemáticos para o estudo da Matemática. A pesquisa foi orientada para uma modelagem matemática para progressão geométrica, partindo de uma situação-problema real: “saber a quantidade de bactérias *Escherichia Coli* que uma pessoa terá em seu organismo após 5 horas de infecção”. Os estudantes investigados, buscando resolver tal situação-problema, foram estimulados a construir modelos matemáticos cada vez mais consistentes, elegendo ao término do processo de modelagem, o modelo matemático mais adequado aos dados observados na proposta de situação-problema. Muitas das dificuldades de aprendizagem em Matemática são sanadas quando os estudantes atingem o real significado dos conteúdos matemáticos abstratos gerados a partir de aplicações matemáticas concretas.

3.4 TIC no ensino e aprendizagem da matemática

O advento das tecnologias de informação e comunicação (TIC) estão a transformar o atual paradigma educacional, também, no que diz respeito ao ensino e aprendizagem da matemática.

Ensinar e aprender matemática não se restringe mais ao conhecimento e domínio da leitura escrita e linguagem verbal. Atualmente, a “Sociedade da Informação” conta, cada vez mais, com poderosos recursos gráficos e áudio-visuais para fins educacionais; possibilidades de contato síncrono e assíncrono, via Internet; e diversos dispositivos eletrônicos de informação e comunicação móveis, como, *notebooks*, *tablets* e *celulares* (*smartphones*) [Consulte Moraes (1996) e Demo (2009)].

Gouveia e Gaio (2004) afirmam que a “Sociedade da Informação” recorre frequentemente ao uso das tecnologias de informação e comunicação para a troca de informação em formato digital, suportando a interação entre indivíduos que recorrem a práticas e métodos que se encontram em construção permanente.

Nos subcapítulos 3.4.1 e 3.4.2, serão tratados, em especial, os casos da aplicação informática *yamat*; e dos jogos digitais e recreações matemáticas.

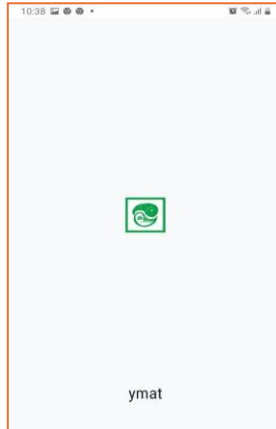
3.4.1 A aplicação informática *yamat*

A aplicação informática *yamat* vem sendo desenvolvida (sem trabalho de codificação/programação) com auxílio de ferramentas da fábrica de aplicativos (veja, na internet, o sítio: <<https://fabricadeaplicativos.com.br/>>).

O propósito maior do *yamat* é servir para difusão sistematizada de conteúdos matemáticos interpretados, que venham facilitar o ensino e a aprendizagem da matemática elementar, especialmente, no que diz respeito a parte abstrata. Em particular, o *yamat* foi idealizado para servir na exploração do conceito do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagens.

Nas Imagens de 3 a 11, constam as principais telas da aplicação informática *yamat*. Na Imagem 3, pode-se observar a “tela de carregamento” do *yamat*, isto é, a tela temporária que é mostrada aos usuários enquanto o *yamat* está transportando ou processando dados.

IMAGEM 3: Tela de carregamento do *y*mat



Na Imagem 4, pode-se observar a tela de apresentação visual do *y*mat, com fundo da cor verde e logotipo que remete a ideia do “yin-yang”, conceito que traz a ideia da dualidade das coisas do universo, como, a dicotomia da *matemática abstrata* e *matemática interpretada*.

IMAGEM 4: Tela de apresentação visual do *y*mat



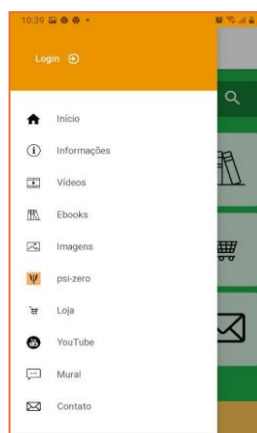
Na Imagem 5, pode-se observar a tela de navegação principal do *yamat*, com as “abas” para acesso às *informações*; *vídeos*; *ebooks*; *imagens*; *modelo psi-zero*; *loja virtual*; *youtube*; *mural* (recados); e *email* de contato do aplicativo.

IMAGEM 5: Tela de navegação principal do *yamat*



Na Imagem 6, pode-se observar a tela de navegação secundária do *yamat*, com as “guias” para acesso às *informações*; *vídeos*; *ebooks*; *imagens*; *modelo psi-zero*; *loja virtual*; *youtube*; *mural* (recados); e *email* de contato do aplicativo.

IMAGEM 6: Tela de navegação secundária do *yamat*



Na Imagem 7, pode-se observar a tela de informações sobre o *y*mat, que no momento revela apenas uma das propostas básicas do aplicativo: proporcionar, aos potenciais usuários (utilizadores), um estudo matemático prático, lógico e criativo.

IMAGEM 7: Tela de informações sobre o *y*mat



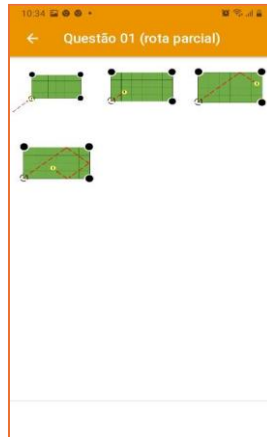
Na Imagem 8, pode-se observar a tela do *psi-zero* no *y*mat, que no momento expõe “guias” que levam a resolução de dois desafios matemáticos, respectivamente, interpretados no universo “Jogo do Bilhar” e “Jogo de Dominó e Jogo de Xadrez”.

IMAGEM 8: Tela do *psi-zero* no *y*mat



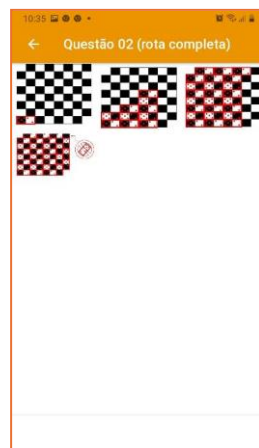
Na Imagem 9, pode-se observar a tela com a rota parcial para solução matemática interpretada da Questão 01 do Teste de Desempenho.

IMAGEM 9: Tela com a rota parcial para solução da Questão 01 no *y*mat



Na Imagem 10, pode-se observar a tela com a rota completa para solução matemática interpretada da Questão 02 do Teste de Desempenho.

IMAGEM 10: Tela com a rota completa para solução da Questão 02 no *y*mat



Na Imagem 11, pode-se observar a tela de contato *y*mat, onde é possível obter um email para tratar de assuntos ligados a aplicação informática *y*mat.

MAGEM 11: Tela de contato *y*mat



É importante observar que, o aplicativo *y*mat se encontra em desenvolvimento, e alterações e aperfeiçoamentos podem e devem ocorrer até ao seu provável e futuro lançamento comercial. Agora, no próximo subcapítulo, será tratado o assunto sobre jogos digitais e recreações matemáticas.

3.4.2 Jogos digitais e recreações matemáticas

O emprego de jogos digitais e recreações matemáticas podem ajudar no ensino e aprendizagem da matemática, bem como, estimular a resolução de problemas matemáticos por parte dos estudantes. Segundo Moreira e Silveira (2019), em qualquer etapa da escolarização, os jogos digitais mostram-se promissores no desenvolvimento de habilidades matemáticas.

Martins et al. (2024), realizaram um estudo qualitativo, do tipo estado da arte do conhecimento, com o objetivo de discutir o que tem sido pesquisado em relação ao uso dos jogos digitais no ensino básico da Matemática no Brasil, no período de 2016 a 2021. A busca foi feita na base de dados da CAPES e resultou na seleção de 13 artigos.

Os resultados da pesquisa apontaram que os jogos digitais criados ou apresentados no ensino da Matemática funcionam como ferramentas didáticas que possibilitam a construção de significados e de aprendizagem de conceitos matemáticos. Além disso, o estudo também mostrou que, os jogos digitais são alternativas de inclusão no processo de ensino das tecnologias digitais. Por outro lado, e não menos importante do que os jogos digitais no ensino e aprendizagem da Matemática encontram-se as recreações matemáticas. Albuquerque e Gouveia (2021, pp. 12-14) publicaram um artigo na RPM nº103, que traz uma recreação matemática divertida que poderá servir aos professores de matemática para discutirem em sala de aula e meios digitais de comunicação, os números, operações e as suas propriedades; sistema de numeração; a história dos algarismos, entre tantos outros assuntos relevantes da matemática básica. Outro pesquisador, Nunes (2019), interessado nas recreações matemáticas, publicou um estudo sobre a matemática recreativa e a sua inserção no ensino de matemática, o que mostra a relevância do tema no ensino e aprendizagem da matemática.

3.5 Resumo do capítulo

Neste capítulo, foi feita uma exposição sobre a situação problemática em que se encontra o ensino e aprendizagem da matemática, no Brasil. O problema do desempenho de estudantes do Brasil em Matemática é evidenciado pelos resultados insatisfatórios obtidos por jovens estudantes brasileiros nos exames da área de Matemática do PISA [veja (OECD (2016); (OECD, 2019, p. 4); (OECD, 2023); e INEP (2023)]. Resultados obtidos pelo Brasil em Matemática no PISA 2022 (edição com foco especial na Matemática) estão inclusive abaixo da média de países da OECD (*Organisation for Economic Co-operation and Development*) e, também, muito aquém dos resultados alcançados por outros países/economias asiáticos, como, Singapura; Macau e Hong Kong; Taiwan; Japão e Coreia do Sul. Também, por outro lado, procurou-se falar sobre metodologias de ensino da matemática, revelando tendências metodológicas promissoras e relevantes, como, *resolução de problemas* e *modelagem matemática*. Por fim, foi feita uma explanação sobre TIC no ensino e aprendizagem da matemática, destacando a aplicação informática *yamat*; jogos digitais e recreações matemáticas.

CAPÍTULO IV – MODELOS MATEMÁTICOS INTERPRETADOS

Este capítulo apresenta a ideia dos modelos matemáticos como base de comunicação entre o mundo real e abstrato. Propõe um esboço sobre o conceito dos modelos matemáticos interpretados; apresentando um modelo para o estudo concreto da fatorização de inteiros; e expõe um modelo para o padrão áureo de beleza. Aborda uma aplicação prática com modelo matemático interpretado. No final apresenta um resumo do capítulo.

4.1 Introdução

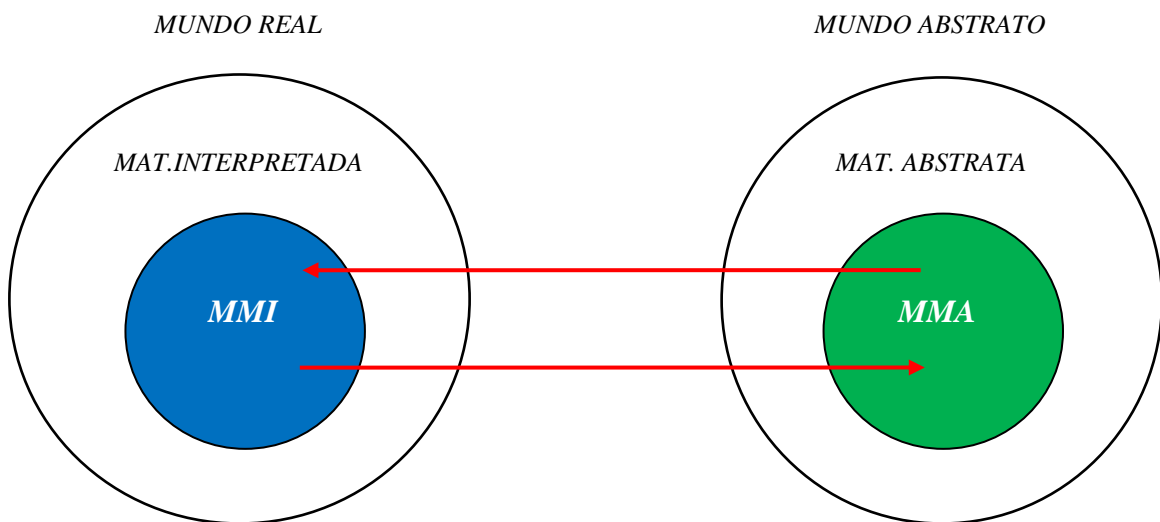
No ano de 2000, segundo Albuquerque (2014), um grupo de pesquisadores da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), sob a influência do Prof. Dr. Josenildo dos Santos⁸, dissimularam algumas propostas metodológicas orientadas para o ensino e aprendizagem da geometria euclidiana. Uma das propostas relevantes do referido grupo de pesquisadores era que o sistema geométrico de Euclides fosse reconstruído no Ensino Básico, por meio de uma sucessão organizada de *modelos geométricos interpretados* (modelos geométricos concretos ou empíricos). Santos et al. (2002), visando facilitar o estudo da geometria de Euclides, propuseram o uso didático de alguns modelos da *Geometria Interpretada*, baseados em elementos da construção de telhados e dobraduras de papel (*origamis*). Extensivamente, para além da *Geometria Interpretada* e os seus modelos, é possível, também, explorar a *Matemática Interpretada* e os seus *modelos matemáticos interpretados* (modelos matemáticos concretos ou empíricos) no ensino e aprendizagem da matemática.

⁸ Possui doutorado em Matemática pela University of Wisconsin (1987) e Pós-Doutorado em Contabilidade e Atuária pela USP – FEA (2006).

4.2 Modelos matemáticos como base da comunicação entre mundo real e abstrato

A “comunicação” entre mundo real (físico) e mundo abstrato (científico) pode ser idealizada pela correspondência entre *Matemática Interpretada* e *Matemática Abstrata*, baseada na ligação de *modelos matemáticos interpretados* (MMI), da *Matemática Interpretada*, com *modelos matemáticos abstratos* (MMA), da *Matemática Abstrata*. Ver Figura 8:

FIGURA 8: Idealização da comunicação entre mundo real e mundo abstrato



Fonte: Figura 8 elaborada pelo autor. Baseada em Almeida, Santos e Medeiros (2000, p. 35).

De acordo com Almeida, Santos e Medeiros (2000, p. 35), os modelos matemáticos são a “descrição em linguagem científica de uma situação concreta ou abstrata que envolve factos relacionados com o mundo real ou aspectos puramente teóricos”.

A *Matemática Interpretada* (ou *Matemática Primitiva*) é aquela que está interessada nos objetos, situações e eventos que envolvem o mundo real (físico). Segundo Boyer (1996), a matemática possui as suas origens na resolução de problemas numéricos e geométricos práticos primitivos, como, realizar contagens de lobos de uma alcateia e demarcar terras após inundações no vale do rio Nilo, no Egito.

A *Matemática Abstrata* é aquela que está interessada nos objetos, situações e eventos que envolvem o mundo abstrato (científico). É aquela focada no desenvolvimento científico pelas teorias e tratamento de hipóteses matemáticas puras.

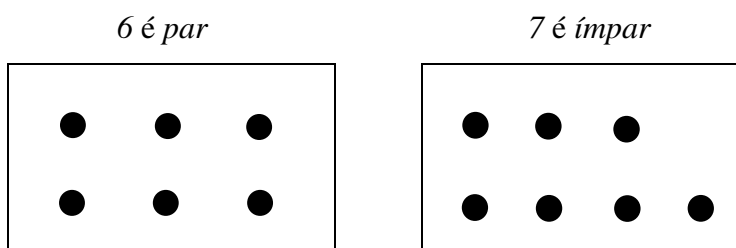
A *Matemática Interpretada* e *Matemática Abstrata* proporcionam, respectivamente, a criação de modelos matemáticos interpretados e abstratos. No próximo subcapítulo, com maior profundidade, será tratado o assunto relativo aos *modelos matemáticos interpretados*.

4.3 Um esboço sobre o conceito dos modelos matemáticos interpretados

Os *modelos matemáticos interpretados* podem ser vistos, a partir de uma ótica científica, como descrições em linguagem científica de objetos, situações e eventos do mundo real. Mas, por outro lado, sob um ponto de vista concreto, ao qual o autor desta obra irá explorar, podem se apresentar como objetos tangíveis pertencentes a *Matemática Interpretada*, que ligados a objetos abstratos pertencentes à *Matemática Abstrata*, poderão facilitar a compreensão de outros objetos matemáticos abstratos e as suas propriedades.

Matemáticos de renome, como Lockhart (2009) e Strogatz (2013), são favoráveis à difusão do conhecimento matemático básico a partir de estruturas simples e concretas, como aquelas extraídas da disposição geométrica de certos grupos de pedras. Ver a Figura 9:

FIGURA 9: Disposições geométricas de grupos de pedras que revelam a paridade

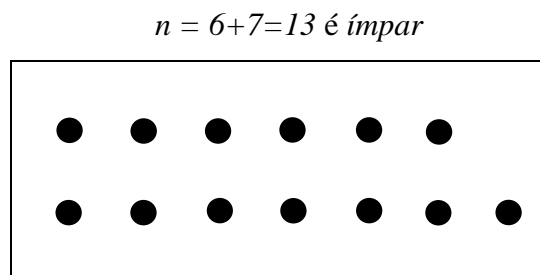


Fonte: figura elaborada pelo autor. Baseada em Lockhart (2009) e exposição de Strogatz (2013, pp. 7-13)

Baseados em Lockhart (2009) e exposição de Strogatz (2013, pp. 7-11), observa-se na Figura 9, que a ideia da propriedade *paridade*, no conjunto dos números $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$, pode ser melhor entendida a partir da definição de um número *par*, como 6, pela configuração de um grupo de pedras em formato retangular sobre duas linhas. Caso contrário, como a configuração não retangular em duas linhas do agrupamento de 7 pedras, o número será definido como *ímpar*.

Em especial, ainda, pela perspectiva de interpretação geométrica, pode-se perceber que um número *par*, como 6, somado com um número *ímpar*, como 7, resultará em um número *ímpar*, como, no caso, 13. Ver a Figura 10:

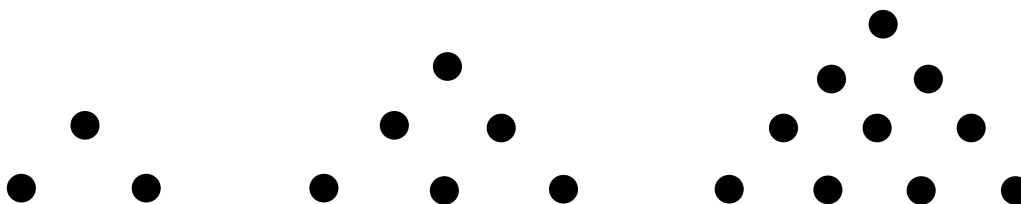
FIGURA 10: Disposição geométrica não retangular de 13 pedras sobre duas linhas



Fonte: de autoria própria.

Matemáticos gregos antigos observaram, também, que certas coleções de números apresentavam forma geométrica peculiar, como, os *triangulares* e *quadrados perfeitos*. Ver as representações de números triângulares na Figura 11:

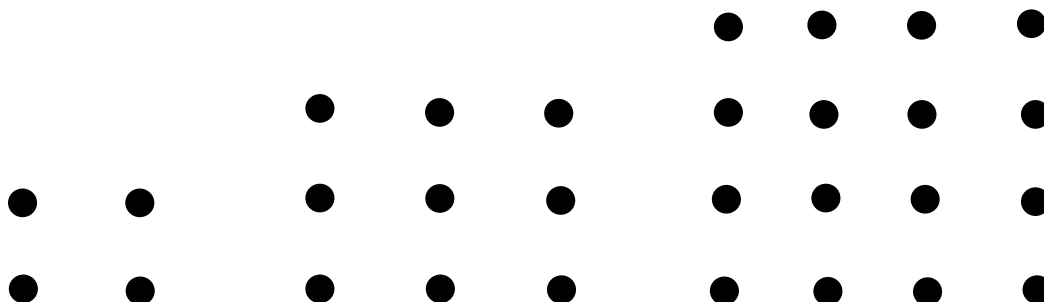
FIGURA 11: Grupos de pedras que simbolizam os números triangulares 3, 6 e 10



Fonte: de autoria própria.

Veja as representações de números quadrados perfeitos *na* Figuras 12:

FIGURA 12: Grupos de pedras que simbolizam os quadrados perfeitos 4, 9 e 16



Fonte: de autoria própria.

Outra situação matemática, fora da geometria, onde se pode verificar os *modelos matemáticos interpretados* como objetos tangíveis ocorre no estudo das probabilidades referente ao tradicional experimento aleatório de lançamento de uma moeda. Ver a Imagem 12:

IMAGEM 12: Faces de moeda ligadas aos modelos matemáticos interpretados k e c



Fonte: de autoria própria.

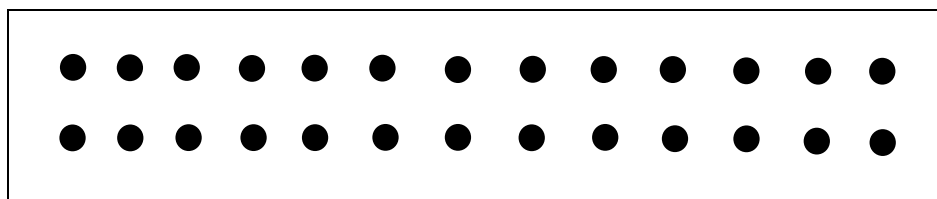
Imagine, o leitor, o lançamento de uma moeda de dois euros, apesar das diversas possibilidades de resultados para queda da moeda ao chão, o cálculo probabilístico concentra-se apenas em dois *modelos matemáticos interpretados*, ou seja, os modelos de trabalho k (*cara*) e c (*coroa*).

4.3.1 Um modelo para o estudo concreto da fatorização de inteiros

No ensino e aprendizagem da matemática, pode-se iniciar a temática da fatorização de números inteiros de uma forma mais atraente, a partir do uso de um *modelo matemático interpretado* que vem explorar, conforme apresentado neste trabalho, certas disposições geométricas de agrupamentos de pedras e um algoritmo de fatorização atribuído a Pierre de Fermat⁹.

Seja, por exemplo, fatorar (fatorizar) um número *par*, como 26. Para tanto, basta construir e observar a disposição geométrica retangular de pedras em duas linhas, que já se percebe uma forma de decomposição binomial, como, $26=2.13=13.2$. Ver a Figura 13:

FIGURA 13: Disposição geométrica retangular de um grupo de 26 pedras



Fonte: de autoria própria.

Agora, para um número ímpar, como 21, a tarefa de decomposição binomial com pedras não se mostra tão trivial quanto a exposta com 26. Mas, um algoritmo de fatorização atribuído a Fermat poderá ajudar no entendimento do processo de decomposição binomial com pedras. A fatorização de Fermat baseia-se no facto que um número inteiro positivo ímpar n , pode ser decomposto em dois inteiros t e r , tais que, $n=t^2-r^2$, ou ainda, $n=(t+r).(t-r)$. Ver, na Tabela 3, a fatorização de $n=21$ por Fermat:

⁹ Fermat não era matemático de profissão, mas contribuiu muito para o desenvolvimento da matemática, em especial, o campo da teoria dos números. Ele foi conselheiro do Parlamento de Toulouse, na França. Para mais informação ver: Singh (1998, pp. 55-87) e Boyer (1996, pp. 243-244).

TABELA 3: Fatorização de Fermat para $n=21$

R	r^2	Σ	$n+r^2$	t^2	t	$n = (t + r).(t - r)$
1	1	21+01 =	22
2	4	22+03 =	25=	5 ²	5	21 = (5+2).(5-2) = 7.3 (= 3.7)
3	9	25+05 =	30
4	16	30+07 =	37
5	25	37+09 =	46
6	36	46+11 =	57
7	49	57+13 =	70
8	64	70+15 =	85
9	81	85+17 =	102
10	100	102+19 =	121=	11 ²	11	21 = (11+10).(11-10) = 21 .1 (=1.21)

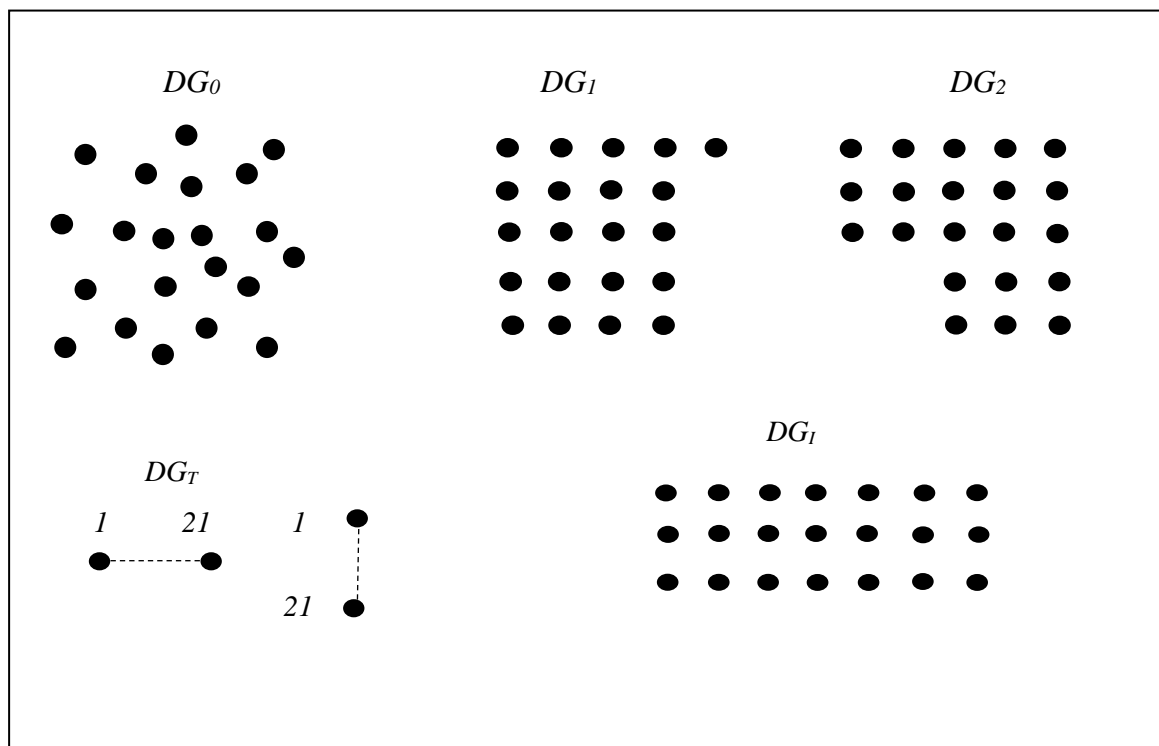
Fonte: Tabela 3 elaborada pelo autor. Baseada em Alencar Filho (1981, pp. 131-132).

De acordo com Alencar Filho (1981, pp. 131-132), para se utilizar o *método de fatorização de Fermat*, basta construir uma certa tabela numérica com $(n-1)/2$ linhas, composta pela adição sucessiva a n (denotada por Σ) de inteiros positivos ímpares e consecutivos a partir de 1, de maneira que, se na r -ésima linha da tabela for verificado o quadrado perfeito t^2 , t inteiro e $t > 1$, então valerá a seguinte relação $n=(t + r)(t - r)$.

É importante entender que, no método de Fermat, para fatorar $n > 1$, procura-se um natural r tal que $n + r^2$ seja um quadrado perfeito t^2 . De maneira que, se $n + r^2 = t^2$, tem-se $n=t^2 - r^2$ e, por conseguinte, $n=(t + r)(t - r)$. A busca pelo número r é interativa, sendo r^2 calculado pela soma sucessiva de números ímpares até o encontro do quadrado perfeito t^2 . A propriedade subjacente é que a soma dos r primeiros ímpares é igual a r^2 . Para aprofundar o conhecimento sobre a temática do método de Fermat e funcionamento algorítmico mais arrojado, consulte Coutinho (2005, pp. 40-43).

Agora, para realizar a fatorização binomial de 21 por meio do emprego de grupos de pedras, deve-se pensar na construção de certas disposições geométricas, denotadas por DG , cuja sequência de admissão deverá culminar na disposição geométrica trivial (DG_T) e disposição geométrica ideal (DG_I)¹⁰, ver a Figura 14:

FIGURA 14: Disposições Geométricas (DG) relativas ao agrupamento de 21 pedras



Fonte: de autoria própria.

No primeiro caso, admitindo-se a sequência $DG_0 \Rightarrow DG_T$ (trivial), obtém-se a decomposição binomial de 21 como sendo $21 = 1 \times 21 = 21 \times 1$. Naturalmente, ao se adotar o procedimento de enfileirar todas as pedras (em linha ou coluna) se promove a saída de DG_0 e chegada na disposição geométrica trivial (DG_T), onde $21 = 1 \times 21 = 21 \times 1$. Este resultado pode ser visualizado no método de fatorização de Fermat na sua última linha, onde $21 = 21 \times 1 (= 1 \times 21)$.

¹⁰ A disposição geométrica trivial (DG_T) é formada por uma única linha ou coluna de pedras; e a disposição geométrica ideal (DG_I) é formada por uma matriz retangular $i \times j$ de pedras, $i > 1$ e $j > 1$.

No segundo caso, admitindo-se a sequência $DG_0 \Rightarrow DG_1 \Rightarrow DG_2 \Rightarrow DG_I$ (ideal), obtém-se a decomposição binomial de $2I$ como sendo $2I=3.7 (=7.3)$. Note que, a princípio, parte-se do estado caótico DG_0 para DG_I , onde se procura formar geometricamente um quadrado perfeito. Esse procedimento de “quadrar” o grupo de $2I$ pedras está associado a formulação básica $n=t^2-r^2$ do *método de fatorização de Fermat*, que pode ser interpretada como $n+r^2=t^2$, onde t^2 é um quadrado perfeito. De DG_I para DG_2 , é feita uma transposição de 4 pedras (que formam um pequeno quadrado no canto inferior de DG_I) para quinta coluna de DG_I , sendo então possível obter DG_2 , que facilita a transformação de linhas em colunas, o que promove a chegada na disposição geométrica ideal, expressa por DG_I . A transposição das 4 pedras está associada ao r^2 do *método de fatorização de Fermat*, sendo possível identificar esse número na segunda linha e segunda coluna da Tabela 3.

De acordo com Albuquerque e Borges (2021), é pertinente a utilização e a manipulação de agrupamentos de pedras para o ensino e aprendizagem da matemática elementar. Em especial, pode ser bastante útil o emprego de grupos de pedras para facilitar o entendimento básico da fatorização de inteiros.

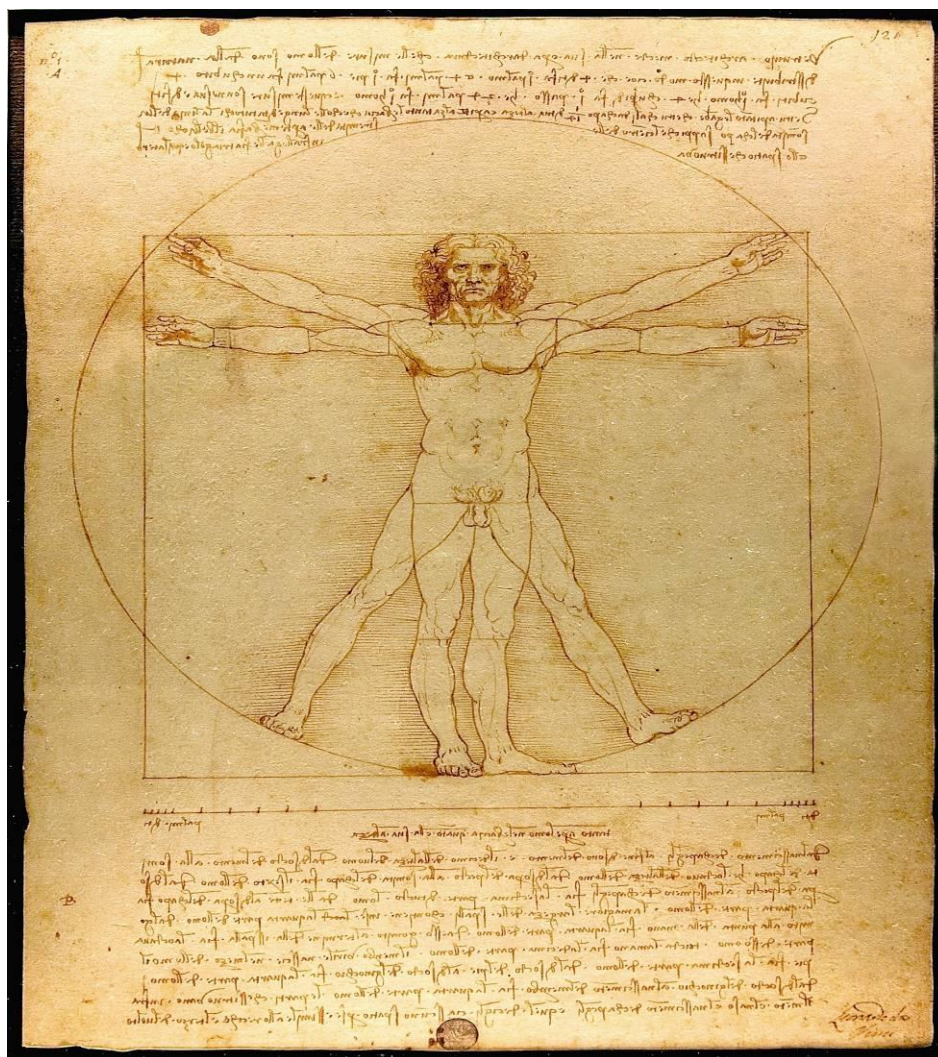
4.3.2 Um modelo para o padrão áureo de beleza

De acordo com Boyer (1996, p. 35), “a geometria tem dois grandes tesouros: um é o teorema de Pitágoras; o outro, a divisão de um segmento em média e extrema razão”. Para os gregos antigos a “divisão de um segmento em média e extrema razão” era bastante familiar, tanto que se chamava a esse processo de divisão de “secção”. Hoje em dia, dividir um segmento em média e extrema razão é conhecido como “secção ou razão áurea”.

Não se sabe ao certo quando a razão áurea foi descoberta ou utilizada pela primeira vez. De acordo com Contador (2007, p. 97), “em desenhos primitivos ou rupestres encontra-se a proporção áurea, não que os nossos ancestrais tivessem tal consciência geométrica, mas com certeza a instruíram, na especulação de beleza e na forma das proporções”.

De facto, inúmeros artefatos e imponentes construções antigas, como, as pirâmides, no Egito, refletem nas suas medidas a razão áurea (também chamada de proporção áurea). Também se encontra no desenho de Leonardo da Vinci, resultado de razão de medidas de partes do corpo do Homem Vitruviano muito próximas da razão áurea, base do “número de ouro”, isto é, 1,618 [representado pela letra grega fi (ϕ)]. Ver a Imagem 13:

IMAGEM 13: O Homem Vitruviano



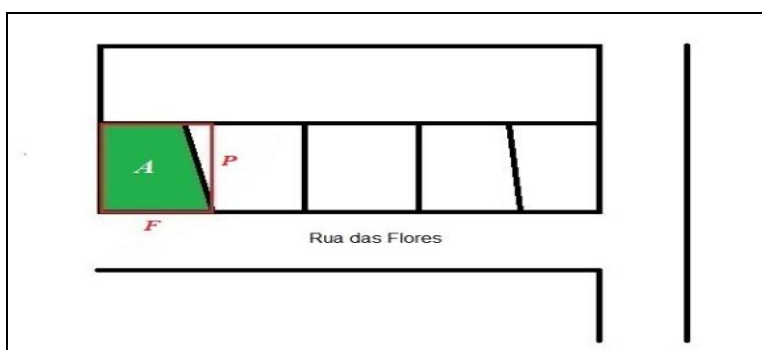
Fonte: Desenho de Leonardo da Vinci. Imagem obtida no Wikipedia.

Pode-se dizer que, a razão áurea é um *modelo matemático interpretado* para o padrão áureo da beleza que pode ser visto com riqueza de detalhes em Biembengut e Hein (2009, pp. 84-91).

4.4 Uma aplicação prática com modelo matemático interpretado

Para se ter uma ideia da aplicação prática de um *modelo matemático interpretado*, basta atentar para os cálculos aproximados de áreas de lotes de terras, efetuados *in loco* (no local), em certas situações específicas, por engenheiros, arquitetos, técnicos em edificações, topógrafos, corretores de imóveis, etc. Por vezes, conforme ilustrado na Figura 15, surge em campo a necessidade de se obter uma estimativa inicial para o valor de certa área A de lote de terras (em geral, de formato físico não retangular), de maneira que, é bastante usual e funcional empregar um *modelo matemático interpretado* que retrate simplificada tal lote de terras como um *retângulo*, cuja área será dada pelo produto da medida linear F (frente) pela medida linear P (profundidade), ou seja, em símbolos, $A = F \times P$.¹¹

Figura 15: Aplicação prática de modelo matemático interpretado



Fonte: de autoria própria.

Notavelmente, o cálculo $A = F \times P$ apresenta-se de fácil execução operacional (multiplicação aritmética trivial), de maneira que, apesar de não revelar exatamente o valor da área A do lote de terras, cumpre com a sua missão de atender as perspectivas dos seus executores e de fornecer uma medida estimada (não rigorosa) para a área A , cuja aproximação é, em geral, suficiente para a demanda requerida num primeiro momento de trabalho relativo a medição de áreas de terras.

¹¹ Caso as medidas da frente do lote de terras fosse 12 metros e a sua profundidade fosse de 30 metros, então a medida estimada (não rigorosa) para a área A desse lote de terras seria dada por $A = F \times P = 12 \times 30 = 360$ metros quadrados.

4.5 Resumo do Capítulo

Neste capítulo, é comentada a proposta de Santos et al. (2002), de utilizar alguns modelos da *Geometria Interpretada*, baseados em elementos da construção de telhados e dobraduras de papel (*origamis*), para facilitar o estudo da geometria de Euclides. Extensivamente, para além da *Geometria Interpretada* e os seus modelos, é comentado, também, ser possível explorar a *Matemática Interpretada* e seus *modelos matemáticos interpretados* (modelos matemáticos concretos ou empíricos) no ensino e aprendizagem da matemática. Os *modelos matemáticos interpretados* podem ser vistos, a partir de uma ótica científica, como descrições em linguagem científica de objetos, situações e eventos do mundo real. Mas, por outro lado, sob um ponto de vista concreto, podem se apresentar como objetos tangíveis pertencentes à *Matemática Interpretada*, que ligados a objetos abstratos pertencentes à *Matemática Abstrata*, poderão facilitar a compreensão de objetos matemáticos abstratos e as suas propriedades. Apresenta-se, também, nesta parte do trabalho de tese, dois modelos matemáticos interpretados: um modelo para um estudo concreto da fatorização de inteiros (trabalhado com agupamento de pedras); e outro modelo para o padrão áureo de beleza (base do *número de ouro*, isto é, 1,618). Por fim, apresenta-se, uma aplicação prática do uso de um *modelo matemático interpretado*, que serve para a obtenção de um cálculo inicial (estimativa) de áreas de lotes de terras, estimadas *in loco* (no local), em certas situações específicas, por engenheiros, arquitetos, técnicos em edificações, topógrafos, corretores de imóveis, etc.

CAPÍTULO V – MÉTODO DE ESTUDO

Este capítulo aborda o tipo de pesquisa realizada; as estratégias de estudo empreendidas [pesquisa bibliográfica e estudo de caso (incluindo etapa de pesquisa de campo)]; os instrumentos e procedimentos adotados para recolha de dados; o método de análise de dados (análise estatística; análise de respostas a questões abertas); e a restrição do método de estudo. No final, é apresentado um resumo do capítulo.

5.1 Introdução

Esta parte do trabalho da pesquisa tem por objetivo a exposição do método de estudo que foi empregado para se alcançar os objetivos da investigação. Também, apresenta as principais referências metodológicas que suportam o método de estudo escolhido para o trabalho de pesquisa.

5.2 Tipo de pesquisa

No que diz respeito aos objetivos, a pesquisa realizada é do tipo *descritiva* e *exploratória*. Em relação a abordagem, a pesquisa é do tipo *qualitativa* e *quantitativa* (ou pesquisa *quali-quantitativa*).

5.3 Estratégias de estudo

Existem diversas estratégias de estudo que podem ser aplicadas na área das Ciências e Educação [como, a Design Science Research (DSR), Estudo de Caso, Pesquisa-Ação, Pesquisa Bibliográfica etc]. Em especial, é importante que a escolha das estratégias de estudo considerem os objetivos da investigação; o tipo de procedimentos para a recolha de dados; e o tempo para execução e conclusão da pesquisa.

Considerando, pois, os objetivos da investigação; a recolha de dados por meio de Questionário, Entrevista (estruturada) e Teste de Desempenho; e o prazo para realização do trabalho investigatório delineado neste relatório de tese, admitiu-se como suficiente e adequado o emprego das estratégias de estudo: *pesquisa bibliográfica* e *estudo de caso*.

5.3.1 Pesquisa bibliográfica

O trabalho de pesquisa incluiu uma pesquisa bibliográfica em artigos de revistas; livros; relatórios sobre o PISA, da OECD (2016, 2019 e 2023), INEP (s. d) e INEP (2023); dissertações e teses associadas ao tema e objeto de estudo. Parte dos dados e informações relevantes foram obtidas a partir de obras disponibilizadas em formato digital, na Internet, via plataformas de pesquisa bibliográfica *online* dirigidas ao meio acadêmico/científico: BDTD, CAPES, Google Acadêmico e SCIELO.

De acordo com Guerra e Moura (2021), a pesquisa bibliográfica consiste na procura, seleção e análise de materiais já publicados (como livros, artigos científicos, teses e dissertações) que tratam o tema de estudo, sendo esta, uma etapa básica em qualquer pesquisa com o propósito de aprofundar o conhecimento do tema em estudo.

Martins (2016) expõe que, a pesquisa bibliográfica é caracterizada pelo levantamento de todas as informações que estão associadas ao assunto a ser investigado em artigos acadêmicos e livros consagrados (todos, neste contexto, é o de possibilidade de abarcar os trabalhos mais relevantes e ser capaz de selecionar o que de mais atual é realizado no campo de conhecimento e tema em estudo). Em geral, a quase totalidade dos trabalhos científicos exploram e recorrem à prática da pesquisa bibliográfica.

5.3.2 Estudo de caso

Tomando-se por base o que diz Stenhouse (1975), deve-se trabalhar as pesquisas pedagógicas a partir de estudos de caso. A coleta e análise de dados deve ser rigorosa, buscando-se construir pesquisas bem fundamentadas que venham a contribuir para o ensino e a aprendizagem praticados em salas de aula.

Para Sampiere, Collado e Lucio (2006), deve-se tratar um estudo de caso com enfoque misto, objetivando-se extrair da investigação uma maior riqueza de informação e conhecimento. É importante realizar um estudo que permita entender plenamente a sua natureza, as suas circunstâncias, o seu contexto e as suas características.

Segundo Chizzotti (2006), a elaboração de um estudo de caso considera a realização de três etapas:

- (1) **Seleção e delimitação do caso:** deve o caso ser relevante para ser investigado. Também, é importante considerar as características e limites do trabalho proposto, procurando juntar informações sobre um campo específico e proceder análises sobre um dado objeto de estudo, de maneira que se possa avançar na compreensão de dada situação (ou conhecimento).
- (2) **Trabalho de campo:** visa juntar e organizar um conjunto de informações que podem ser comprovadas.
- (3) **Organização e redação do relatório:** todos os dados e informações acerca do caso devem ser postos em relatório, escrito de forma organizada com o objetivo de retratar claramente o caso de estudo empreendido.

Neste trabalho de tese, seguiram-se as três etapas expostas por Chizzotti (2006). **A etapa (1)** foi realizada, quando se escolheu um tema de estudo relevante e adotou-se um objeto de estudo delimitado para a investigação; **a etapa (2)** foi realizada pela pesquisa de campo (trabalho de campo) com estudantes de 1ª Série, 2ª Série e 3ª Série do Ensino Médio, da EEEMFV; e, por fim, **a etapa (3)** cumpre-se na redação de relatórios estatísticos relativos a organização de dados e resultados obtidos em Questionário e Teste de Desempenho (respectivamente, constantes nos Apêndices C e G); relatório com as transcrições das entrevistas com estudantes (ver Apêndice E); e este próprio trabalho de tese, cujos escritos visam descrever o estudo de caso realizado.

Na EEEMFV, aplicou-se um questionário em 79 estudantes; realizou-se uma entrevista com 12 estudantes; e aplicou-se um teste de desempenho (na resolução de problemas de contagem) em 85 estudantes, procurando-se recolher os dados necessários para o estudo de caso delineado.

De acordo com Guerra e Moura (2021), na pesquisa de campo, “o pesquisador coleta dados e informações diretamente na realidade em que o fenômeno ocorre”. Ainda, segundo estes autores, pode-se utilizar diferentes técnicas para se obter os dados necessários na pesquisa de campo, como, entrevistas, observação participante, questionários e experimentos.

5.4 Recolha de dados

Neste subcapítulo, em 5.4.1 e 5.4.2, serão abordados, respectivamente, os *instrumentos e procedimentos* adotados para recolha de dados (dados necessários ao estudo empreendido).

5.4.1 Instrumentos

Para a recolha de dados foram utilizados três tipos de instrumentos de pesquisa, a saber: Questionário; Entrevista; e Teste de Desempenho.

5.4.1.1 Questionário

O Questionário Aplicado (ver Apêndice B) tem por objetivo, o levantamento de dados sobre o perfil dos estudantes participantes da pesquisa, bem como, saber o ponto de vista desses estudantes com recurso a questões relacionadas ao *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem. Os dados obtidos no questionário (veja Apêndice C) foram utilizados para alcançar o objetivo específico de estudo: “b) conhecer limites e potencialidades didáticas da aplicação do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem”. As perguntas no questionário foram divididas em dois blocos: Bloco I, que trata do perfil do estudante (13 perguntas fechadas); Bloco II, que traz às questões relativas ao *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem (15 questões de múltipla escolha com escala do tipo *likert*).

5.4.1.2 Entrevista

A Entrevista com Roteiro Estruturado (ver Apêndice D) foi aplicada em 12 estudantes (que se dispuseram, de forma voluntária, a participar desta etapa da pesquisa de campo)¹² e contou com quatro questões do tipo aberta, com o objetivo de levantar dados (ver Apêndice E) sobre possíveis facilidades e/ou dificuldades encontradas pelos estudantes na resolução de duas questões de contagem propostas em Teste de Desempenho Aplicado (ver Apêndice F).

Outro ponto a destacar aqui, é sobre a utilização dos dados obtidos na entrevista, que também serviram para alcançar o objetivo específico de estudo: “b) conhecer os limites e potencialidades didáticas da aplicação do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem”.

5.4.1.3 Teste de Desempenho

O Teste de Desempenho Aplicado (veja Apêndice F) objetivou levantar dados sobre o desempenho dos estudantes da EEEMFV na resolução de problemas de contagem. Os dados obtidos (ver Apêndice G) foram utilizados para alcançar os objetivos específicos de estudo: “a) analisar, de modo comparativo, os valores de tendência central (moda, média e mediana) e variabilidade (amplitude, variância e desvio padrão) do conjunto de dados de desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova sem e com a aplicação do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem; b) conhecer limites e potencialidades didáticas da aplicação do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem”. E, também, na sequência, alcançar o objetivo principal de estudo: “verificar se a aplicação didática do *modelo psi-zero* proporciona uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem”.

¹² De início, para a Entrevista, planejou-se selecionar no mínimo 2 estudantes por turma de 1ª, 2ª e 3ª Série do Ensino Médio, observando-se que, no mínimo, um estudante fosse do *Grupo A* e o outro do *Grupo B*. Todavia, na EEEMFV, não se obteve a participação dos 12 estudantes na configuração planejada.

O referido teste de desempenho foi elaborado com duas questões de contagem, sendo a primeira questão do tipo aberta e a segunda questão do tipo múltipla escolha, com apenas uma única alternativa correta, dentre cinco alternativas *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. A primeira questão de contagem, do teste de desempenho, refere-se ao problema de descobrir a quantidade de quadrados atravessados por dado ponto móvel em um retângulo; a segunda questão de contagem, do teste de desempenho, refere-se ao problema de descobrir se é possível ou impossível, de forma exata, cobrir com dominós 5 por 2, dado um tabuleiro de xadrez mutilado.

5.4.2 Procedimentos

Todo o procedimento de pesquisa realizado na EEEMFV foi conduzido pelo próprio pesquisador responsável (autor deste trabalho), que se comprometeu em esclarecer adequadamente qualquer dúvida que eventualmente cada participante da pesquisa tivesse antes, durante ou depois da pesquisa.

Antes da aplicação de questionário, teste de desempenho e entrevista, dividiu-se de modo casual, os estudantes participantes da pesquisa em *Grupo A* e *Grupo B*, onde o *Grupo A* não teria acesso ao *modelo psi-zero* e o *Grupo B* teria acesso ao *modelo psi-zero*. O acesso ao *modelo psi-zero* foi feito por meio da aplicação informática *yamat*, acessada na Internet (por *smartphones*) pelo endereço: <<https://app.vc/yamat>>.

O questionário foi entregue ao estudante pessoalmente pelo pesquisador responsável, sendo estimado um tempo para preenchimento em torno de 15 a 20 minutos. O preenchimento do questionário foi individual, sendo o mesmo devolvido no mesmo dia do recebimento, sem a identificação do respondente, caracterizado apenas pela sua série, a sua turma, o seu grupo e um código numérico único (arbitrado pelo pesquisador responsável no intervalo numérico fechado de 1 a 154), de maneira a combater o risco de vazamento de dados (tipificado em risco mínimo) e garantir o anonimato, a confidencialidade e a privacidade do participante.

A entrevista foi realizada pessoalmente pelo pesquisador responsável e foi gravada para melhor compreensão e análise das respostas dadas pelo estudante entrevistado, que não foi identificado, sendo caracterizado apenas pela sua série, a sua turma, o seu grupo e um código numérico único (arbitrado pelo pesquisador responsável no intervalo numérico fechado de 1 a 154), de maneira a combater o risco de vazamento de dados (tipificado em risco mínimo) e garantir o anonimato, a confidencialidade e a privacidade do participante. As entrevistas foram transcritas com o auxílio do *Amberscript* (ver: <https://www.amberscript.com/>) e constam no Apêndice E, do relatório deste trabalho de pesquisa. Importa ressaltar que os participantes da pesquisa e os seus responsáveis legais foram notificados por via do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), que as entrevistas poderiam ser transcritas e publicadas na íntegra ou em partes no trabalho de estudo, bem como, em outros trabalhos científicos/acadêmicos correlatos, mas sem a identificação do entrevistado, anuindo no seu consentimento.

O teste de desempenho foi entregue ao estudante pessoalmente pelo pesquisador responsável, sendo determinado um tempo de 15 minutos para conclusão do referido teste. A realização do teste de desempenho foi individual, sendo o mesmo devolvido no mesmo dia da sua aplicação, após o término do tempo de 15 minutos. No teste de desempenho não constou a identificação do respondente, sendo o mesmo caracterizado pela sua série, a turma, o grupo e um código numérico único (arbitrado pelo pesquisador responsável no intervalo numérico fechado de 1 a 154), de maneira a combater o risco de vazamento de dados (tipificado em risco mínimo) e garantir o anonimato, a confidencialidade e a privacidade do participante.

Todos os dados obtidos na pesquisa foram utilizados como base estatística de dados e fins científicos/acadêmicos, conforme previsto nos TCLE (ver Anexo B). Importa considerar, ainda, que para combater o risco de vazamento de dados (tipificado em risco mínimo), o material original ficará em posse do pesquisador por um período legal de cinco anos, quando ao término do referido tempo deverá ser destruído, garantindo-se o sigilo sobre dados confidenciais.

5.5 Método de Análise de dados

Apresenta-se, neste subcapítulo, em 5.5.1 e 5.5.2, respectivamente, os dois métodos de análise de dados empregados no estudo realizado: análise estatística descritiva; análise de respostas a questões abertas.

5.5.1 Análise estatística descritiva

A análise estatística foi empregada em dados obtidos por meio de Questionário e Teste de Desempenho, sendo feita de modo descritivo com auxílio do programa de computador *Jamovi*. Foram geradas estatísticas (como, *moda, média, mediana, amplitude, variância, desvio padrão* etc), gráficos e tabelas de frequência. Os relatórios estatísticos completos relativos a Questionário e Teste de Desempenho encontram-se, respectivamente, no Apêndice C e Apêndice G, deste trabalho.

5.5.2 Análise de respostas a questões abertas

A análise de respostas a questões abertas foi aplicada na Entrevista, seguindo o que sugere Bardin (2016, pp. 65-68): “A pergunta A é muito mais fácil de analisar do que a pergunta B. Com efeito, para as respostas A basta considerar o conteúdo de forma descritiva”, ou seja, para respostas de “perguntas fáceis de analisar” basta considerar o conteúdo de forma descritiva. Como as quatro perguntas (questões abertas) feitas na Entrevista são diretas e de fácil entendimento, sem maiores dificuldades, foi possível alocar as descrições essenciais das respostas dadas pelos estudantes em certas categorias pré-estabelecidas, expostas em quadros (ver o subcapítulo 7.3, do capítulo VII deste trabalho), o que depois facilitou a quantificação das respostas dadas pelos estudantes entrevistados e a dedução de certas conclusões (ver o subcapítulo 8.3, do capítulo VIII).

5.6 Restrição do método de estudo

A restrição do método de estudo utilizado diz respeito à capacidade de generalizações de resultados e conclusões. Registre-se que, a pesquisa de campo foi realizada com estudantes de 1^a, 2^a e 3^a Série do Ensino Médio, da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, não sendo, portanto, os resultados e conclusões do presente trabalho de pesquisa válidos ou aplicáveis para populações distintas da população de estudo.

5.7 Resumo do capítulo

Este capítulo trata do método de estudo. A pesquisa realizada, quanto aos objetivos, é do tipo descritiva e exploratória; quanto a abordagem é do tipo quali-quantitativa. As estratégias de estudo adotadas foram a pesquisa bibliográfica e o estudo de caso.

A pesquisa bibliográfica foi realizada uma pesquisa bibliográfica em artigos de revistas; livros; relatórios sobre o PISA, da OECD (2016, 2019 e 2023), INEP (s. d) e INEP (2023); dissertações e teses associadas ao tema e objeto de estudo. Parte dos dados e informações relevantes foram obtidos a partir de obras disponibilizadas em formato digital, na Internet, via plataformas de pesquisa bibliográfica *online* dirigidas ao meio acadêmico/científico: BDTD, CAPES, Google Acadêmico e SCIELO.

O estudo de caso foi realizado em três etapas: 1. seleção e delimitação do caso; 2. trabalho de campo; 3. Organização e redação do relatório. O trabalho de campo foi realizado a partir de uma pesquisa de campo empreendida com estudantes de 1^a, 2^a e 3^a Série do Ensino Médio, da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova. A investigação foi executada de modo rigoroso, sendo utilizados os instrumentos Questionário, Entrevista e Teste de Desempenho.

A análise estatística descritiva e a análise de respostas a questões abertas foram os dois métodos de análise de dados empregados no estudo realizado. A restrição do método de estudo utilizado diz respeito à capacidade de generalizações de resultados e conclusões, não sendo, portanto, os resultados e conclusões do presente trabalho de pesquisa válidos ou aplicáveis para populações distintas da população de estudo.

CAPÍTULO VI – A PROPOSTA DO MODELO PSI-ZERO

Este capítulo aborda o conceito e a proposta de aplicação do *modelo psi-zero* como estratégia didática para a resolução de problemas da matemática escolar, em especial, resolução de problemas de contagem. No final é apresentado um resumo do capítulo.

6.1 Introdução

Esta parte do trabalho da pesquisa apresenta a proposta do *modelo psi-zero*¹³ e a sua formalização matemática. Aborda a aplicação do *modelo psi-zero* como estratégia didática na resolução de problemas (âmbito do ensino e aprendizagem da matemática), em especial, resolução de problemas de contagem. Traz a resolução do problema do ponto móvel em retângulo quadriculado; a resolução do problema do tabuleiro de xadrez mutilado; os limites e potencialidades didáticas da aplicação do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem.

6.2 O modelo psi-zero

De um ponto de vista informal, pode-se dizer que, o *modelo psi-zero* fundamenta-se na aplicação (emprego) de *modelos matemáticos interpretados* em plataforma digital, que sob o invólucro de adequados *universos de raciocínio* demonstra ser (conforme estudo apresentado neste trabalho) uma estratégia didática diferenciada na resolução de problemas da matemática escolar, especialmente, resolução de problemas de contagem.

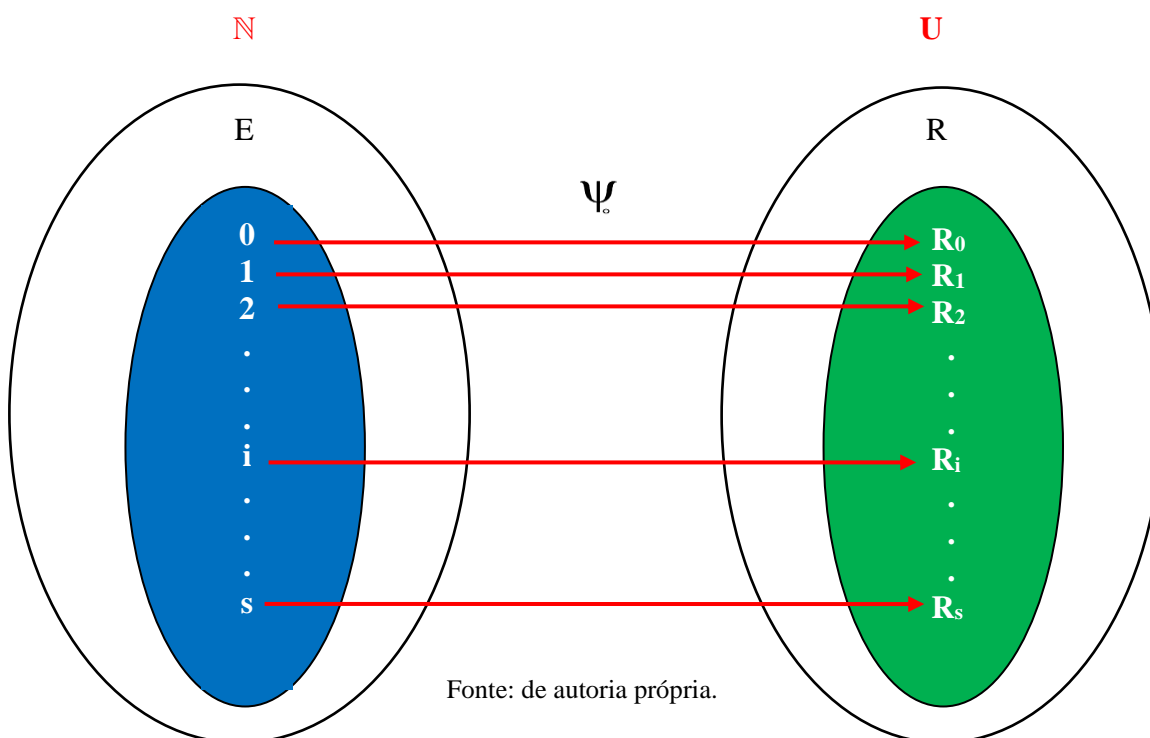
¹³ O nome *psi-zero* é formado pela junção de *psi* (*psi* de *psico*, elemento que traz a ideia de mente e espírito) com *zero* (homenagem a banda de rock brasileira ZERØ, formada em 1983, que, com as suas letras e músicas, marcou momentos relevantes da vida do autor).

Por outro lado, sob uma perspectiva formal e matemática (ver a Figura 16), pode-se dizer que o *modelo psi-zero* (denotado por Ψ) é uma função matemática, que leva i do conjunto estágio E (envolto no conjunto dos números naturais \mathbb{N}) para R_i do conjunto raciocínio R (envolto no conjunto *universo de raciocínio* U), onde, $R_i = (l_i, c)$ é um *modelo matemático interpretado* formado por duas componentes: l_i e c . Por definição, l_i é o *elemento ativo de raciocínio* (denominado *luíza*¹⁴) e c é o *elemento passivo de raciocínio* (denominado *cecília*¹⁵). Em símbolos matemáticos:

$$\Psi : \mathbb{N} \supset E \longrightarrow R \subset U$$

$$i \longmapsto R_i = (l_i, c)$$

FIGURA 16: Modelo psi-zero como função matemática



¹⁴ O nome *luíza* para o *elemento ativo de raciocínio* (denotado por l_i) que forma R_i é uma homenagem a Luíza, filha do autor.

¹⁵ O nome *cecília* para o *elemento passivo de raciocínio* (denotado por c) que forma R_i é uma homenagem a Cecília, filha do autor.

Segundo Courant e Robbins (2000, p. 335), “O conceito de função é da maior importância, não apenas na Matemática Pura, mas em aplicações práticas”. Já na Babilônia, anterior a 2000 a.C., foram utilizadas tabelas com valores sexagesimais associados, visando-se resolver alguns problemas do cotidiano. Essas tabelas buscavam exibir, de modo simplificado, a correspondência entre valores numéricos, como, os valores de quadrados associados com as suas respectivas raízes quadradas. Outro exemplo do uso de “tabelas funcionais”, agora com origem na Grécia Antiga, onde foram elaboradas tabelas com cálculos astronômicos interpolados linearmente, evidenciando, assim, a percepção primitiva dos gregos em relação à dependência funcional (Youschkevitch, 1976, apud Machado, 1998).

Observe, o leitor, que pode-se conceber o conceito funcional do *modelo psi-zero* de uma forma mais simplificada, a partir da ideia de uma *sequência finita R de estágios de raciocínio*, onde $R = (R_0, R_1, R_2, \dots, R_i, \dots, R_s) \subset U$, sendo $R_i = (I_i, c)$.

É importante ressaltar que, a fixação adequada do *universo de raciocínio U* é vital para o emprego coerente do *modelo psi-zero* como estratégia didática na resolução de problemas, em especial, de contagem. Cabe, ainda, três últimas observações a fazer:

- 1) O *modelo matemático interpretado* R_0 diz respeito a um *estágio de raciocínio extremamente primitivo*, isto é, de formulação matemática interpretada do problema proposto;
- 2) O *modelo matemático interpretado* $R_s = (I_s, c)$ representa o estágio de raciocínio que sugere ou apresenta uma *solução matemática interpretada* para o problema proposto;
- 3) Tal como ocorre com *modelos mentais*, as *imagens* relativas aos *modelos matemáticos interpretados* serão tratadas como vistas (perspectivas) do modelo. *Imagens* são representações específicas, comumente, obtidas pela percepção sensorial (visual, olfativa, tátil, auditiva, etc) de certos objetos ou eventos, considerados sob certo ângulo [veja Moreira e Oliveira (2003, p. 318)].

Nos subcapítulos 6.3.1 e 6.3.2, será mostrado na prática a resolução de problemas de contagem por meio da aplicação do *modelo psi-zero* [sob a perspectiva de uma *sequência finita R de estágios de raciocínio* (envolto em dado U)]:

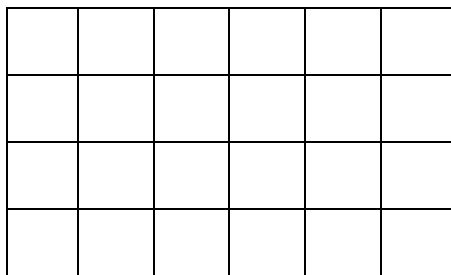
6.3 A proposta de aplicação do modelo psi-zero como estratégia didática

Como estratégia didática, no ensino e aprendizagem da matemática, a aplicação do *modelo psi-zero* tem como proposta auxiliar o estudante a encontrar o(s) caminho(s) adequado(s) para solução e resolução de problemas da matemática escolar (em especial, resolução de problemas de contagem), de maneira, a proporcionar uma melhoria no seu desempenho de resolver problemas relacionados com a Matemática.

6.3.1 Resolução do problema do ponto móvel em retângulo quadriculado

O *problema do ponto móvel em retângulo quadriculado* foi proposto como Questão 01 do Teste de Desempenho, aplicado em 85 estudantes da EEEMFV. O referido problema é uma adaptação, em contexto geométrico abstrato, do problema do bilhar [situação-problema exposta por Câmara dos Santos (2002, pp. 41-45) em artigo na Revista do Professor de Matemática nº50]. Ver abaixo a reprodução da Questão 01:

Questão 01): Um ponto móvel vai percorrer um retângulo 4 x 6, composto por 24 quadrados, segundo as condições listadas abaixo:



- A partida do ponto ocorre no vértice do canto esquerdo inferior desse retângulo;
- O ponto avança em linha reta, segundo só uma diagonal de cada quadrado;
- Quando o ponto chega à borda do retângulo, ele retorna segundo a diagonal do quadrado vizinho;
- O ponto irá parar assim que atingir outro vértice desse retângulo.

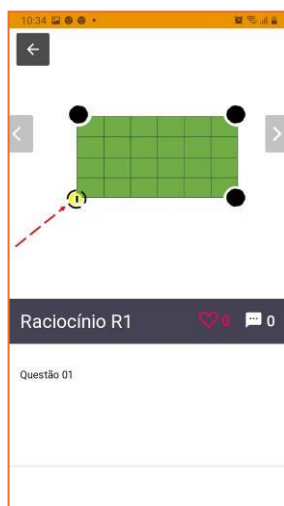
Quantos quadrados o ponto móvel irá atravessar antes de parar? **Resposta:** _____

Agora, vamos apresentar uma resolução para Questão 01, do Teste de Desempenho, baseada no *modelo psi-zero*:

Resolução da Questão 01: Uma resolução matemática concreta para o problema do ponto móvel em retângulo quadriculado, pode ser feita a partir da fixação de um **universo de raciocínio U** que trabalha, por exemplo, a temática “**Jogos**”. Em especial, nos “**Jogos**”, pode-se encontrar o “**Jogo de Bilhar**” (no *modelo psi-zero* teórico é o **conjunto R**). Pois bem, no “**Jogo de Bilhar**”, tem-se algumas duplas de objetos que possuem muita afinidade (ligação), como é o caso, da dupla bola e mesa de bilhar [no *modelo psi-zero* teórico é o **modelo matemático interpretado** $R_i = (l_i, c)$]. Pode-se dizer que, no “**Jogo de Bilhar**” a bola é o *elemento ativo*, de movimento ou transformação (no *modelo psi-zero* teórico é a **luíza l_i**), enquanto, a mesa de bilhar é o *elemento passivo*, de suporte ou estagnação (no *modelo psi-zero* teórico é a **cecília c**).

A Imagem 14 mostra o Raciocínio R_1 de R , do *modelo psi-zero*, isto é, o primeiro estágio de raciocínio na resolução da Questão 01. A bola de bilhar encontra-se no canto esquerdo inferior da mesa de bilhar.

IMAGEM 14: Tela *yamat*: Raciocínio R_1 relativo a resolução da Questão 01



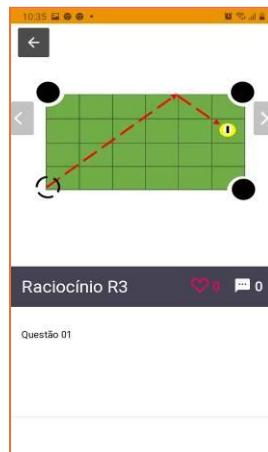
A Imagem 15 mostra o Raciocínio R_2 de R , do *modelo psi-zero*, isto é, o segundo estágio de raciocínio na resolução da Questão 01. A bola de bilhar encontra-se na linha 3 e coluna 2, tendo atravessado um quadrado completo da mesa de bilhar.

IMAGEM 15: Tela *ymat*: Raciocínio R_2 relativo a resolução da Questão 01



A Imagem 16 mostra o Raciocínio R_3 de R , do *modelo psi-zero*, isto é, o terceiro estágio de raciocínio na resolução da Questão 01. A bola encontra-se na linha 2 e coluna 6, tendo atravessado cinco quadrados completos da mesa de bilhar.

IMAGEM 16: Tela *ymat*: Raciocínio R_3 relativo a resolução da Questão 01



A Imagem 17 mostra o Raciocínio R_4 de R, do *modelo psi-zero*, isto é, o quarto estágio de raciocínio na resolução da Questão 01. A bola encontra-se na linha 3 e coluna 3, tendo atravessado nove quadrados completos da mesa de bilhar.

IMAGEM 17: Tela *ymat*: Raciocínio R_4 relativo a resolução da Questão 01



Por fim, agora é necessário imaginar o Raciocínio R_s , já que o *modelo psi-zero* apresentado para a Questão 01 é de *rota parcial*. No caso, prosseguindo a sequência de estágios de raciocínio, o ponto final a ser atingido é o R_s , isto é, situação no jogo de bilhar em que a bola cai na caçapa (buraco). Observa-se que, o R_s ocorre quando a bola de bilhar atravessa 12 quadrados da mesa de bilhar (12 do $R_s = 9$ do $R_4 + 3$ para o R_s).

6.3.2 Resolução do problema do tabuleiro de xadrez mutilado

O problema do tabuleiro de xadrez mutilado foi proposto como Questão 02 do Teste de Desempenho, aplicado em 85 estudantes da EEEMFV. O referido problema é uma adaptação da questão sobre o tabuleiro de xadrez mutilado encontrada no livro *O Último Teorema de Fermat*, de Singh (1998, pp. 43-46). Veja abaixo a reprodução da Questão 02:

Questão 02) Se uma peça de dominó 5 por 2 cobre exatamente na horizontal ou na vertical dois quadrados vizinhos de um tabuleiro de xadrez mutilado – que sofreu extração de um quadrado do canto esquerdo superior e outro quadrado do canto direito inferior – então, de forma exata, pode-se afirmar que:

(Assinale com um **X** a única alternativa correta)

- a) () é possível cobrir todo o tabuleiro de xadrez mutilado com 64 dominós 5 por 2.
- b) () é possível cobrir todo o tabuleiro de xadrez mutilado com 62 dominós 5 por 2.
- c) () é possível cobrir todo o tabuleiro de xadrez mutilado com 32 dominós 5 por 2.
- d) () é possível cobrir todo o tabuleiro de xadrez mutilado com 31 dominós 5 por 2.
- e) () é impossível cobrir todo o tabuleiro de xadrez mutilado com dominós 5 por 2.

Agora, vamos apresentar uma resolução para Questão 02, do Teste de Desempenho, baseada no *modelo psi-zero*:

Resolução da Questão 02: Uma resolução matemática concreta para o problema do tabuleiro de xadrez mutilado, pode ser feita a partir da fixação de um **universo de raciocínio** U que trabalha, por exemplo, a temática “**Jogos**”. Em especial, nos “**Jogos**”, pode-se encontrar o “**Jogo de Dominó e Jogo de Xadrez**” (no *modelo psi-zero* teórico é o **conjunto** R). Pois bem, no “**Jogo de Dominó e Jogo de Xadrez**”, a dupla de objetos é o dominó e o tabuleiro de xadrez (observa-se que, no caso da Questão 02, o tabuleiro de xadrez se encontra mutilado) [no *modelo psi-zero* teórico é o **modelo matemático interpretado** $R_i = (l_i, c)$]. Pode-se dizer que, no “**Jogo de Dominó e Jogo de Xadrez**” o dominó é o *elemento ativo*, de movimento ou transformação (no *modelo psi-zero* teórico é a **luíza** l_i), enquanto o tabuleiro de xadrez mutilado é o *elemento passivo*, de suporte ou estagnação (no *modelo psi-zero* teórico é a **cecília** c).

A Imagem 18 mostra o Raciocínio R_1 de R, do *modelo psi-zero*, isto é, o primeiro estágio de raciocínio na resolução da Questão 02. Um dominó encontra-se no canto esquerdo inferior do tabuleiro de xadrez mutilado.

IMAGEM 18: Tela *yamat*: Raciocínio R_1 relativo a resolução da Questão 02



A Imagem 19 mostra o Raciocínio R_2 de R, do *modelo psi-zero*, isto é, o segundo estágio de raciocínio na resolução da Questão 02. Encontram-se 10 dominós no tabuleiro de xadrez mutilado.

IMAGEM 19: Tela *yamat*: Raciocínio R_2 relativo a resolução da Questão 02



A Imagem 20 mostra o Raciocínio R_3 de R, do *modelo psi-zero*, isto é, o terceiro estágio de raciocínio na resolução da Questão 02. Encontram-se 24 dominós no tabuleiro de xadrez mutilado.

IMAGEM 20: Tela *ymat*: Raciocínio R_3 relativo a resolução da Questão 02



A Imagem 21 mostra o Raciocínio R_4 de R, do *modelo psi-zero*, onde $R_4 = R_s$, isto é, o quarto estágio de raciocínio sugere uma solução matemática interpretada para a Questão 2, no caso uma solução vazia, visto que, é impossível cobrir todo o tabuleiro de xadrez mutilado com dominós 5 por 2. Portanto, resposta da Questão 2 é alternativa (e).

IMAGEM 21: Tela *ymat*: Raciocínio R_4 relativo a resolução da Questão 02



6.4 Os limites e potencialidades didáticas da aplicação do modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem

O estudo do desempenho de estudantes da EEEMFV ao aplicar o *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem revelou dois limites e duas potencialidades didáticas do *modelo psi-zero*, a saber:

I) Limites didáticos da aplicação do *modelo psi-zero*:

- a) **Quanto ao uso de imagens dos modelos:** Em plataforma digital, o *modelo psi-zero* não emprega diretamente os *modelos matemáticos interpretados*, mas sim utiliza *imagens* desses modelos, sendo estas *imagens* ponto de vistas (perspetivas) dos respectivos modelos. Assim sendo, deve-se tomar bastante cuidado ao escolher e utilizar as *imagens*, que servirão para representar os *modelos matemáticos interpretados*. “Imagens visuais” em tamanho “pequeno”, por exemplo, podem gerar problemas no reconhecimento de objetos e atrapalhar procedimentos de contagem, podendo levar a soluções equivocadas na resolução de problemas de contagem. No Quadro 08, do subcapítulo 8.3, do capítulo VIII, consta um comentário do estudante 07, que disse em entrevista que “(...) podia ser um pouco maior as imagens”, o que sugere dificuldades do estudante 07 em visualizar as *imagens* do *modelo psi-zero*, disponibilizadas pelo aplicativo *ymat*.
- b) **Quanto a fixação do Universo de Raciocínio U:** o *modelo psi-zero* possui uma envolvente de *universos de raciocínio*, no caso \mathbb{N} e U , dos quais, o U precisa ser adequadamente fixado (conforme contexto e interpretação matemática da realidade em que o problema proposto foi constituído), pois, caso contrário, poderá levar o raciocínio a soluções equivocadas na resolução de problemas, em especial, na resolução de problemas de contagem. Em outras palavras, não há como conceber a aplicação do *modelo psi-zero* em qualquer *universo de raciocínio* U . No Quadro 3, do subcapítulo 7.3, do capítulo VII, consta um comentário do estudante 05, que disse em entrevista achar a questão 01 “mais difícil” do Teste de Desempenho devido a “bola de bilhar” não poder parar e, também, sobre o aumento e a diminuição da velocidade da bola. Esse pensamento do estudante 05 com relação a velocidade da bola de bilhar encontra-se completamente fora do *universo de raciocínio* proposto para o *problema do ponto móvel em retângulo quadriculado*, visto que o desafio não tratava do assunto velocidade. É importante, pois, envolver o *modelo-psi zero* com *universos de raciocínio* cada vez com maior definição, para evitar situações como as verificadas com o estudante 05.

II) Potencialidade didáticas da aplicação do modelo psi-zero:

- a) **Uso de áudios, textos e vídeos instrutivos em plataforma digital:** na questão Q12, do Questionário Bloco II, os estudantes do Grupo A e B, expuseram nas respostas (em mediana) que é importante o *modelo psi-zero* utilizar áudios, textos e vídeos instrutivos para facilitar a resolução de problemas de contagem. Ver no subcapítulo 8.2, do capítulo VIII, a análise estatística realizada nas respostas dadas as questões do Questionário Bloco II, em especial, analisando o resultado da análise feita em Q12.
- b) **Uso do *modelo psi-zero* com objetos de aprendizagem interativos:** na questão Q13, do Questionário Bloco II, os estudantes do Grupo A e B, expuseram nas respostas (em mediana) que concordam que o *modelo psi-zero* seja utilizado com objetos de aprendizagem interativos, como, por exemplo, simuladores e videogames educacionais. Veja, no subcapítulo 8.2, do capítulo VIII, a análise estatística realizada nas respostas dadas as questões do Questionário Bloco II, em especial, analisando o resultado da análise feita em Q13.

6.5 Resumo do capítulo

Neste capítulo, foi apresentado o conceito e a proposta do *modelo psi-zero*. De um ponto de vista informal, pode-se dizer que, o *modelo psi-zero* está fundamentado na aplicação (emprego) de *modelos matemáticos interpretados* em plataforma digital. Por outro lado, sob uma perspectiva formal e matemática simplificada, é possível conceber o conceito funcional do *modelo psi-zero* a partir da ideia de uma *sequência finita R de estágios de raciocínio*, onde $R = (R_0, R_1, R_2, \dots, R_i, \dots, R_s) \subset U$, sendo $R_i = (I_i, c)$. No que concerne à proposta do *modelo psi-zero* como estratégia didática, no ensino e aprendizagem da matemática, é um auxiliar para o estudante encontrar o(s) caminho(s) adequado(s) para solução e resolução de problemas da matemática escolar (em especial, resolução de problemas de contagem), de maneira, a proporcionar uma melhoria no seu desempenho de resolver problemas relacionados com a Matemática.

Adicionalmente, foi discutido no presente capítulo, os limites e potencialidades didáticas da aplicação do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem e também o uso prático do *modelo psi-zero* na resolução de duas questões de contagem (propostas em Teste de Desempenho): 1) *O problema do ponto móvel em retângulo quadriculado*; e 2) *O problema do Tabuleiro de Xadrez Mutilado*.

CAPÍTULO VII – RESULTADOS OBTIDOS

Neste capítulo, serão apresentados os principais resultados obtidos na pesquisa de campo realizada na EEEMFV, considerando a recolha de dados feita por meio da aplicação dos instrumentos Questionário, Entrevista e Teste de Desempenho.

7.1 Introdução

No final do ano letivo de 2022, mês de dezembro, foi realizada a pesquisa de campo com estudantes da EEEMFV, de 1^a, 2^a e 3^a Série do Ensino Médio. Foi aplicado um questionário em 79 estudantes; entrevista a 12 estudantes; e um teste de desempenho (na resolução de problemas de contagem) a 85 estudantes.

O Questionário contou com dois blocos: Bloco I, relativo a 13 perguntas fechadas sobre o perfil do estudante participante da pesquisa; Bloco II, relativo a 15 questões de múltipla escolha com escala do tipo *likert* sobre o emprego do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem.

A Entrevista foi realizada com roteiro estruturado, contando com 4 questões, que, em conjunto, formavam basicamente um inquérito sobre as facilidades e dificuldades encontradas pelos estudantes (participantes da pesquisa) para resolver duas questões de contagem propostas em teste de desempenho.

O Teste de Desempenho trouxe duas questões de contagem desafiadoras: o problema do ponto móvel em retângulo quadriculado (questão aberta); e o problema do tabuleiro de xadrez mutilado (questão de múltipla escolha, com apenas uma única alternativa correta, entre cinco alternativas *a, b, c, d, e*).

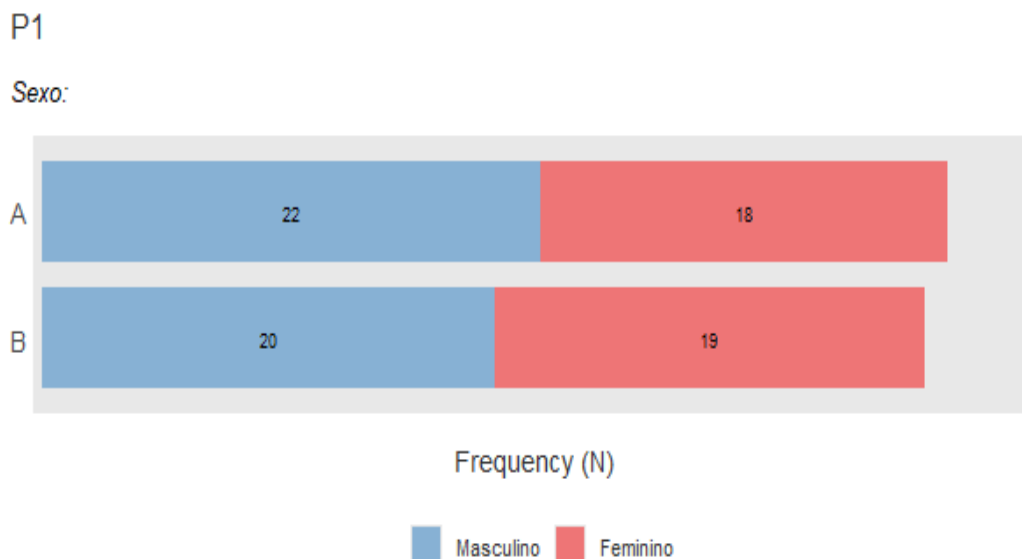
A partir da recolha de dados com a aplicação dos instrumentos Questionário, Entrevista e Teste de Desempenho, obtiveram-se os resultados fundamentais para o trabalho de pesquisa proposto.

7.2 Resultados Questionário

Apresenta-se, neste subcapítulo, por meio de gráficos (Gráfico 2 a Gráfico 57), os resultados obtidos com a aplicação do instrumento Questionário. Todos os gráficos foram gerados com o programa de computador *Jamovi*, cujas ferramentas estatísticas foram determinantes para o tratamento dos dados e exposição de resultados.

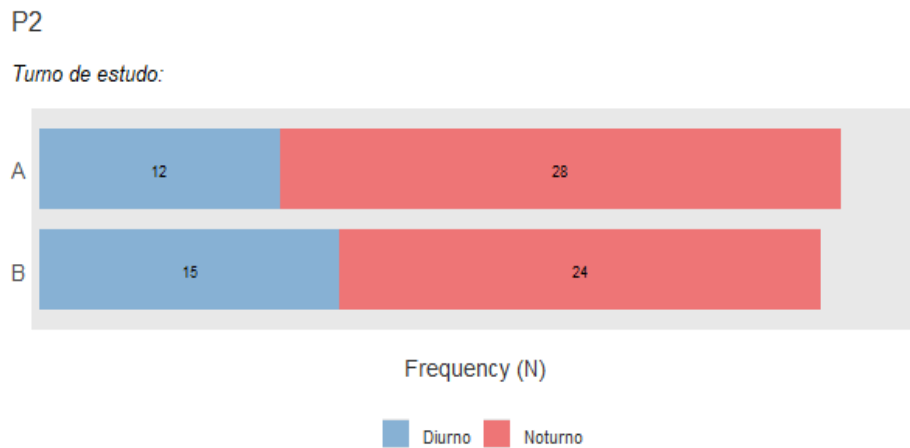
No Gráfico 2, observa-se que, **nos Grupos A e B, o sexo masculino é predominante (ocorrência) em relação ao sexo feminino.**

GRÁFICO 2: Frequência de respostas dadas a P1 do Questionário Bloco I



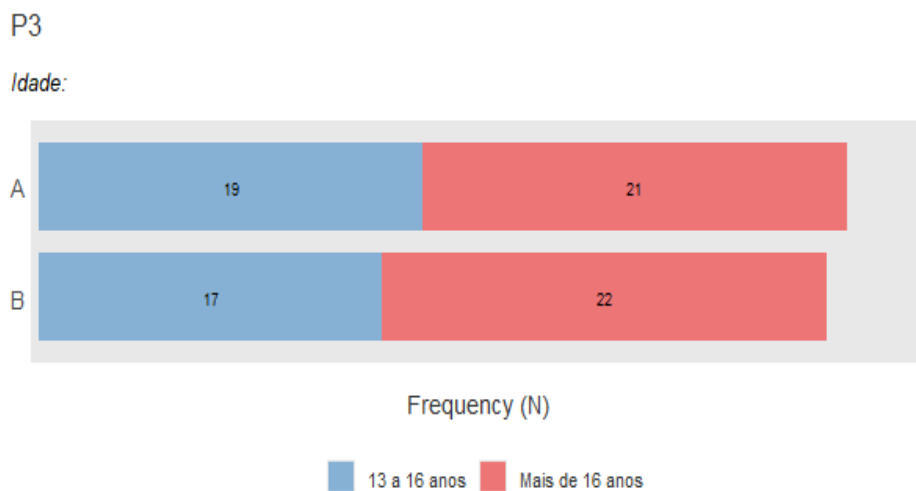
No Gráfico 3, observa-se que, nos Grupos A e B, o turno de estudo *noturno* é predominante (ocorrência) em relação ao turno de estudo *diurno*.

GRÁFICO 3: Frequência de respostas dadas a P2 do Questionário Bloco I



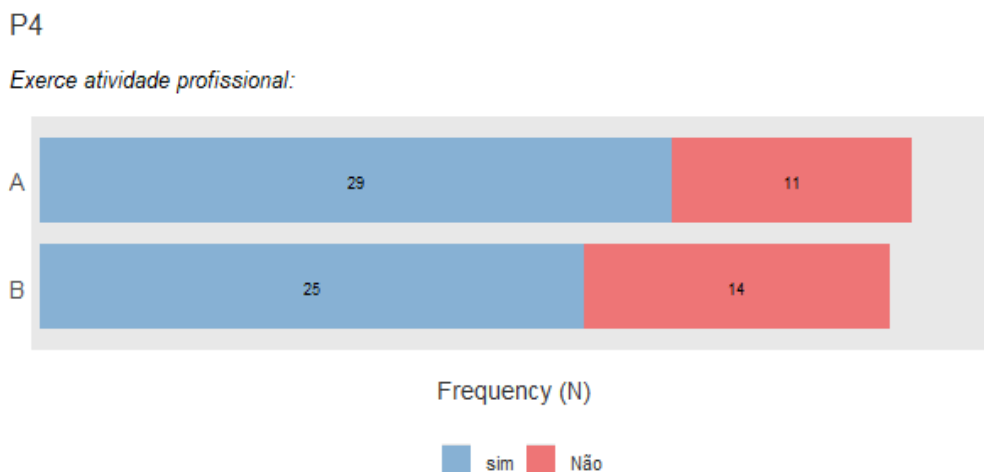
No Gráfico 4, observa-se que, nos Grupos A e B, a idade *mais de 16 anos* é predominante (ocorrência) em relação a idade *13 a 16 anos*.

GRÁFICO 4: Frequência de respostas dadas a P3 do Questionário Bloco I



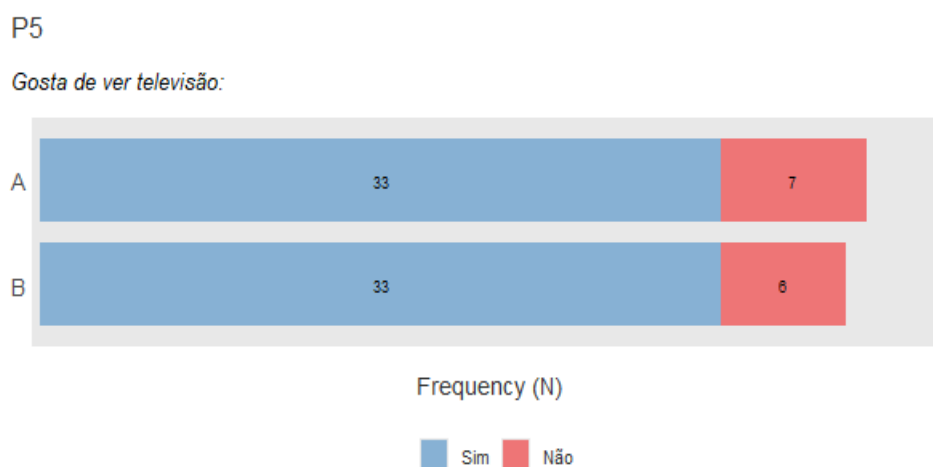
No Gráfico 5, observa-se que, nos Grupos A e B, a resposta *sim* para “exerce atividade profissional” é predominante (ocorrência) em relação a resposta *não*.

GRÁFICO 5: Frequência de respostas dadas a P4 do Questionário Bloco I



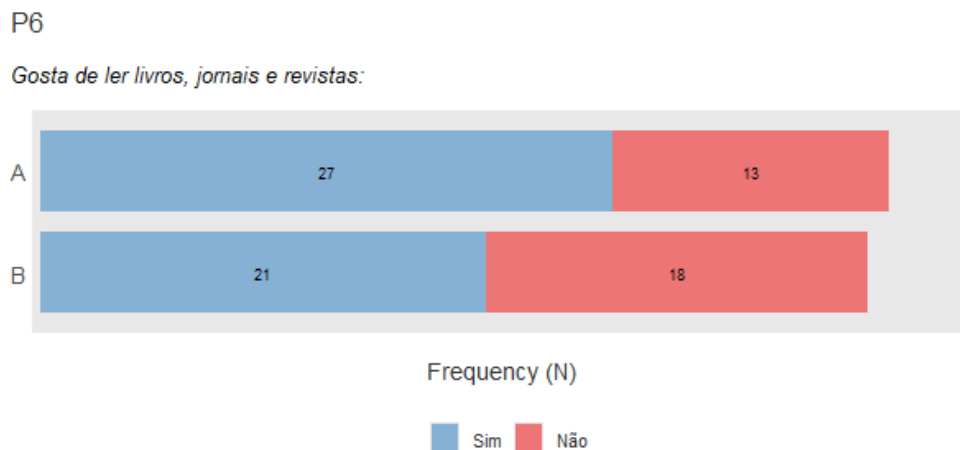
No Gráfico 6, observa-se que, nos Grupos A e B, a resposta *sim* para “gosta de ver televisão” é predominante (ocorrência) em relação a resposta *não*.

GRÁFICO 6: Frequência de respostas dadas a P5 do Questionário Bloco I



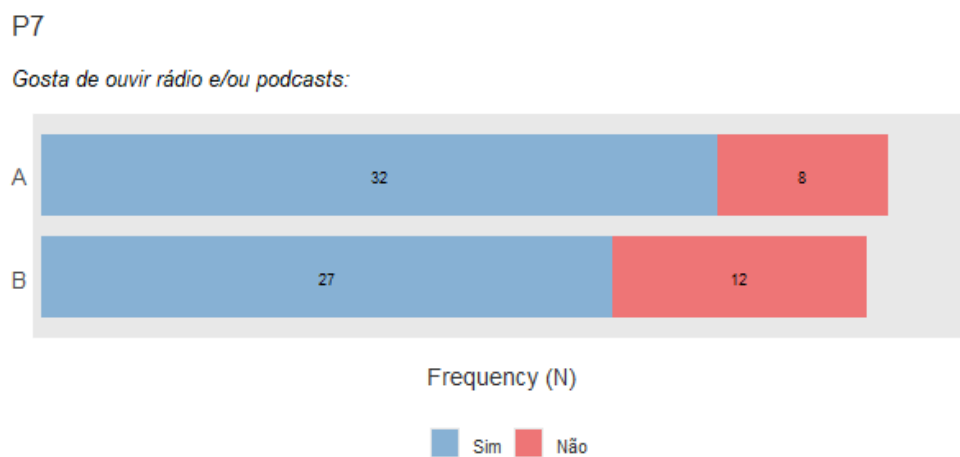
No Gráfico 7, observa-se que, nos Grupos A e B, a resposta *sim* para “gosta de ler livros, jornais e revistas” é predominante (ocorrência) em relação a resposta *não*.

GRÁFICO 7: Frequência de respostas dadas a P6 do Questionário Bloco I



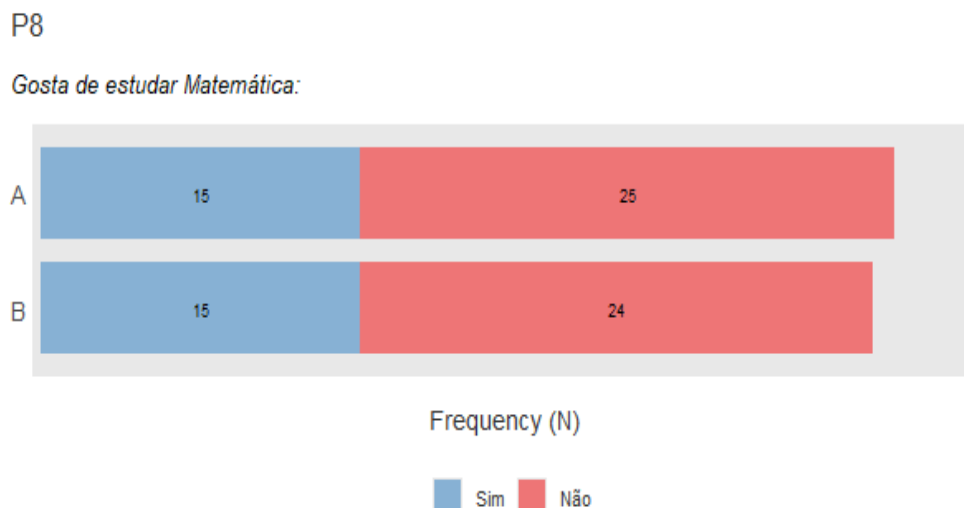
No Gráfico 8, observa-se que, nos Grupos A e B, a resposta *sim* para “gosta de ouvir rádio e/ou podcasts” é predominante (ocorrência) em relação a resposta *não*.

GRÁFICO 8: Frequência de respostas dadas a P7 do Questionário Bloco I



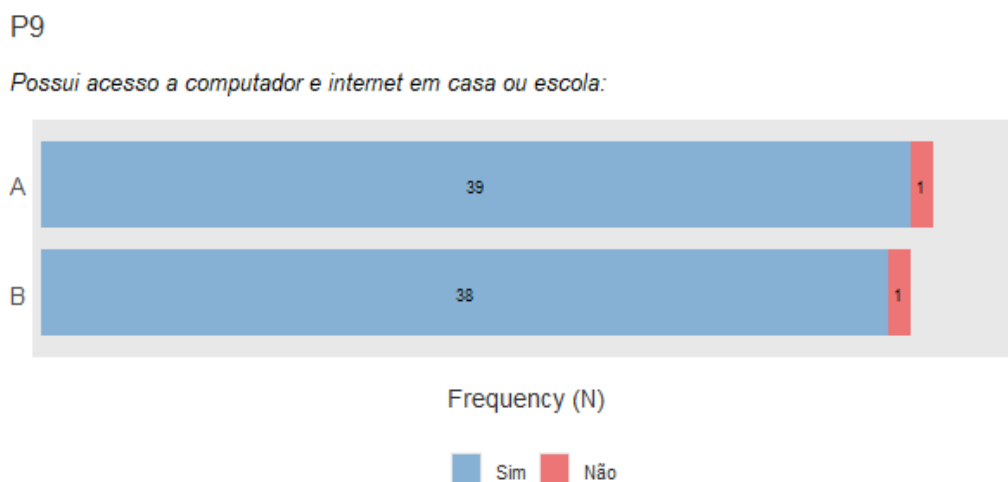
No Gráfico 9, observa-se que, **nos Grupos A e B, a resposta *não* para “gosta de estudar Matemática” é predominante (ocorrência) em relação a resposta *sim*.**

GRÁFICO 9: Frequência de respostas dadas a P8 do Questionário Bloco I



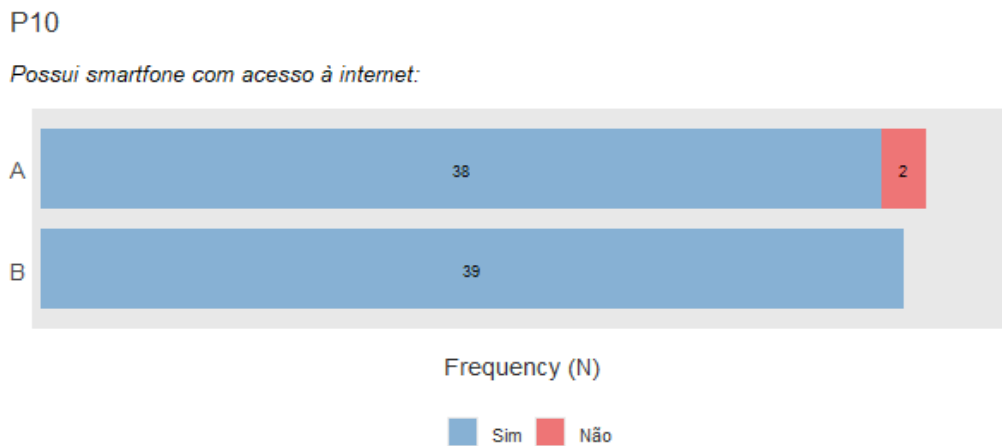
No Gráfico 10, observa-se que, **nos Grupos A e B, a resposta *sim* para “possui acesso a computador e Internet em casa ou escola” é predominante (ocorrência) em relação a resposta *não*.**

GRÁFICO 10: Frequência de respostas dadas a P9 do Questionário Bloco I



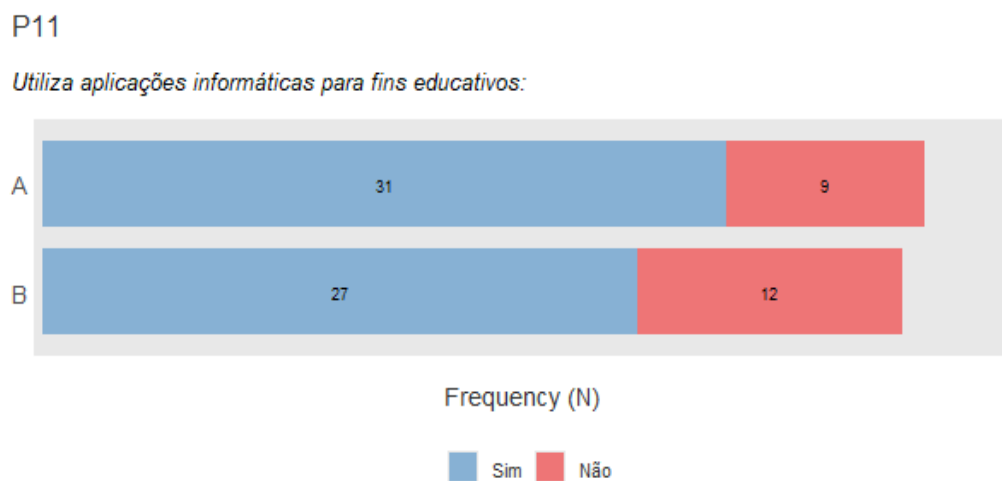
No Gráfico 11, observa-se que, **nos Grupos A e B, a resposta *sim* para “possui smartphone com acesso a Internet ” é predominante (ocorrência) em relação a resposta *não*.**

GRÁFICO 11: Frequência de respostas dadas a P10 do Questionário Bloco I



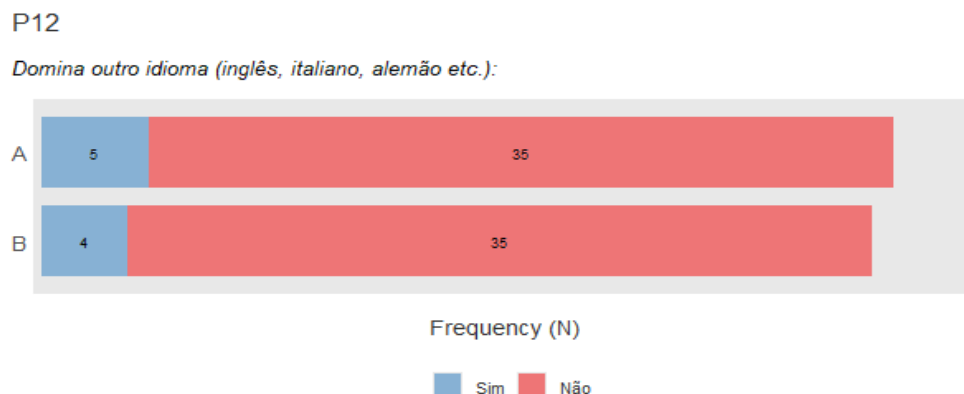
No Gráfico 12, observa-se que, **nos Grupos A e B, a resposta *sim* para “utiliza aplicações informáticas para fins educativos” é predominante (ocorrência) em relação a resposta *não*.**

GRÁFICO 12: Frequência de respostas dadas a P11 do Questionário Bloco I



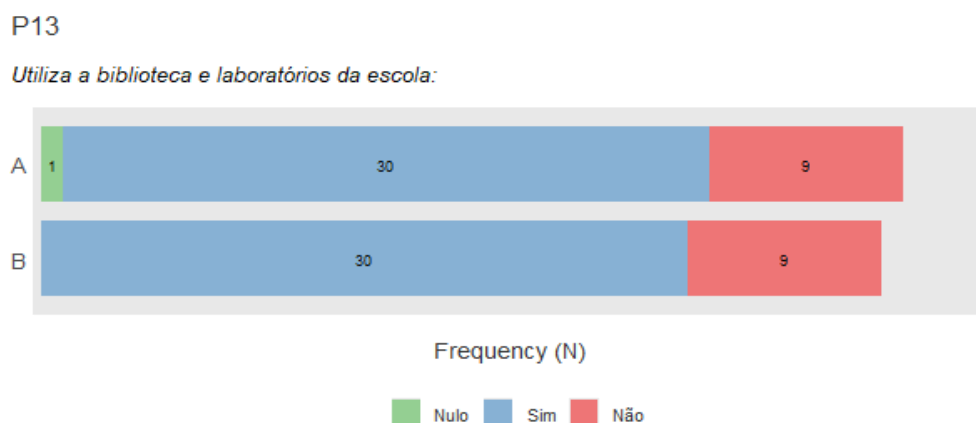
No Gráfico 13, observa-se que, nos Grupos A e B, a resposta *não* para “domina outro idioma (inglês, italiano, alemão, etc.)” é predominante (ocorrência) em relação a resposta *sim*.

GRÁFICO 13: Frequência de respostas dadas a P12 do Questionário Bloco I



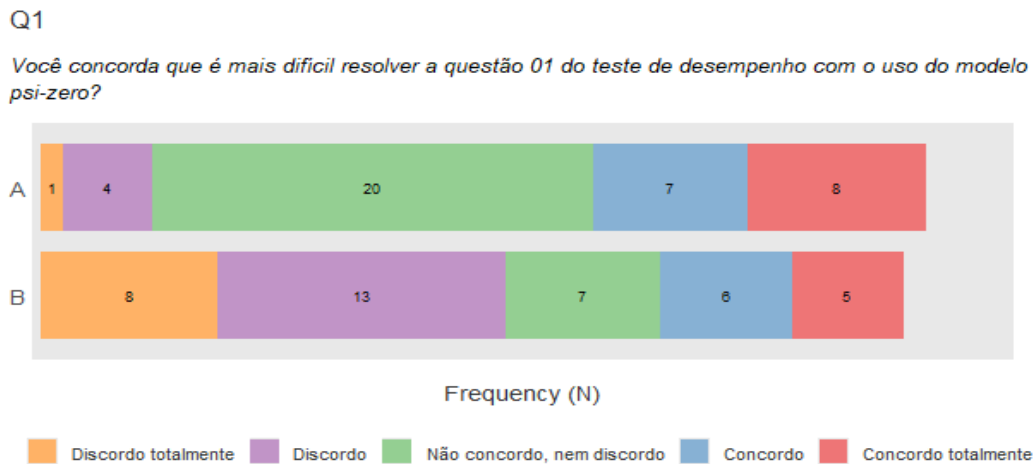
No Gráfico 14, observa-se que, nos Grupos A e B, a resposta *sim* para “utiliza a biblioteca e laboratórios da escola” é predominante (ocorrência) em relação a resposta *não*. Verifica-se, também, uma resposta nula (considerada nula, devido a marcação simultânea de dois campos de resposta na pergunta P13 do Questionário Bloco I).

GRÁFICO 14: Frequência de respostas dadas a P13 do Questionário Bloco I



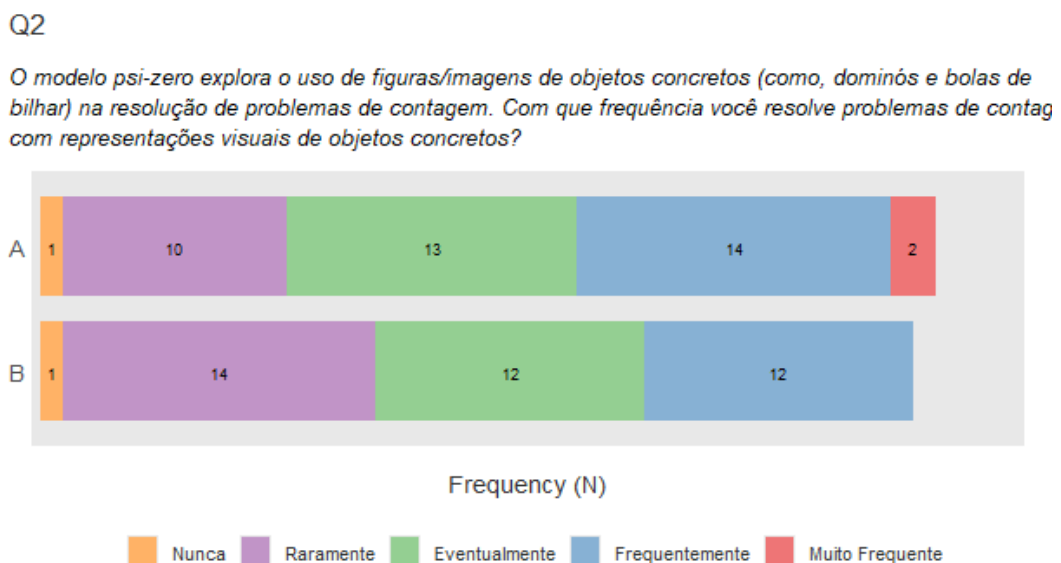
No Gráfico 15, observa-se que, para a questão Q1, a resposta mais expressiva (quantitativa) é: “Grupo A: não concordo, nem discordo”; “Grupo B: discordo”.

GRÁFICO 15: Frequência de respostas dadas a Q1 do Questionário Bloco II



No Gráfico 16, observa-se que, para a questão Q2, a resposta mais expressiva (quantitativa) é: “Grupo A: frequentemente”; “Grupo B: raramente”.

GRÁFICO 16: Frequência de respostas dadas a Q2 do Questionário Bloco II

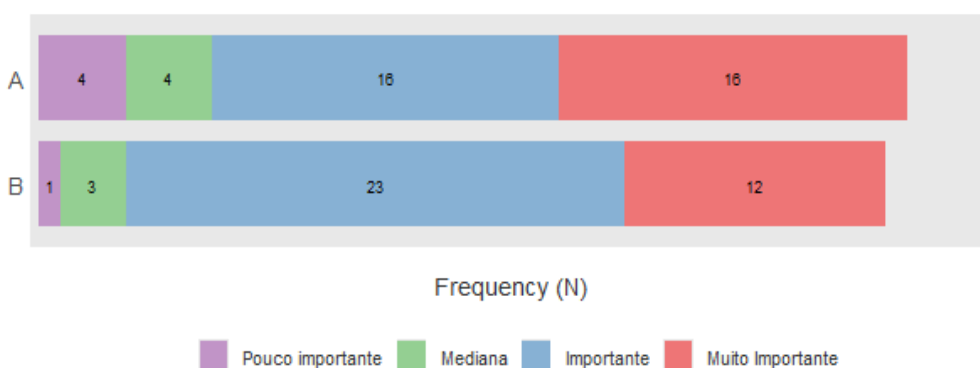


No Gráfico 17, observa-se que, **para a questão Q3, a resposta mais expressiva (quantitativa) é: “Grupo A: importante e muito importante”; “Grupo B: importante”**.

GRÁFICO 17: Frequência de respostas dadas a Q3 do Questionário Bloco II

Q3

Para você é importante que o modelo psi-zero explore adequadamente representações visuais de objetos concretos na resolução de problemas de contagem?

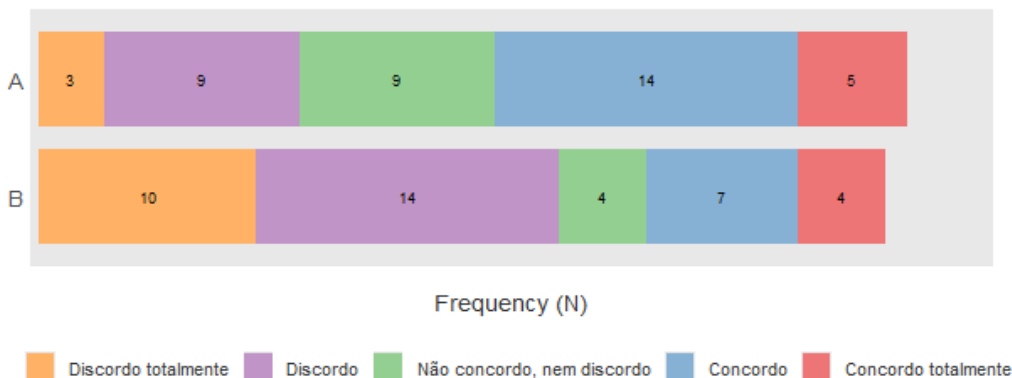


No Gráfico 18, observa-se que, **para a questão Q4, a resposta mais expressiva (quantitativa) é: “Grupo A: concordo”; “Grupo B: discordo”**.

GRÁFICO 18: Frequência de respostas dadas a Q4 do Questionário Bloco II

Q4

Você concorda que é mais fácil resolver a questão 02 do teste de desempenho sem o uso do modelo psi-zero?

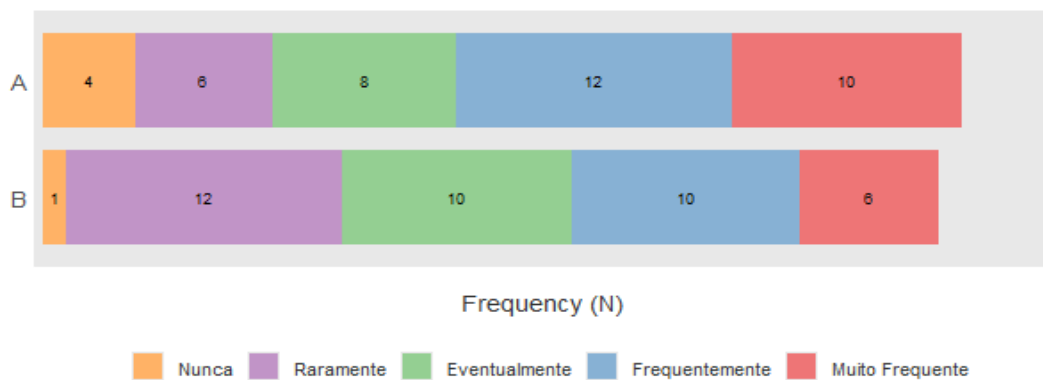


No Gráfico 19, observa-se que, **para a questão Q5, a resposta mais expressiva (quantitativa) é: “Grupo A: frequentemente”; “Grupo B: raramente”**.

GRÁFICO 19: Frequência de respostas dadas a Q5 do Questionário Bloco II

Q5

O modelo psi-zero poderá explorar o uso de desenhos na resolução de problemas de contagem. Você utiliza desenhos para resolver problemas de contagem?

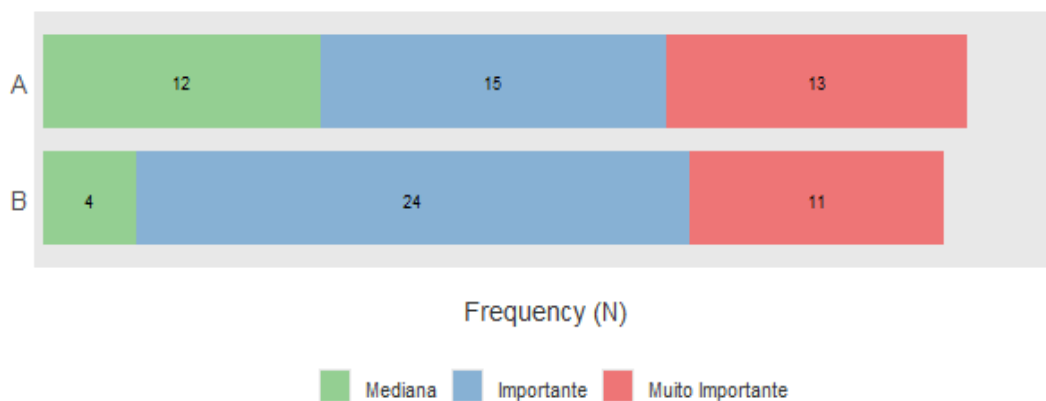


No Gráfico 20, observa-se que, **para a questão Q6, a resposta mais expressiva (quantitativa) é: “Grupo A: importante”; “Grupo B: importante”**.

GRÁFICO 20: Frequência de respostas dadas a Q6 do Questionário Bloco II

Q6

Para você é importante que o modelo psi-zero explore adequadamente desenhos na resolução de problemas de contagem?

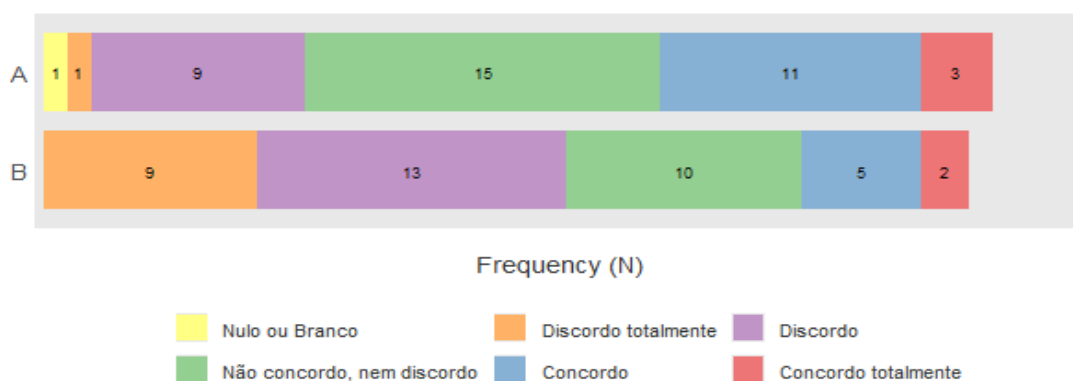


No Gráfico 21, observa-se que, **para a questão Q7, a resposta mais expressiva (quantitativa) é: “Grupo A: não concordo, nem discordo”; “Grupo B: discordo”.**

GRÁFICO 21: Frequência de respostas dadas a Q7 do Questionário Bloco II

Q7

Você concorda que o uso do modelo psi-zero dificulta a representação visual de um problema de contagem?

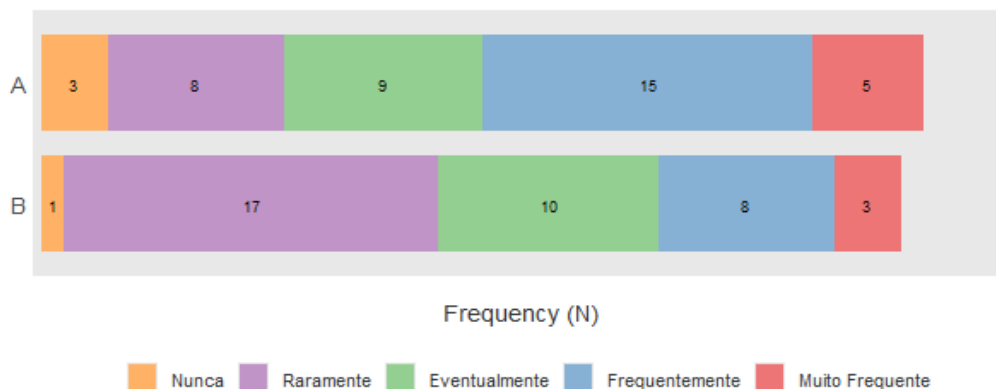


No Gráfico 22, observa-se que, **para a questão Q8, a resposta mais expressiva (quantitativa) é: “Grupo A: frequentemente”; “Grupo B: raramente”.**

GRÁFICO 22: Frequência de respostas dadas a Q8 do Questionário Bloco II

Q8

O modelo psi-zero explora o uso de figuras/imagens de objetos do dia a dia na resolução de problemas de contagem. Com que frequência você utiliza figuras/imagens de objetos do dia a dia para resolver problemas de contagem?

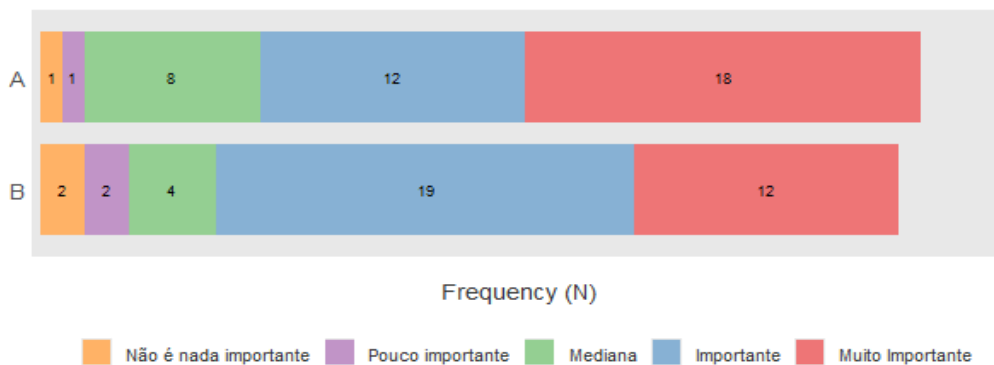


No Gráfico 23, observa-se que, **para a questão Q9, a resposta mais expressiva (quantitativa) é: “Grupo A: muito importante”; “Grupo B: importante”**.

GRÁFICO 23: Frequência de respostas dadas a Q9 do Questionário Bloco II

Q9

Para você é importante que o modelo psi-zero utilize figuras/imagens de objetos do dia a dia para facilitar a resolução de problemas de contagem?

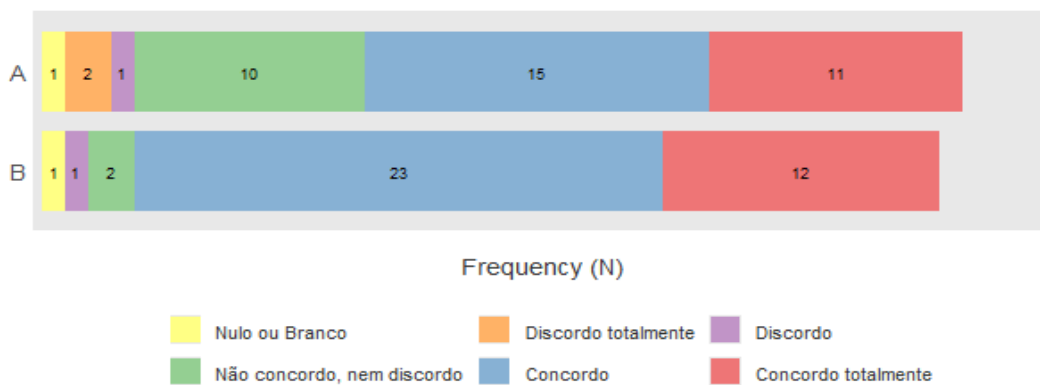


No Gráfico 24, observa-se que, **para a questão Q10, a resposta mais expressiva (quantitativa) é: “Grupo A: concordo”; “Grupo B: concordo”**.

GRÁFICO 24: Frequência de respostas dadas a Q10 do Questionário Bloco II

Q10

Você concorda que é mais fácil resolver a questão 01 do teste de desempenho com o modelo psi-zero, visto que, pode-se representar o ponto que se move num retângulo por uma bola de bilhar que se movimenta numa mesa de formato retangular?

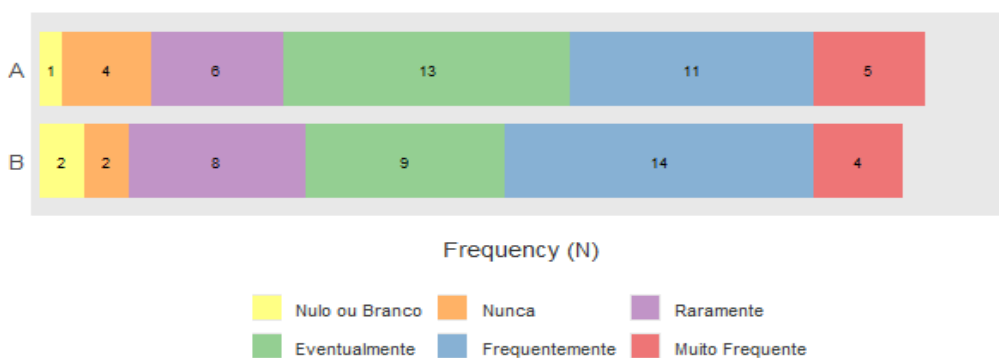


No Gráfico 25, observa-se que, **para a questão Q11, a resposta mais expressiva (quantitativa) é: “Grupo A: eventualmente”; “Grupo B: frequentemente”**.

GRÁFICO 25: Frequência de respostas dadas a Q11 do Questionário Bloco II

Q11

O modelo psi-zero poderá explorar o uso de textos, áudios e vídeos instrutivos na resolução de problemas de contagem. Você utiliza textos, áudios e vídeos instrutivos para resolver problemas de contagem?

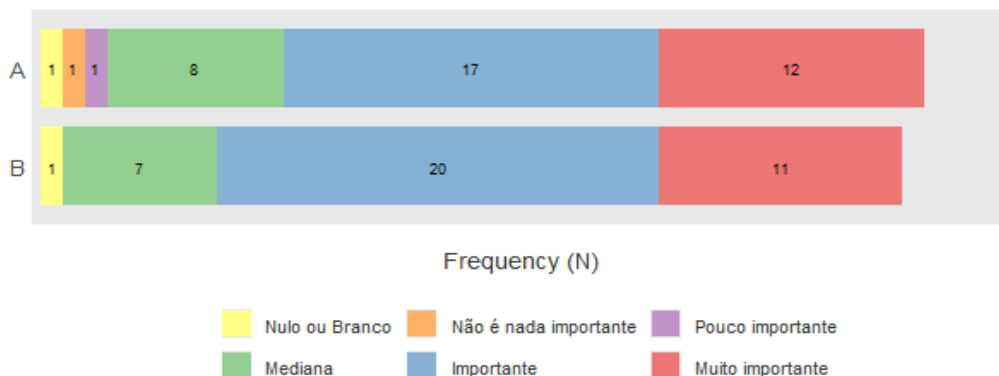


No Gráfico 26, observa-se que, **para a questão Q12, a resposta mais expressiva (quantitativa) é: “Grupo A: importante”; “Grupo B: importante”**.

GRÁFICO 26: Frequência de respostas dadas a Q12 do Questionário Bloco II

Q12

Para você é importante que o modelo psi-zero utilize áudios, textos e vídeos instrutivos para facilitar a resolução de problemas de contagem?

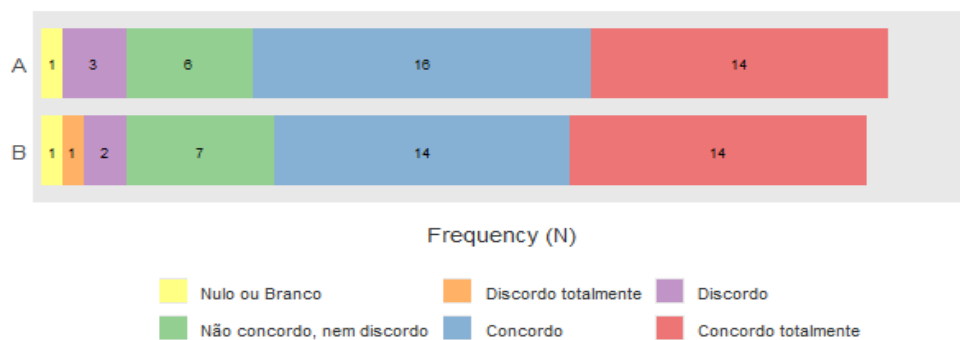


No Gráfico 27, observa-se que, **para a questão Q13, a resposta mais expressiva (quantitativa) é: “Grupo A: concordo”; “Grupo B: concordo e concordo totalmente”.**

GRÁFICO 27: Frequência de respostas dadas a Q13 do Questionário Bloco II

Q13

Você concorda que o uso do modelo psi-zero com objetos de aprendizagem interativos (como, por exemplo, simuladores e videogames educacionais) pode facilitar a resolução de problemas de contagem

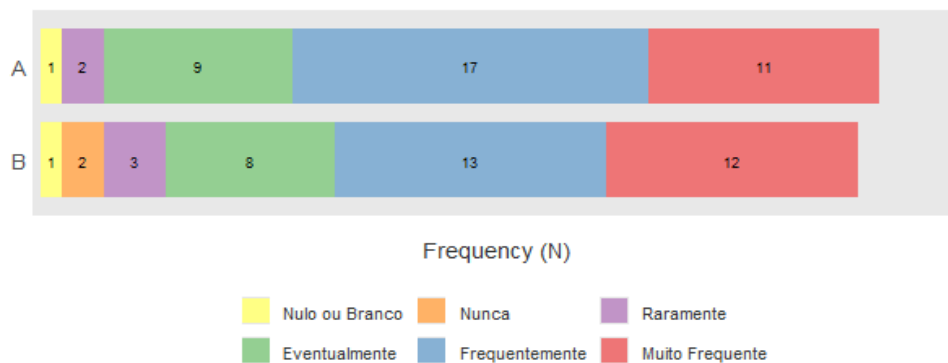


No Gráfico 28, observa-se que, **para a questão Q14, a resposta mais expressiva (quantitativa) é: “Grupo A: frequentemente”; “Grupo B: frequentemente”.**

GRÁFICO 28: Frequência de respostas dadas a Q14 do Questionário Bloco II

Q14

Se disponível para uso didático em sala de aula, com que frequência você irá utilizar o modelo psi-zero para resolver problemas de contagem?

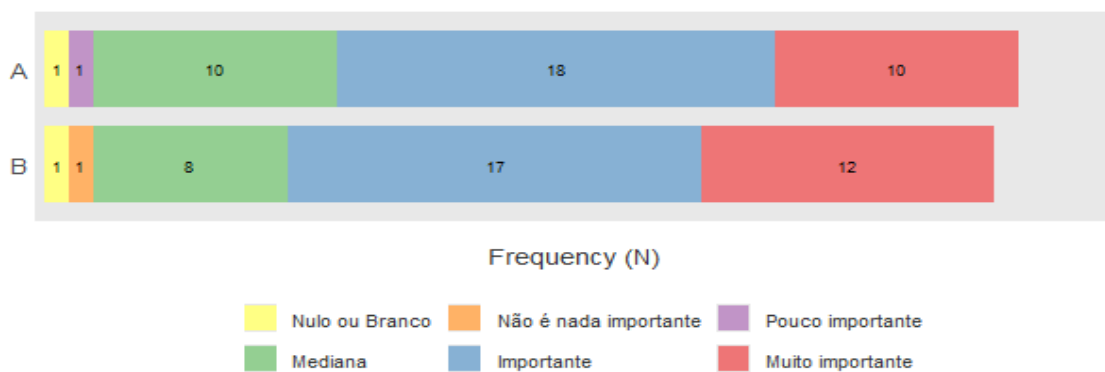


No Gráfico 29, observa-se que, para a questão Q15, a resposta mais expressiva (quantitativa) é: “Grupo A: importante”; “Grupo B: importante”.

GRÁFICO 29: Frequência de respostas dadas a Q15 do Questionário Bloco II

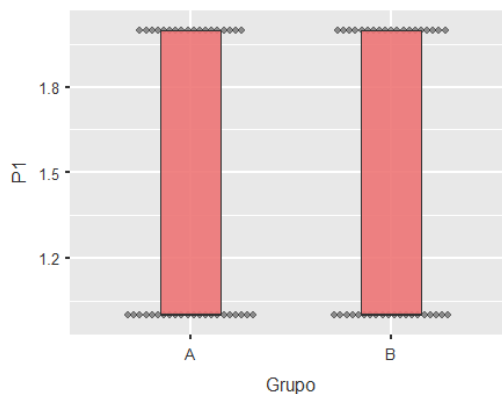
Q15

Em sua opinião, qual é o nível de importância do uso do modelo psi-zero como estratégia didática para resolução de problemas de contagem?



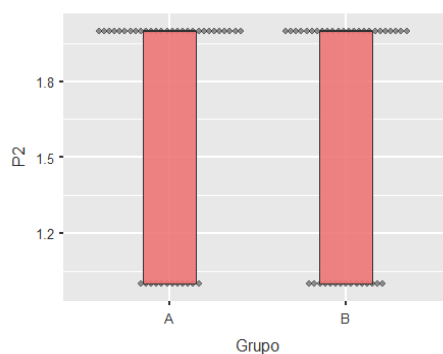
No Gráfico 30 (Box-Plot), a ocorrência do sexo *masculino* encontra-se quantificada na parte inferior das barras verticais, no piso (1), abaixo de 1,2. Já a ocorrência do sexo *feminino* encontra-se quantificada na parte superior das barras verticais, no topo (2), acima de 1,8. **Observa-se, no Gráfico 30, que o sexo masculino é predominante (em ocorrência) em relação ao sexo feminino nos Grupos A e B.**

GRÁFICO 30: Box-Plot relativo as respostas dadas a P1 do Questionário Bloco I



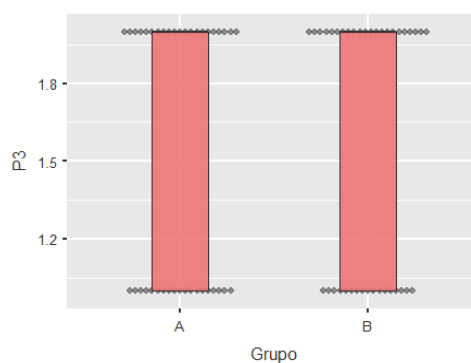
No Gráfico 31 (Box-Plot), a ocorrência do turno de estudo *diurno* encontra-se quantificada na parte inferior das barras verticais, no piso (1), abaixo de 1,2. Já a ocorrência do turno de estudo *noturno* encontra-se quantificada na parte superior das barras verticais, no topo (2), acima de 1,8. **Observa-se, no Gráfico 31, que o turno de estudo *noturno* é predominante (em ocorrência) em relação ao turno de estudo *diurno* nos Grupos A e B.**

GRÁFICO 31: Box-Plot relativo as respostas dadas a P2 do Questionário Bloco I



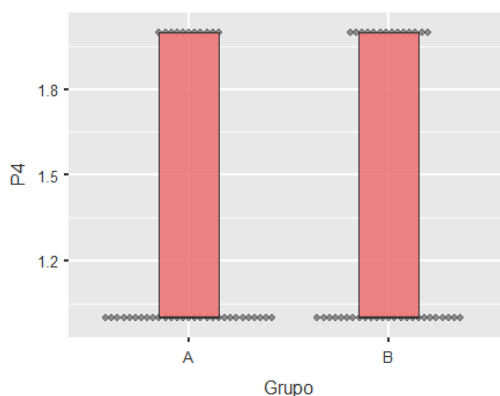
No Gráfico 32 (Box-Plot), a ocorrência da idade *13 a 16 anos* encontra-se quantificada na parte inferior das barras verticais, no piso (1), abaixo de 1,2. Já a ocorrência da idade *mais de 16 anos* encontra-se quantificada na parte superior das barras verticais, no topo (2), acima de 1,8. **Observa-se, no Gráfico 32, que a idade *mais de 16 anos* é predominante (em ocorrência) em relação a idade *13 a 16 anos* nos Grupos A e B.**

GRÁFICO 32: Box-Plot relativo as respostas dadas a P3 do Questionário Bloco I



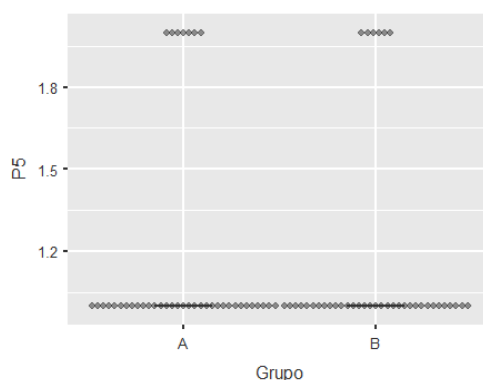
No Gráfico 33 (Box-Plot), a ocorrência da resposta *sim* encontra-se quantificada na parte inferior das barras verticais, no piso (1), abaixo de 1,2. Já a ocorrência da resposta *não* encontra-se quantificada na parte superior das barras verticais, no topo (2), acima de 1,8. **Observa-se, no Gráfico 33, que a resposta *sim* para “exerce atividade profissional” é predominante (em ocorrência) em relação a resposta *não* nos Grupos A e B.**

GRÁFICO 33: Box-Plot relativo as respostas dadas a P4 do Questionário Bloco I



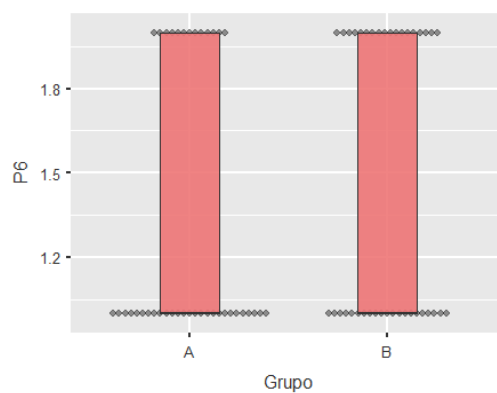
No Gráfico 34 (Box-Plot), a ocorrência da resposta *sim* encontra-se quantificada na parte inferior do gráfico (eixo 1), abaixo de 1,2. Já a ocorrência da resposta *não* encontra-se quantificada na parte superior do gráfico (eixo 2), acima de 1,8. **Observa-se, no Gráfico 34, que a resposta *sim* para “gosta de ver televisão” é predominante (em ocorrência) em relação a resposta *não* nos Grupos A e B.**

GRÁFICO 34: Box-Plot relativo as respostas dadas a P5 do Questionário Bloco I



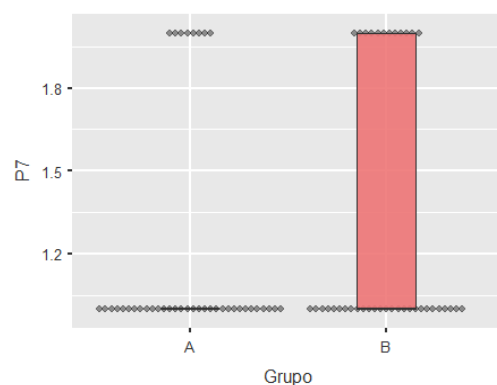
No Gráfico 35 (Box-Plot), a ocorrência da resposta *sim* encontra-se quantificada na parte inferior das barras verticais, no piso (1), abaixo de 1,2. Já a ocorrência da resposta *não* encontra-se quantificada na parte superior das barras verticais, no topo (2), acima de 1,8. **Observa-se, no Gráfico 35, que a resposta *sim* para “gosta de ler livros, jornais e revistas” é predominante (em ocorrência) em relação a resposta *não* nos Grupos A e B.**

GRÁFICO 35: Box-Plot relativo as respostas dadas a P6 do Questionário Bloco I



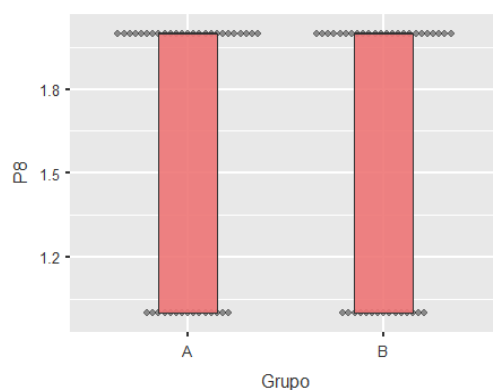
No Gráfico 36 (Box-Plot), a ocorrência da resposta *sim* encontra-se quantificada na parte inferior do gráfico (eixo 1), abaixo de 1,2. Já a ocorrência da resposta *não* encontra-se quantificada na parte superior do gráfico (eixo 2), acima de 1,8. **Observa-se, no Gráfico 36, que a resposta *sim* para “gosta de ouvir rádio e/ou podcasts” é predominante (em ocorrência) em relação a resposta *não* nos Grupos A e B.**

GRÁFICO 36: Box-Plot relativo as respostas dadas a P7 do Questionário Bloco I



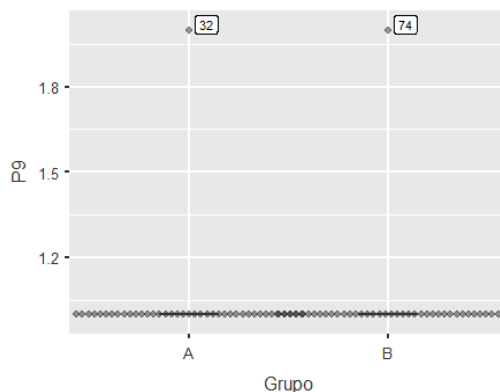
No Gráfico 37 (Box-Plot), a ocorrência da resposta *sim* encontra-se quantificada na parte inferior das barras verticais, no piso (1), abaixo de 1,2. Já a ocorrência da resposta *não* encontra-se quantificada na parte superior das barras verticais, no topo (2), acima de 1,8. **Observa-se, no Gráfico 37, que, nos Grupos A e B, a resposta *não* para “gosta de estudar Matemática” é predominante (em ocorrência) em relação a resposta *sim* nos Grupos A e B.**

GRÁFICO 37: Box-Plot relativo as respostas dadas a P8 do Questionário Bloco I



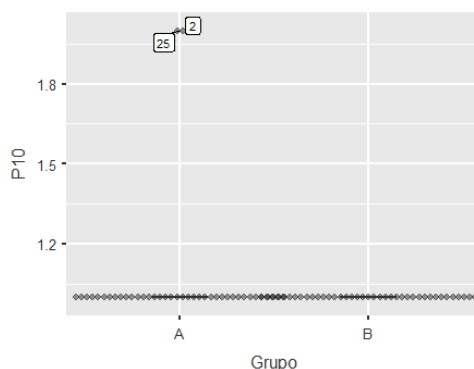
No Gráfico 38 (Box-Plot), a ocorrência da resposta *sim* encontra-se quantificada na parte inferior do gráfico (eixo 1), abaixo de 1,2. Já a ocorrência da resposta *não* se encontra quantificada na parte superior do gráfico (eixo 2), acima de 1,8. **Observa-se, no Gráfico 38, que a resposta *sim* para “possui acesso a computador e Internet em casa ou escola” é predominante (em ocorrência) em relação a resposta *não* nos Grupos A e B.**

GRÁFICO 38: Box-Plot relativo as respostas dadas a P9 do Questionário Bloco I



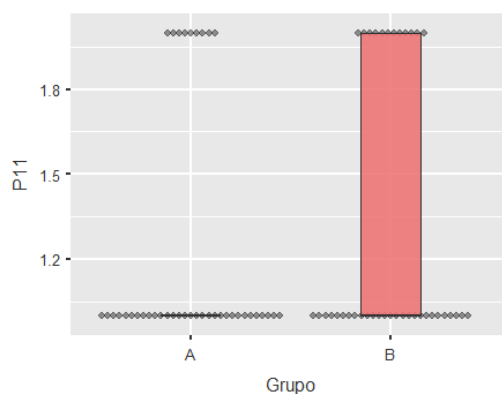
No Gráfico 39 (Box-Plot), a ocorrência da resposta *sim* encontra-se quantificada na parte inferior do gráfico (eixo 1), abaixo de 1,2. Já a ocorrência da resposta *não* encontra-se quantificada na parte superior do gráfico (eixo 2), acima de 1,8. **Observe, no Gráfico 39, que a resposta *sim* para “possui smartphone com acesso a Internet” é predominante (em ocorrência) em relação a resposta *não* nos Grupos A e B.**

GRÁFICO 39: Box-Plot relativo as respostas dadas a P10 do Questionário Bloco I



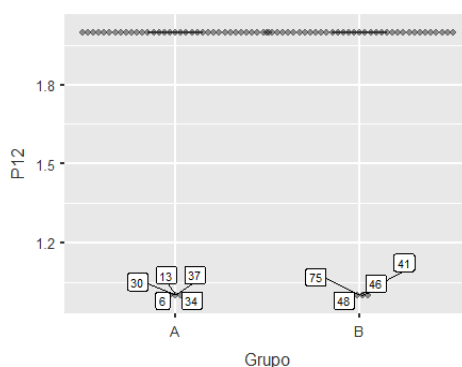
No Gráfico 40 (Box-Plot), a ocorrência da resposta *sim* encontra-se quantificada na parte inferior do gráfico (eixo 1), abaixo de 1,2. Já a ocorrência da resposta *não* encontra-se quantificada na parte superior do gráfico (eixo 2), acima de 1,8. **Observe, no Gráfico 40, que a resposta *sim* para “utiliza aplicações informáticas para fins educativos” é predominante (em ocorrência) em relação a resposta *não* nos Grupos A e B.**

GRÁFICO 40: Box-Plot relativo as respostas dadas a P11 do Questionário Bloco I



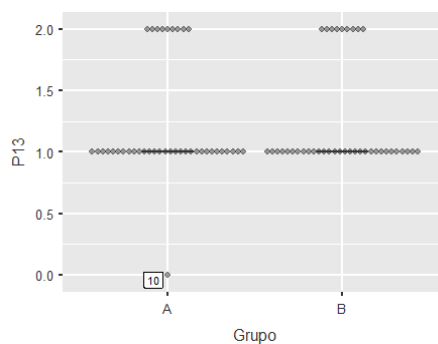
No Gráfico 41 (Box-Plot), a ocorrência da resposta *sim* encontra-se quantificada na parte inferior do gráfico (eixo 1), abaixo de 1,2. Já a ocorrência da resposta *não* encontra-se quantificada na parte superior do gráfico (eixo 2), acima de 1,8. **Observa-se, no Gráfico 41, que a resposta *não* para “domina outro idioma (inglês, italiano, alemão, etc.)” é predominante (em ocorrência) em relação a resposta *sim* nos Grupos A e B.**

GRÁFICO 41: Box-Plot relativo as respostas dadas a P12 do Questionário Bloco I



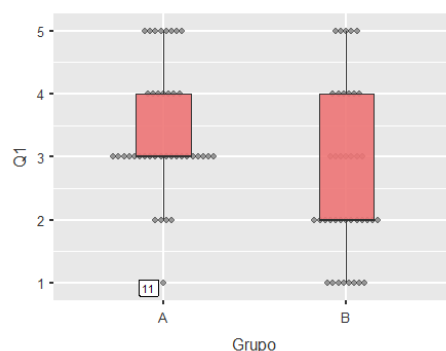
No Gráfico 42 (Box-Plot), a ocorrência da resposta *sim* encontra-se quantificada na parte inferior do gráfico, no eixo 1,0. Já a ocorrência da resposta *não* encontra-se quantificada na parte superior do gráfico, no eixo 2,0. No eixo zero (0,0), consta a ocorrência de uma resposta nula fornecida por um estudante (código 20) a P13 (dado 10 constante na Tabela 1, do Apêndice C deste trabalho de tese). **Observa-se, no Gráfico 42, que a resposta *sim* para “utiliza a biblioteca e laboratórios da escola” é predominante (em ocorrência) em relação a resposta *não* nos Grupos A e B.**

GRÁFICO 42: Box-Plot relativo as respostas dadas a P13 do Questionário Bloco I



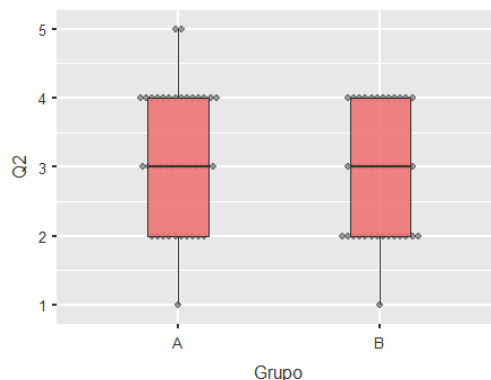
No Gráfico 43 (Box-Plot), considere a escala de resposta *likert*: (1) discordo totalmente; (2) discordo; (3) não concordo, nem discordo; (4) concordo; (5) concordo totalmente. Com efeito, observa-se o seguinte predomínio (quantitativo) de ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q1 do Questionário Bloco II: “Grupo A: (3) não concordo, nem discordo”; “Grupo B: (2) discordo”. **Em mediana, tem-se: “Grupo A: (3) não concordo, nem discordo”; “Grupo B: (2) discordo”.**

GRÁFICO 43: Box-Plot relativo as respostas dadas a Q1 do Questionário Bloco II



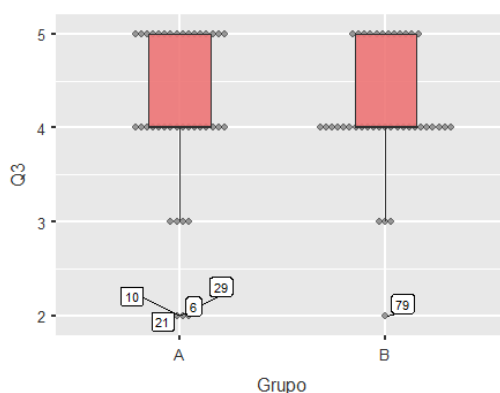
No Gráfico 44 (Box-Plot), considere a escala de resposta *likert*: (1) nunca; (2) raramente; (3) eventualmente; (4) frequentemente; (5) muito frequente. Com efeito, observa-se o seguinte predomínio (quantitativo) de ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q2 do Questionário Bloco II: “Grupo A: (4) frequentemente”; “Grupo B: (2) raramente”. **Em mediana, tem-se: “Grupo A: (3) eventualmente”; “Grupo B: (3) eventualmente”.**

GRÁFICO 44: Box-Plot relativo as respostas dadas a Q2 do Questionário Bloco II



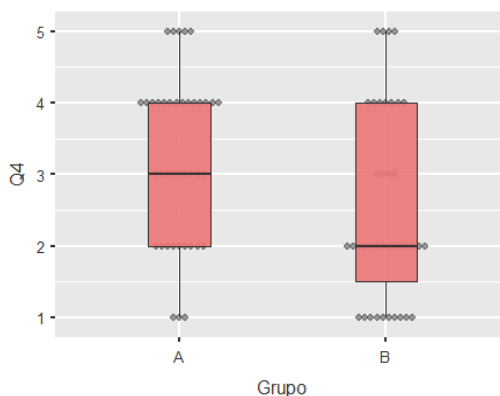
No Gráfico 45 (Box-Plot), considere a escala de resposta *likert*: (2) pouco importante; (3) mediana; (4) importante; (5) muito importante. Com efeito, observa-se o seguinte predomínio (quantitativo) de ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q3 do Questionário Bloco II: “Grupo A: (4) importante e (5) muito importante”; “Grupo B: (4) importante”. **Em mediana, tem-se: “Grupo A: (4) importante”; “Grupo B: (4) importante”.**

GRÁFICO 45: Box-Plot relativo as respostas dadas a Q3 do Questionário Bloco II



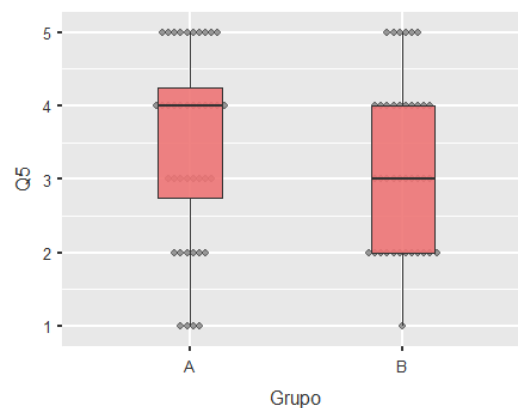
No Gráfico 46 (Box-Plot), considere a escala de resposta *likert*: (1) discordo totalmente; (2) discordo; (3) não concordo, nem discordo; (4) concordo; (5) concordo totalmente. Com efeito, observa-se o seguinte predomínio (quantitativo) de ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q4 do Questionário Bloco II: “Grupo A: (4) concordo”; “Grupo B: (2) discordo”. **Em mediana, tem-se: “Grupo A: (3) não concordo, nem discordo”; “Grupo B: (2) discordo”.**

GRÁFICO 46: Box-Plot relativo as respostas dadas a Q4 do Questionário Bloco II



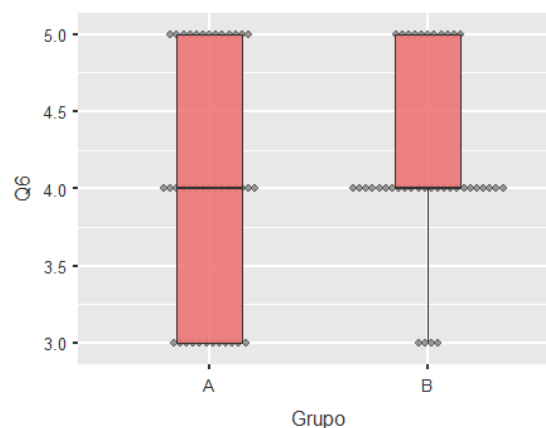
No Gráfico 47 (Box-Plot), considere a escala de resposta *likert*: (1) nunca; (2) raramente; (3) eventualmente; (4) frequentemente; (5) muito frequente. Com efeito, observa-se o seguinte predomínio (quantitativo) de ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q5 do Questionário Bloco II: “Grupo A: (4) frequentemente”; “Grupo B: (2) raramente”. **Em mediana, tem-se: “Grupo A: (4) frequentemente”; “Grupo B: (3) eventualmente”**.

GRÁFICO 47: Box-Plot relativo as respostas dadas a Q5 do Questionário Bloco II



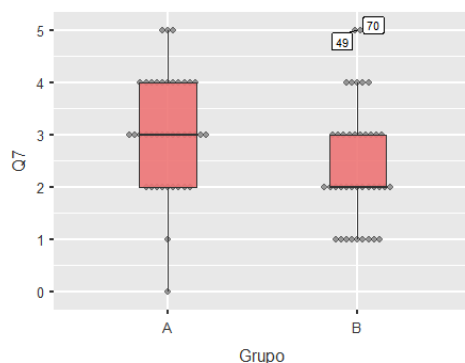
No Gráfico 48 (Box-Plot), considere apenas a escala de resposta *likert*: (3) mediana; (4) importante; (5) muito importante. Com efeito, observa-se o seguinte predomínio (quantitativo) de ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q6 do Questionário Bloco II: “Grupo A: (4) importante”; “Grupo B: (4) importante”. **Em mediana, tem-se: “Grupo A: (4) importante”; “Grupo B: (4) importante”**.

GRÁFICO 48: Box-Plot relativo as respostas dadas a Q6 do Questionário Bloco II



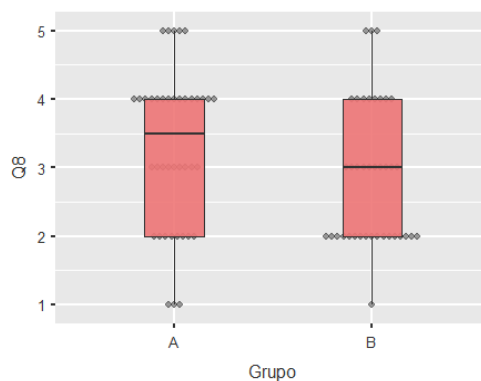
No Gráfico 49 (Box-Plot), considere (0) resposta nula ou branca (vazia); e a escala de resposta *likert*: (1) discordo totalmente; (2) discordo; (3) não concordo, nem discordo; (4) concordo; (5) concordo totalmente. Com efeito, observa-se o seguinte predomínio (quantitativo) de ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q7 do Questionário Bloco II: “Grupo A: (3) não concordo, nem discordo”; “Grupo B: (2) discordo”. **Em mediana, tem-se: “Grupo A: (3) não concordo, nem discordo”; “Grupo B: (2) discordo”.**

GRÁFICO 49: Box-Plot relativo as respostas dadas a Q7 do Questionário Bloco II



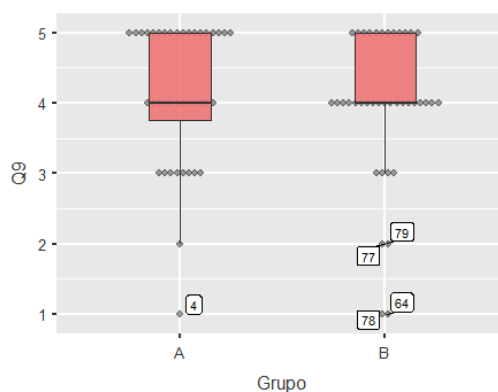
No Gráfico 50 (Box-Plot), considere a escala de resposta *likert*: (1) nunca; (2) raramente; (3) eventualmente; (4) frequentemente; (5) muito frequente. Com efeito, observa-se o seguinte predomínio (quantitativo) de ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q8 do Questionário Bloco II: “Grupo A: (4) frequentemente”; “Grupo B: (2) raramente”. **Em mediana, tem-se: “Grupo A: entre (3) e (4), ou seja, indefinido”; “Grupo B: (3) eventualmente ”.**

GRÁFICO 50: Box-Plot relativo as respostas dadas a Q8 do Questionário Bloco II



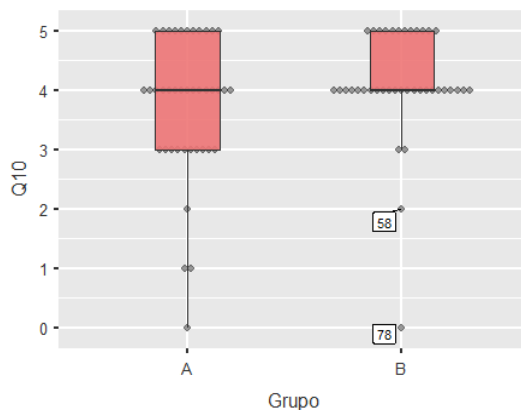
No Gráfico 51 (Box-Plot), considere a escala de resposta *likert*: (1) não é nada importante; (2) pouco importante; (3) mediana; (4) importante; (5) muito importante. Com efeito, observa-se o seguinte predomínio (quantitativo) de ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q9 do Questionário Bloco II: “Grupo A: (5) muito importante”; “Grupo B: (4) importante”. **Em mediana, tem-se: “Grupo A: (4) importante”; “Grupo B: (4) importante”.**

GRÁFICO 51: Box-Plot relativo as respostas dadas a Q9 do Questionário Bloco II



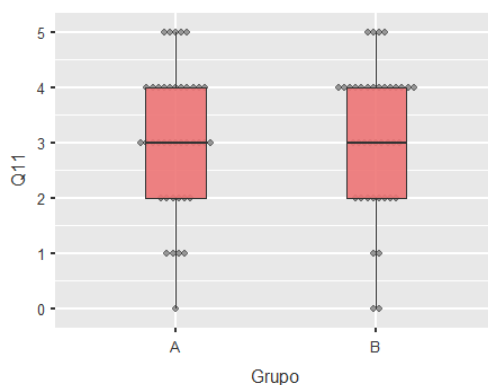
No Gráfico 52 (Box-Plot), considere (0) resposta nula ou branca (vazia); e a escala de resposta *likert*: (1) discordo totalmente; (2) discordo; (3) não concordo, nem discordo; (4) concordo; (5) concordo totalmente. Com efeito, observa-se o seguinte predomínio (quantitativo) de ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q10 do Questionário Bloco II: “Grupo A: (4) concordo”; “Grupo B: (4) concordo”. **Em mediana, tem-se: “Grupo A: (4) concordo”; “Grupo B: (4) concordo”.**

GRÁFICO 52: Box-Plot relativo as respostas dadas a Q10 do Questionário Bloco II



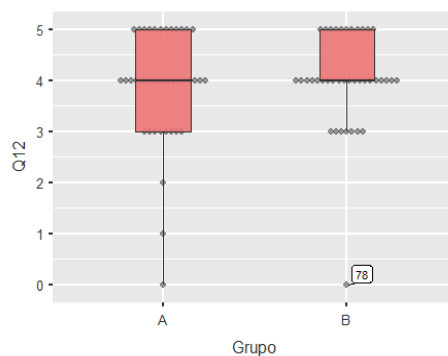
No Gráfico 53 (Box-Plot), considere (0) resposta nula ou branca (vazia); e a escala de resposta *likert*: (1) nunca; (2) raramente; (3) eventualmente; (4) frequentemente; (5) muito frequente. Com efeito, observa-se o seguinte predomínio (quantitativo) de ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q11 do Questionário Bloco II: “Grupo A: (3) eventualmente”; “Grupo B: (4) frequentemente”. **Em mediana, tem-se: “Grupo A: (3) eventualmente”; “Grupo B: (3) eventualmente”.**

GRÁFICO 53: Box-Plot relativo as respostas dadas a Q11 do Questionário Bloco II



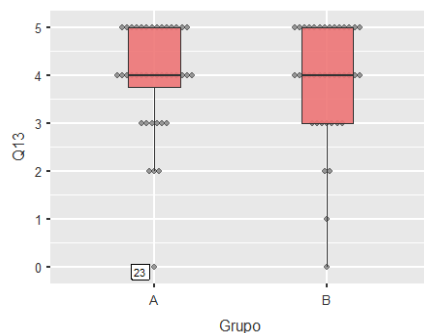
No Gráfico 54 (Box-Plot), considere (0) resposta nula ou branca (vazia); e a escala de resposta *likert*: (1) não é nada importante; (2) pouco importante; (3) mediana; (4) importante; (5) muito importante. Com efeito, observa-se o seguinte predomínio (quantitativo) de ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q12 do Questionário Bloco II: “Grupo A: (4) importante”; “Grupo B: (4) importante”. **Em mediana, tem-se: “Grupo A: (4) importante”; “Grupo B: (4) importante”.**

GRÁFICO 54: Box-Plot relativo as respostas dadas a Q12 do Questionário Bloco II



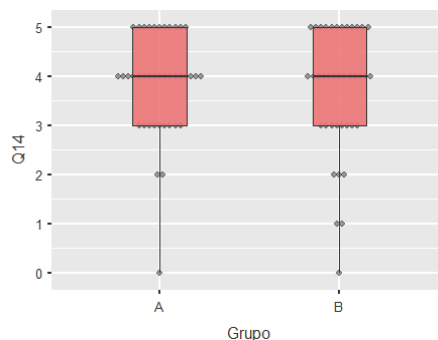
No Gráfico 55 (Box-Plot), considere (0) resposta nula ou branca (vazia); e a escala de resposta *likert*: (1) discordo totalmente; (2) discordo; (3) não concordo, nem discordo; (4) concordo; (5) concordo totalmente. Com efeito, observa-se o seguinte predomínio (quantitativo) de ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q13 do Questionário Bloco II: “Grupo A: (4) concordo”; “Grupo B: (4) concordo e (5) concordo totalmente”. **Em mediana, tem-se: “Grupo A: (4) concordo”; “Grupo B: (4) concordo”.**

GRÁFICO 55: Box-Plot relativo as respostas dadas a Q13 do Questionário Bloco II



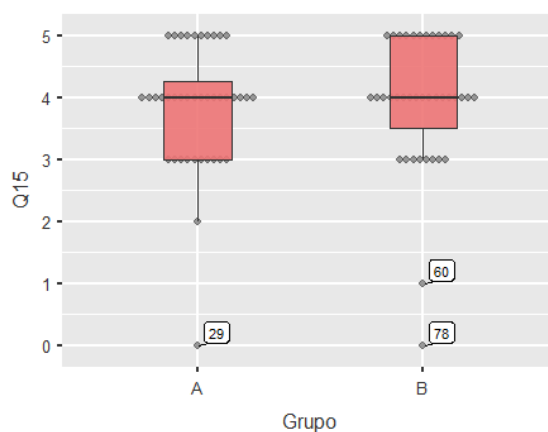
No Gráfico 56 (Box-Plot), considere (0) resposta nula ou branca (vazia); e a escala de resposta *likert*: (1) nunca; (2) raramente; (3) eventualmente; (4) frequentemente; (5) muito frequente. Com efeito, observa-se o seguinte predomínio (quantitativo) de ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q14 do Questionário Bloco II: “Grupo A: (4) frequentemente”; “Grupo B: (4) frequentemente”. **Em mediana, tem-se: “Grupo A: (4) frequentemente”; “Grupo B: (4) frequentemente”.**

GRÁFICO 56: Box-Plot relativo as respostas dadas a Q14 do Questionário Bloco II



No Gráfico 57 (Box-Plot), considere (0) resposta nula ou branca (vazia); e a escala de resposta *likert*: (1) não é nada importante; (2) pouco importante; (3) mediana; (4) importante; (5) muito importante. Com efeito, observa-se o seguinte predomínio (quantitativo) de ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q15 do Questionário Bloco II: “Grupo A: (4) importante”; “Grupo B: (4) importante”. **Em mediana, tem-se: “Grupo A: (4) importante”; “Grupo B: (4) importante”.**

GRÁFICO 57: Box-Plot relativo as respostas dadas a Q15 do Questionário Bloco II



Após a exposição de diversos gráficos relativos aos dados e resultados obtidos em Questionário, apresenta-se, no próximo subcapítulo, os resultados obtidos a partir do instrumento Entrevista.

7.3 Resultados Entrevista

Os dados relativos à entrevista são apresentados, neste subcapítulo, por meio de quadros (Quadro 1 a Quadro 6. No Quadro 1, constam os os estudantes dos Grupos A e B que foram entrevistados (observação: não serão exibidos os nomes dos estudantes, mas apenas os códigos que foram atribuídos a esses estudantes no início da pesquisa de campo). Ver o Quadro 1:

QUADRO 1: Estudantes Entrevistados

Códigos dos Estudantes Entrevistados	
Grupo A	<i>12 22 47 115 117</i>
Grupo B	<i>05 07 19 25 40 61 106</i>

Fonte: de autoria própria.

No Quadro 2, extraídos das entrevistas, constam comentários dos estudantes dos Grupos A e B, em especial, sobre o uso do *y_{mat}* (com *psi-zero*). Ver o Quadro 2:

QUADRO 2: Comentários dos Estudantes Entrevistados

Estudante (código/grupo)	Comentários (extraídos das entrevistas)
07/B	Do aplicativo eu acho que podia ser um pouco maior as imagens, pelo menos do celular.
25/B	Eu achei bem interessante a pesquisa, o trabalho todo em geral. (...) eu acho que não conseguiria fazer acertando as questões, se não tivesse usado o aplicativo.
22/A	Uma coisa que eu quero acrescentar aqui é sobre o aplicativo. (...) Este teste com um aplicativo para te ajudar a se localizar seria bem melhor, porque tu está no meio do teste, tu não consegue se localizar muito bem, mas tipo com um exemplo, tu consegue melhor. (...) a pessoa sem os exemplos, sem os desenhos, se não fizer vai ficar bem mais complicado. Então meio que eu tive que fazer uns desenhos para dar uma ajuda, senão não ia dar certo.
19/B	Eu gostaria de comentar sobre o aplicativo. Eu acho que ele é muito bom, principalmente para pessoas que tenham o raciocínio mais como eu, porque eu não entendo na hora da explicação por palavras, eu entendo mais pelos desenhos, pelos exemplos e isso facilita bastante na hora de fazer alguma atividade, tanto não só na matemática, mas como em qualquer outra atividade.
12/A	(...) a ideia do aplicativo, achei bem interessante e bem criativo, então aposto que vai ajudar muitas pessoas, porque não é todo mundo que tem o mesmo grau de inteligência, né?
40/B	Eu respondi bem sincero à parte do questionário que foi passado. Eu fui bem sincero nas respostas dos benefícios que o aplicativo traz e eu acho que isso é bem importante não só para as crianças, mas também por um todo, desde do pequeno ao maior. Acho que seria bem importante ter esse conhecimento que dali traz para gente. Tipo, não só passar o que é rotineiro no quadro, mas ter uma prática mais legal de ser desenvolvida com as crianças e/ou com adolescentes.
47/A	Foi uma experiência nova fazer esse teste.
115/A	Eu acredito que não... Acredito assim, como a gente teve dificuldade na questão um, talvez a proposta do aplicativo fosse facilitar (o nosso grupo foi o que ficou sem o aplicativo). Não precisaria ter feito tantos rabiscos, que nem eu fiz na questão para conseguir chegar. E a dois também. Talvez não tivesse causado tanta estranheza no início como foi, então acho que a ideia do aplicativo vai ser show de bola. Não tenho muito que falar.
106/B	Esse aplicativo é algo muito interessante. (...) eu espero que vá para frente, mesmo que a gente do terceiro ano esteja saindo e talvez não vá usufruir desse aplicativo. Mas, eu espero que ele vá para frente e ele seja concluído. Seja um sucesso para as próximas gerações. Para os meus irmãos que estão vindo para estudar, isso vai ser algo muito bom na ajuda do raciocínio mais rápido e tal, e não daquela coisa de pegar pronto, sabe? Dai não aprendi nada.
61/B, 117/A e 05/B	Sem comentários

Fonte: da pesquisa.

No Quadro 3, considerando a proposição da Questão 01 em Entrevista, constam as respostas básicas que foram dadas pelos estudantes entrevistados a Questão 01:

QUADRO 3: Respostas dadas pelos Estudantes a Questão 01 da Entrevista

<i>Qual foi a questão mais difícil de resolver no teste de desempenho? (Justifique sua resposta!)</i>	
<i>Questão 01 da Entrevista</i>	Respostas Apuradas
	Primeira
Grupo A	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%; background-color: #c8e6c9; padding: 5px;"> <p><i>Estudante 22:</i> Foi a um. Porque (...) eu não estava conseguindo me localizar na questão.</p> <p><i>Estudante 47:</i> Eu acho que é a questão um. A gente não teve alternativas para responder.</p> <p><i>Estudante 115:(...)</i> a mais difícil foi a número um. (...) eu tive um pouco de dificuldade para conseguir entender certinho qual era o traçado ou por onde é que o ponto ia percorrer.</p> </div> <div style="width: 45%; background-color: #e8eaf6; padding: 5px;"> <p><i>Estudante 12:</i> (...) eu acredito que a mais difícil é a número dois, porque é algo mais complexo e que exige mais imaginação mesmo.</p> <p><i>Estudante 117:</i> A segunda, porque eu acho que não tinha nada pra começar a guiar. (...) Nem sabia como é que era o tabuleiro, nem de dominó, porque eu não sei jogar.</p> </div> </div>
Grupo B	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%; background-color: #ffe0b2; padding: 5px;"> <p><i>Estudante 05:</i> Eu acho que foi a questão número um. Por causa da questão de ela poder não parar. E sobre o aumento e diminuição de velocidade da bola de bilhar.</p> <p><i>Estudante 19:</i> Entre as duas, acredito que seja a primeira por conta que como eu usei o aplicativo na parte dos desenhos, eu me confundia bastante com os quadrados e as linhas, que acabou fazendo eu errar na contagem (...).</p> <p><i>Estudante 25:</i> a que deu um pouquinho mais de embaralho na cabeça foi a questão um, pois era a questão que mostrava só metade da resposta e a gente devia descobrir o resto.</p> <p><i>Estudante 61:</i> A mais difícil foi a questão número um, porque apesar dos desenhos e do aplicativo, foi muito difícil de conseguir entender o raciocínio e a lógica.</p> </div> <div style="width: 45%; background-color: #bbdefb; padding: 5px;"> <p><i>Estudante 07:</i> A questão mais difícil que eu achei para resolver foi a questão número... a segunda no caso, porque tinha o dominó. Eu entrei no aplicativo e daí do aplicativo eu não estava vendo certinho qual é que é...</p> <p><i>Estudante 40:</i> Eu acho que foi a do dominó. Porque, se não tivesse a imagem ali para ver certamente o jeito que foi colocado para saber dentro do tabuleiro de xadrez, eu não conseguiria fazer.</p> <p><i>Estudante 106:</i> Para mim foi a questão dois. Eu usei o aplicativo, mas eu penso assim: se eu não tivesse o aplicativo, eu acho que eu não teria conseguido resolver, porque eu achei ela muito complicada de imaginar.</p> </div> </div>

Fonte: da pesquisa

No Quadro 4, considerando a proposição da Questão 02 em Entrevista, constam as respostas básicas que foram dadas pelos estudantes entrevistados a Questão 02:

QUADRO 4: Respostas dadas pelos Estudantes a Questão 02 da Entrevista

<i>Quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão 01 do teste de desempenho?</i>		
<i>Questão 02 da Entrevista</i>	Respostas Apuradas	
	Facilidades	
Grupo A	<p><i>Estudante 12:</i> Olha, foi bem simples. Na verdade era mais fácil do que a questão dois, porque tinha figura e era bem mais simples, só mexer o dedinho...</p> <p><i>Estudante 117:</i> Ah, a facilidade: como não tinha o aplicativo, foi desenhar, tentar se guiar com a caneta mesmo no primeiro ponto quadriculado (...)</p>	<p><i>Estudante 22:</i> Se localizar com as palavras que estão ali (...). Tipo, ele pedia para sair de um lugar para ir para outro e assim... tu não pensar não sabia qual o lugar certinho (...).</p> <p><i>Estudante 47:</i> Foi um pouco mais complicado saber em qual direção o ponto iria seguir.</p> <p><i>Estudante 115:</i> (...) difícil imaginar o traçado que a bolinha ia percorrer ali. (...) Eu traçava de um jeito. Ai eu pensava será que é assim? Ai eu voltava para o início, traçava de outro, pensava Meu Deus, o que eu faço agora?</p>
	Grupo B	<p><i>Estudante 106:</i> Como eu usei o aplicativo, achei que foi muito fácil. (...) eu gostei que esse aplicativo não te entrega pronto, tu tem que ter uma linha de raciocínio ainda no final (...).</p> <p><i>Estudante 61:</i> (...) com o aplicativo a gente pôde ver o desenho mais claramente (...).</p> <p><i>Estudante 19:</i> Com o uso do aplicativo, as facilidades foram que a gente tinha um desenho e já mostrava onde percorria as linhas (...).</p> <p><i>Estudante 07:</i> (...) tu entrou no aplicativo, ali na questão um, já estava bem desenhadinho como é que tinha que fazer, ai eu só fui seguindo.</p> <p><i>Estudante 40:</i> Facilidade foi a partir do momento que eu peguei o aplicativo e olhei e contei uns quadrados que a linha passava, até juntar de novo.</p> <p><i>Estudante 61:</i> A dificuldade foi mais, por não saber exatamente o ponto, no caso, continuar o desenho, o percorrido do desenho.</p> <p><i>Estudante 05:</i> É isso mesmo sobre a questão de velocidade.</p> <p><i>Estudante 19:</i> (...) a dificuldade foi na hora da contagem que eu acabava contando errado e teria que repetir tudo de novo.</p> <p><i>Estudante 40:</i> Minha dificuldade foi de achar o ângulo certo para cursar a linha.</p> <p><i>Estudante 25:</i> (...) a questão um mostrava metade do resultado, ao contrário da segunda questão, que mostrava todo o resultado. Então a gente tinha que meio que calcular o resto do caminho que a bola de bilhar percorreria.</p>

Fonte: da pesquisa.

No Quadro 5, considerando a proposição da Questão 03 em Entrevista, constam as respostas básicas que foram dadas pelos estudantes entrevistados a Questão 03:

QUADRO 5: Respostas dadas pelos Estudantes a Questão 03 da Entrevista

<i>Quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão 02 do teste de desempenho?</i>																						
<i>Questão 03 da Entrevista</i>	Respostas Apuradas																					
	Facilidades																					
Grupo A	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center;">Facilidades</th> <th style="width: 50%; text-align: center;">Dificuldades</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="background-color: #d9ead3; padding: 5px;"><i>Estudante 117:</i> (...) tentar desenhar um tabuleiro (...)</td> <td rowspan="4" style="background-color: #d9ead3; padding: 5px;"><i>Estudante 47:</i> (...) mas que foi um pouco difícil também pela questão de não ter o comprimento do tabuleiro, exatamente onde eu colocaria as pecinhas seis por dois (obs.: o correto é cinco por dois).</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #d9ead3; padding: 5px;"><i>Estudante 22:</i> (...) eu consegui pensar um pouco mais por ela ter um certo exemplo (...).</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #d9ead3; padding: 5px;"><i>Estudante 12:</i> a questão ter várias opções (...).</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #d9ead3; padding: 5px;"><i>Estudante 47:</i> (...) eu poder imaginar, como se estivesse o tabuleiro ali.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #d9ead3; padding: 5px;"><i>Estudante 115:</i> Quando eu desenhei, ficou mais fácil.</td> <td style="background-color: #d9ead3; padding: 5px;"><i>Estudante 12:</i> Acho que, como não tinha figura, aí podia vir qualquer coisa na cabeça. Acredito que essa é a principal dificuldade.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #fce4d6; padding: 5px;"><i>Estudante 106:</i> (...) com o aplicativo, como tinha o desenho lá dele, ele facilitou muito, porque daí a gente conseguia imaginar e contar (...).</td> <td style="background-color: #fce4d6; padding: 5px;"><i>Estudante 106:</i> Talvez eu não saberia responder sem o aplicativo, porque imaginar seria muito difícil.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #fce4d6; padding: 5px;"><i>Estudante 61:</i> A facilidade foi que a gente foi eliminando as alternativas da questão dois.</td> <td style="background-color: #fce4d6; padding: 5px;"><i>Estudante 40:</i> a dificuldade de tu não ter nada. É isso.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #fce4d6; padding: 5px;"><i>Estudante 40:</i> (...) eu sem o aplicativo, não sei se eu conseguiria fazer o que está ilustrado (...) A facilidade de ter uma coisa que te auxilia (...).</td> <td style="background-color: #fce4d6; padding: 5px;"><i>Estudante 07:</i> Bah, na dois, ali eu não tinha entendido certo por causa que eu entrei lá no aplicativo (...) ficou meio pequeno para olhar...</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #fce4d6; padding: 5px;"><i>Estudante 19:</i> (...) as facilidades foram a parte do desenho (...).</td> <td style="background-color: #fce4d6; padding: 5px;"><i>Estudante 19:</i> A dificuldade foi na hora de ter uma noção de que poderia colocar todos os dominós, na número dois.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #fce4d6; padding: 5px;"><i>Estudante 05:</i> A facilidade foi poder colocar um do lado do outro. (...) foi poder fazer na prática.</td> <td style="background-color: #fce4d6; padding: 5px;"><i>Estudante 05:</i> A dificuldade foi sobre pensar em poder empilhar ele.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #fce4d6; padding: 5px;"><i>Estudante 25:</i> A questão dois não foi nada difícil, pois a resposta já estava quase na nossa cara.</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Facilidades	Dificuldades	<i>Estudante 117:</i> (...) tentar desenhar um tabuleiro (...)	<i>Estudante 47:</i> (...) mas que foi um pouco difícil também pela questão de não ter o comprimento do tabuleiro, exatamente onde eu colocaria as pecinhas seis por dois (obs.: o correto é cinco por dois).	<i>Estudante 22:</i> (...) eu consegui pensar um pouco mais por ela ter um certo exemplo (...).	<i>Estudante 12:</i> a questão ter várias opções (...).	<i>Estudante 47:</i> (...) eu poder imaginar, como se estivesse o tabuleiro ali.	<i>Estudante 115:</i> Quando eu desenhei, ficou mais fácil.	<i>Estudante 12:</i> Acho que, como não tinha figura, aí podia vir qualquer coisa na cabeça. Acredito que essa é a principal dificuldade.	<i>Estudante 106:</i> (...) com o aplicativo, como tinha o desenho lá dele, ele facilitou muito, porque daí a gente conseguia imaginar e contar (...).	<i>Estudante 106:</i> Talvez eu não saberia responder sem o aplicativo, porque imaginar seria muito difícil.	<i>Estudante 61:</i> A facilidade foi que a gente foi eliminando as alternativas da questão dois.	<i>Estudante 40:</i> a dificuldade de tu não ter nada. É isso.	<i>Estudante 40:</i> (...) eu sem o aplicativo, não sei se eu conseguiria fazer o que está ilustrado (...) A facilidade de ter uma coisa que te auxilia (...).	<i>Estudante 07:</i> Bah, na dois, ali eu não tinha entendido certo por causa que eu entrei lá no aplicativo (...) ficou meio pequeno para olhar...	<i>Estudante 19:</i> (...) as facilidades foram a parte do desenho (...).	<i>Estudante 19:</i> A dificuldade foi na hora de ter uma noção de que poderia colocar todos os dominós, na número dois.	<i>Estudante 05:</i> A facilidade foi poder colocar um do lado do outro. (...) foi poder fazer na prática.	<i>Estudante 05:</i> A dificuldade foi sobre pensar em poder empilhar ele.	<i>Estudante 25:</i> A questão dois não foi nada difícil, pois a resposta já estava quase na nossa cara.	
Facilidades	Dificuldades																					
<i>Estudante 117:</i> (...) tentar desenhar um tabuleiro (...)	<i>Estudante 47:</i> (...) mas que foi um pouco difícil também pela questão de não ter o comprimento do tabuleiro, exatamente onde eu colocaria as pecinhas seis por dois (obs.: o correto é cinco por dois).																					
<i>Estudante 22:</i> (...) eu consegui pensar um pouco mais por ela ter um certo exemplo (...).																						
<i>Estudante 12:</i> a questão ter várias opções (...).																						
<i>Estudante 47:</i> (...) eu poder imaginar, como se estivesse o tabuleiro ali.																						
<i>Estudante 115:</i> Quando eu desenhei, ficou mais fácil.	<i>Estudante 12:</i> Acho que, como não tinha figura, aí podia vir qualquer coisa na cabeça. Acredito que essa é a principal dificuldade.																					
<i>Estudante 106:</i> (...) com o aplicativo, como tinha o desenho lá dele, ele facilitou muito, porque daí a gente conseguia imaginar e contar (...).	<i>Estudante 106:</i> Talvez eu não saberia responder sem o aplicativo, porque imaginar seria muito difícil.																					
<i>Estudante 61:</i> A facilidade foi que a gente foi eliminando as alternativas da questão dois.	<i>Estudante 40:</i> a dificuldade de tu não ter nada. É isso.																					
<i>Estudante 40:</i> (...) eu sem o aplicativo, não sei se eu conseguiria fazer o que está ilustrado (...) A facilidade de ter uma coisa que te auxilia (...).	<i>Estudante 07:</i> Bah, na dois, ali eu não tinha entendido certo por causa que eu entrei lá no aplicativo (...) ficou meio pequeno para olhar...																					
<i>Estudante 19:</i> (...) as facilidades foram a parte do desenho (...).	<i>Estudante 19:</i> A dificuldade foi na hora de ter uma noção de que poderia colocar todos os dominós, na número dois.																					
<i>Estudante 05:</i> A facilidade foi poder colocar um do lado do outro. (...) foi poder fazer na prática.	<i>Estudante 05:</i> A dificuldade foi sobre pensar em poder empilhar ele.																					
<i>Estudante 25:</i> A questão dois não foi nada difícil, pois a resposta já estava quase na nossa cara.																						
Grupo B																						

Fonte: da pesquisa.

No Quadro 6, considerando a proposição da Questão 04 em Entrevista, constam as respostas básicas que foram dadas pelos estudantes entrevistados a Questão 04:

QUADRO 6: Respostas dadas pelos Estudantes a Questão 04 da Entrevista

<p><i>O estudante fez desenhos ou utilizou figuras/imagens para facilitar a resolução das questões de contagem propostas no teste de desempenho? (Comente sua resposta!)</i></p>		
<p>Questão 04 da Entrevista</p>	<p>Respostas Apuradas</p>	
	<p>Desenhos</p>	<p>Figuras/Imagens</p>
<p>Grupo A</p>	<p><i>Estudante 117:</i> Sim. Eu fiz. Na primeira foi feito bastante desenho por causa que eu não entendi muito bem a questão.</p> <p><i>Estudante 22:</i> Na questão um, (...) Eu fiz até um desenho, mas na dois eu precisei mesmo fazer um desenho para pensar certinho.</p> <p><i>Estudante 115:</i> Primeiro eu desenhei a pecinha e depois o tabuleiro para conseguir visualizar bem.</p>	<p><i>Estudante 12:</i> Olha, só usei a figura que teve na questão um. Na questão dois, não usei figura. Não. Só na cabeça. Imaginei, tive que imaginar, né? e não tinha ali a imagem e imaginei o tabuleiro.</p> <p><i>Estudante 47:</i> Na verdade, eu nem sabia que podia ter feito algum desenho. Foi mais pela imaginação mesmo para tentar resolver as questões.</p>
	<p><i>Estudante 40:</i> Na folha eu fiz. Eu esbocei para tentar chegar no resultado com o auxílio do coiso.</p> <p><i>Estudante 61:</i> Tinha uma figura que a gente desenhou e também foi por eu ter ali, sabe? A gente saber onde iniciar.</p> <p><i>Estudante 106:</i> Tipo, na primeira tinha aquele desenho que a gente tinha nos quadrinhos. Só não tinha a linha. Daí, para pegar o raciocínio eu cheguei a desenhar a linha.</p>	<p><i>Estudante 25:</i> Eu utilizei as imagens que o próprio aplicativo me disponibilizou (...).</p> <p><i>Estudante 05:</i> (...) Sim. Para mim foi muito mais fácil, porque também vendo, como se diz mastigado, é muito mais fácil de entrar na cabeça e também resolver.</p> <p><i>Estudante 07:</i> Eu olhei no aplicativo o desenho e daí eu estava meio que dando umas contagens lá.</p> <p><i>Estudante 40:</i> Eu usei os desenhos, mais as figuras que estavam lá dentro.</p> <p><i>Estudante 61:</i> (...) na questão dois foi utilizado o aplicativo para poder ver a imagem (...).</p> <p><i>Estudante 106:</i> (...) Eu não cheguei a tentar desenhar porque eu tinha no aplicativo o desenho.</p> <p><i>Estudante 19:</i> (...) usei as imagens do próprio aplicativo e fiquei imaginando como é que seria.</p>

Fonte: da pesquisa.

No próximo subcapítulo, serão apresentados os resultados do Teste de Desempenho (composto por duas questões de contagem) que foi aplicado em 85 estudantes da EEEMFV.

7.4 Resultados Teste de Desempenho

Apresenta-se, neste subcapítulo, por meio, de tabela e gráfico, os resultados obtidos com a aplicação do instrumento Teste de Desempenho. Ver a Tabela 4:

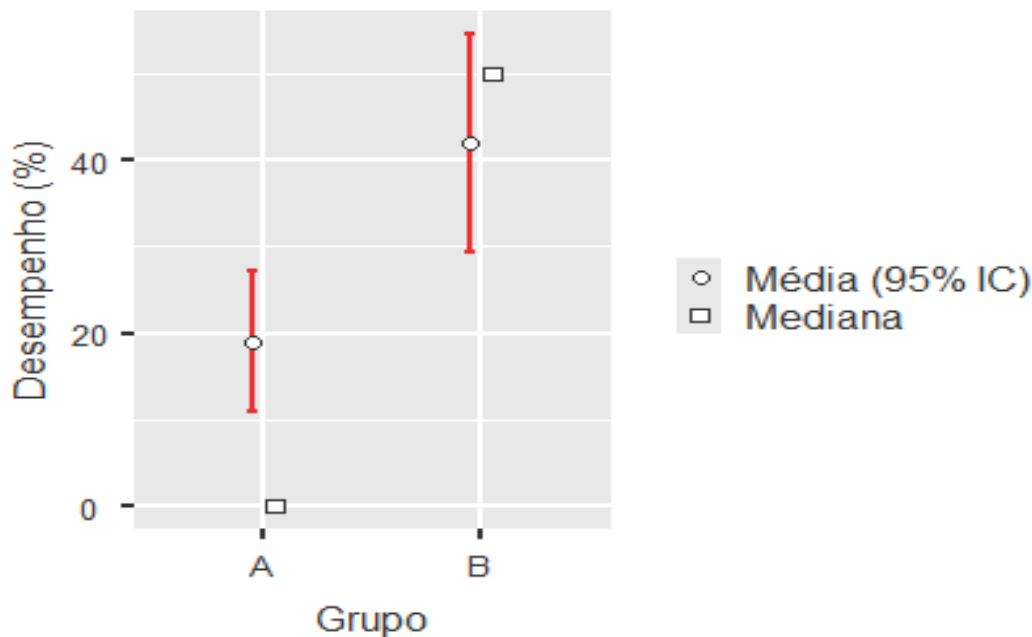
TABELA 4: Estatísticas Descritivas Obtidas em Teste de Desempenho

	Grupo	Desempenho (%)
N (=85)	A (=42)	
	B(=43)	
Moda	A	0,00
	B	0,00
Mediana	A	0,00
	B	50
Média	A	19
	B	41,9
Desvio-padrão	A	26,9
	B	42,2
Variância	A	726
	B	1777
Amplitude	A	100
	B	100
25º percentil	A	0,00
	B	0,00
50º percentil	A	0,00
	B	50,0
75º percentil	A	50,0
	B	100

Fonte: da pesquisa.

Veja o Gráfico 58, de Desempenho (%) x Grupo, que ilustra, de modo comparativo, a superioridade do Desempenho (%) alcançado pelo Grupo B em relação ao Grupo A (no que tange a resolução de problemas de contagem constantes em Teste de Desempenho):

GRÁFICO 58: Desempenho (%) x Grupo



Fonte: da pesquisa.

Observa-se, no Gráfico 58, que tanto a *média* quanto a *mediana* do Grupo *B* é significativamente maior do que a apresentada pelo Grupo *A*. Ressalta-se, ainda, que embora a *moda* não tenha sido efetivamente apresentada no Gráfico 58, pode-se facilmente obter a sua posição gráfica para os Grupos *A* e *B*, marcando-se os pontos de intersecção do eixo zero com o eixo dos Grupos *A* e *B*. Note que, na Tabela 4 (exposta na página anterior), consta o valor zero para a *moda* de ambos Grupos *A* e *B*.

7.5 Resumo do capítulo

Neste capítulo, constam todos os resultados obtidos por meio da pesquisa de campo realizada na EEEMFV, cujos dados brutos foram recolhidos a partir da aplicação de Questionário; Entrevista; e Teste de Desempenho. Os resultados do Questionário foram expostos por meio de gráficos de barras, onde é possível visualizar em números o conjunto das respostas dadas pelos estudantes dos Grupos *A* e *B*, às perguntas P_{1-13} e questões Q_{1-15} do questionário.

Os resultados obtidos em Entrevista (conteúdos relevantes) foram organizados em quadros. Os resultados obtidos em Teste de Desempenho foram organizados em tabela (onde figuram estatísticas, como, *moda*, *média*, *mediana*, *amplitude*, *variância*, *desvio padrão*, etc.) e expostos em gráfico de Desempenho (%) x Grupo (resultados significativos de desempenho). Por fim, observa-se que, no capítulo VIII, será realizada a análise e discussão dos resultados apresentados.

CAPÍTULO VIII – ANÁLISE E DISCUSSÃO

Este capítulo apresenta a análise e discussão dos principais resultados obtidos na pesquisa de campo realizada na EEEMFV, considerando a recolha de dados feita por meio da aplicação dos instrumentos Questionário, Entrevista e Teste de Desempenho.

8.1 Introdução

A análise de dados do estudo empreendido na EEEMFV foi realizada por meio de *análise estatística descritiva e análise de respostas a questões abertas*. A *análise estatística descritiva* foi empregada em dados obtidos por meio de Questionário e Teste de Desempenho, sendo feita basicamente com auxílio do programa de computador *Jamovi*. Já a *análise de respostas a questões abertas* foi aplicada em Entrevista. Como as quatro perguntas (questões abertas) feitas na Entrevista foram diretas e de fácil entendimento, foi possível alocar, sem maiores dificuldades, as descrições essenciais das respostas dadas pelos estudantes em certas categorias pré-estabelecidas, expostas em quadros (veja o subcapítulo 7.3, capítulo VII, de resultados obtidos), o que facilitou a quantificação das respostas dadas pelos estudantes entrevistados e a dedução de certas conclusões, a serem expostas neste capítulo.

8.2 Análise e discussão dos resultados obtidos em Questionário

O instrumento Questionário foi aplicado em 79 estudantes (divididos em Grupo A e B), sendo composto por dois blocos: Bloco I (Perfil do Estudante) e Bloco II (*modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem). O Bloco I contou com 13 perguntas (com dois campos de resposta: aqui denominados 1 e 2) acerca do perfil do estudante.

Já o Bloco II contou com 15 questões, cujos campos de resposta foram elaborados em escala *Likert*. No Apêndice B, deste trabalho de pesquisa, consta o Questionário Aplicado (Blocos I e II).

No Bloco I, do Questionário, foram feitas as seguintes perguntas (com dois campos de resposta: 1 e 2):

- P1: Sexo: (1) *masculino* ou (2) *feminino*.
- P2: Turno de estudo: (1) *diurno* ou (2) *noturno*.
- P3: Idade: (1) *13 a 16 anos* ou (2) *mais de 16 anos*.
- P4: Exerce atividade profissional: (1) *sim* ou (2) *não*.
- P5: Gosta de ver televisão: (1) *sim* ou (2) *não*.
- P6: Gosta de ler livros, jornais e revistas: (1) *sim* ou (2) *não*.
- P7: Gosta de ouvir rádio e/ou podcasts: (1) *sim* ou (2) *não*.
- P8: Gosta de estudar Matemática: (1) *sim* ou (2) *não*.
- P9: Possui acesso a computador e internet em casa ou escola: (1) *sim* ou (2) *não*.
- P10: Possui smartphone com acesso à internet: (1) *sim* ou (2) *não*.
- P11: Utiliza aplicações informáticas para fins educativos: (1) *sim* ou (2) *não*.
- P12: Domina outro idioma (inglês, italiano, alemão etc.): (1) *sim* ou (2) *não*.
- P13: Utiliza a biblioteca e laboratórios da escola: (1) *sim* ou (2) *não*.

De posse do resultado das respostas dadas pelos 79 estudantes (Grupos A e B) às 13 perguntas do questionário (veja o subcapítulo 7.2, capítulo VII, de resultados obtidos), procedeu-se uma análise estatística dos dados, de maneira que, obteve-se, na Tabelas 5, as seguintes informações sobre a mediana das respostas dadas às perguntas do Questionário Bloco I:

TABELA 5: Mediana das respostas dadas as perguntas do Questionário Bloco I

	Grupo	P 1	P 2	P 3	P 4	P 5	P 6	P 7	P 8	P 9	P 10	P 11	P 12	P 13
N	A	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
	B	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39
Mediana	A	1	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	2	1
	B	1	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	2	1

Fonte: da pesquisa.

Analisando as informações constantes na Tabela 5, facilmente, se percebe que o perfil dos estudantes dos Grupos *A* e *B*, em mediana, é o mesmo. Ou seja, em mediana, para os Grupos *A* e *B* de estudantes, têm-se o seguinte perfil: estudantes do sexo masculino; turno de estudo noturno; com mais de 16 anos; que exercem atividade profissional; gostam de ver televisão; ler livros, jornais e revistas; gostam de ouvir rádio e/ou podcasts; **não gostam de estudar Matemática**; possuem acesso a computador e Internet em casa ou escola; possuem *smartphone* com acesso à Internet; utilizam aplicações informáticas para fins educativos; **não dominam outro idioma (inglês, italiano, alemão etc.)**; e, por fim, utilizam a biblioteca e laboratórios da escola.

No Perfil dos Estudantes, dos Grupos *A* e *B*, chama a atenção o facto de (em mediana) **não gostarem de estudar Matemática** e, também, **não dominarem outro idioma (inglês, italiano, alemão etc.)**. Estas duas características marcantes, reveladas no Perfil dos Estudantes, podem estar diretamente relacionadas a uma causa comum, que pode estar ligada aos desempenhos insatisfatórios apresentados pelos estudantes brasileiros na área de Matemática do PISA. O caso aqui exposto merece investigação e poderá ser tratado em trabalho futuro.

No Bloco II, do Questionário, foram propostas as seguintes questões (com cinco campos de resposta em escala *likert*: denominados 5,4,3,2,1)

Q1: Você concorda que é mais difícil resolver a questão 01 do teste de desempenho com o uso do *modelo psi-zero*?

Q2: O *modelo psi-zero* explora o uso de figuras/imagens de objetos concretos (como, dominós e bolas de bilhar) na resolução de problemas de contagem. Com que frequência você resolve problemas de contagem com representações visuais de objetos concretos?

Q3: Para você é importante que o *modelo psi-zero* explore adequadamente representações visuais de objetos concretos na resolução de problemas de contagem?

Q4: Você concorda que é mais fácil resolver a questão 02 do teste de desempenho sem o uso do *modelo psi-zero*?

- Q5: O *modelo psi-zero* poderá explorar o uso de desenhos na resolução de problemas de contagem. Você utiliza desenhos para resolver problemas de contagem?
- Q6: Para você é importante que o *modelo psi-zero* explore adequadamente desenhos na resolução de problemas de contagem?
- Q7: Você concorda que o uso do *modelo psi-zero* dificulta a representação visual de um problema de contagem?
- Q8: O *modelo psi-zero* explora o uso de figuras/imagens de objetos do dia-a-dia na resolução de problemas de contagem. Com que frequência você utiliza figuras/imagens de objetos do dia-a-dia para resolver problemas de contagem?
- Q9: Para você é importante que o *modelo psi-zero* utilize figuras/imagens de objetos do dia-a-dia para facilitar a resolução de problemas de contagem?
- Q10: Você concorda que é mais fácil resolver a questão 01 do teste de desempenho com o *modelo psi-zero*, visto que, pode-se representar o ponto que se move num retângulo por uma bola de bilhar que se movimenta numa mesa de formato retangular?
- Q11: O *modelo psi-zero* poderá explorar o uso de textos, áudios e vídeos instrutivos na resolução de problemas de contagem. Você utiliza textos, áudios e vídeos instrutivos para resolver problemas de contagem?
- Q12: Para você é importante que o *modelo psi-zero* utilize áudios, textos e vídeos instrutivos para facilitar a resolução de problemas de contagem?
- Q13: Você concorda que o uso do *modelo psi-zero* com objetos de aprendizagem interativos (como, por exemplo, simuladores e videogames educacionais) pode facilitar a resolução de problemas de contagem?
- Q14: Se disponível para uso didático em sala de aula, com que frequência você irá utilizar o *modelo psi-zero* para resolver problemas de contagem?
- Q15: Em sua opinião, qual é o nível de importância do uso do *modelo psi-zero* como estratégia didática para resolução de problemas de contagem?

Para as questões 1, 4, 7, 10 e 13, o campo de respostas foi:

Concordo totalmente	Concordo	Não concordo, nem discordo	Discordo	Discordo totalmente
(5)	(4)	(3)	(2)	(1)

Para as questões 2, 5, 8, 11 e 14, o campo de respostas foi:

Muito Frequente	Frequentemente	Eventualmente	Raramente	Nunca
(5)	(4)	(3)	(2)	(1)

Para as questões 3, 6, 9, 12 e 15, o campo de respostas foi:

Muito Importante	Importante	Mediana	Pouco importante	Não é nada importante
(5)	(4)	(3)	(2)	(1)

De posse do resultado das respostas dadas pelos 79 estudantes (Grupos A e B) às 15 questões do questionário (veja o subcapítulo 7.2, capítulo VII, de resultados obtidos), procedeu-se uma análise estatística dos dados, de maneira que, obteve-se, na Tabelas 6, as seguintes informações sobre a mediana das respostas dadas às questões do Questionário Bloco II:

TABELA 6: Mediana das respostas dadas as questões do Questionário Bloco II

	Grupo	N	Mediana
Q1	A	40	3
	B	39	2
Q2	A	40	3
	B	39	3
Q3	A	40	4
	B	39	4
Q4	A	40	3
	B	39	2
Q5	A	40	4
	B	39	3
Q6	A	40	4
	B	39	4
Q7	A	40	3
	B	39	2
Q8	A	40	3.50
	B	39	3
Q9	A	40	4
	B	39	4
Q10	A	40	4
	B	39	4
Q11	A	40	3
	B	39	3
Q12	A	40	4
	B	39	4
Q13	A	40	4
	B	39	4
Q14	A	40	4
	B	39	4
Q15	A	40	4
	B	39	4

Fonte: da pesquisa.

Analisando as informações constantes na Tabela 6, originam-se as seguintes respostas (em mediana) às questões propostas em Questionário:

Q1: Você concorda que é mais difícil resolver a questão 01 do teste de desempenho com o uso do *modelo psi-zero*?

Resposta: Grupo A: Não concordo e nem discordo; Grupo B: Discordo.

Q2: O *modelo psi-zero* explora o uso de figuras/imagens de objetos concretos (como, dominós e bolas de bilhar) na resolução de problemas de contagem. Com que frequência você resolve problemas de contagem com representações visuais de objetos concretos?

Resposta: Grupo A: Eventualmente; Grupo B: Eventualmente.

Q3: Para você é importante que o *modelo psi-zero* explore adequadamente representações visuais de objetos concretos na resolução de problemas de contagem?

Resposta: Grupo A: Importante; Grupo B: Importante.

Q4: Você concorda que é mais fácil resolver a questão 02 do teste de desempenho sem o uso do *modelo psi-zero*?

Resposta: Grupo A: Não concordo e nem discordo; Grupo B: Discordo.

Q5: O *modelo psi-zero* poderá explorar o uso de desenhos na resolução de problemas de contagem. Você utiliza desenhos para resolver problemas de contagem?

Resposta: Grupo A: Frequentemente; Grupo B: Eventualmente.

Q6: Para você é importante que o *modelo psi-zero* explore adequadamente desenhos na resolução de problemas de contagem?

Resposta: Grupo A: Importante; Grupo B: Importante.

Q7: Você concorda que o uso do *modelo psi-zero* dificulta a representação visual de um problema de contagem?

Resposta: Grupo A: Não concordo e nem discordo; Grupo B:Discordo.

Q8: O *modelo psi-zero* explora o uso de figuras/imagens de objetos do dia-a-dia na resolução de problemas de contagem. Com que frequência você utiliza figuras/imagens de objetos do dia-a-dia para resolver problemas de contagem?

Resposta: Grupo A: “Indefinido”; Grupo B: Eventualmente.

Q9: Para você é importante que o *modelo psi-zero* utilize figuras/imagens de objetos do dia-a-dia para facilitar a resolução de problemas de contagem?

Resposta: Grupo A: Importante; Grupo B: Importante.

Q10: Você concorda que é mais fácil resolver a questão 01 do teste de desempenho com o *modelo psi-zero*, visto que, pode-se representar o ponto que se move num retângulo por uma bola de bilhar que se movimenta numa mesa de formato retangular?

Resposta: Grupo A: Concordo; Grupo B: Concordo.

Q11: O *modelo psi-zero* poderá explorar o uso de textos, áudios e vídeos instrutivos na resolução de problemas de contagem. Você utiliza textos, áudios e vídeos instrutivos para resolver problemas de contagem?

Resposta: Grupo A: Eventualmente; Grupo B: Eventualmente.

Q12: Para você é importante que o *modelo psi-zero* utilize áudios, textos e vídeos instrutivos para facilitar a resolução de problemas de contagem?

Resposta: Grupo A: Importante; Grupo B: Importante.

Q13: Você concorda que o uso do *modelo psi-zero* com objetos de aprendizagem interativos (como, por exemplo, simuladores e videogames educacionais) pode facilitar a resolução de problemas de contagem?

Resposta: Grupo A: Concordo; Grupo B: Concordo.

Q14: Se disponível para uso didático em sala de aula, com que frequência você irá utilizar o *modelo psi-zero* para resolver problemas de contagem?

Resposta: Grupo A: Frequentemente; Grupo B: Frequentemente.

Q15: Em sua opinião, qual é o nível de importância do uso do *modelo psi-zero* como estratégia didática para resolução de problemas de contagem?

Resposta: Grupo A: Importante; Grupo B: Importante.

Analisando as respostas dadas (em mediana) pelos Grupos *A* e *B* de estudantes ao Questionário Bloco II, descobriu-se alguns pontos de vista relevantes sobre a aplicação do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem:

- a) Na visão do Grupo *A* e *B* de estudantes, é importante: o uso do *modelo psi-zero* como estratégia didática para resolução de problemas de contagem. A utilização de áudios, textos, vídeos instrutivos e figuras/imagens de objetos do dia-a-dia para facilitar a resolução de problemas de contagem; a exploração adequada de representações visuais de objetos concretos e desenhos na resolução de problemas de contagem.
- b) Os Grupos *A* e *B* de estudantes concordam que o uso do *modelo psi-zero* com objetos de aprendizagem interativos (como, por exemplo, simuladores e videogames educacionais) pode facilitar a resolução de problemas de contagem. Também concordam que é mais fácil resolver a Questão 01 do Teste de Desempenho com o *modelo psi-zero*, visto que, se pode representar o ponto que se move num retângulo por uma bola de bilhar que se movimenta numa mesa de formato retangular.
- c) Os Grupos *A* e *B* de estudantes relataram que eventualmente utilizam textos, áudios, vídeos instrutivos e representações visuais de objetos concretos para resolver problemas de contagem. Mas que, se disponível para uso didático em sala de aula irão utilizar frequentemente o *modelo psi-zero* para resolver problemas de contagem.

- d) O Grupo *A* de estudantes não concordam e nem discordam que é mais difícil resolver a Questão 01 do Teste de Desempenho com o uso do *modelo psi-zero*; que é mais fácil resolver a Questão 02 do Teste de Desempenho sem o uso do modelo *psi-zero*; que o uso do *modelo psi-zero* dificulta a representação visual de um problema de contagem.

- e) O Grupo *B* de estudantes discorda que é mais difícil resolver a Questão 01 do Teste de Desempenho com o uso do *modelo psi-zero*; que é mais fácil resolver a Questão 02 do Teste de Desempenho sem o uso do modelo *psi-zero*; que o uso do *modelo psi-zero* dificulta a representação visual de um problema de contagem.

- f) O Grupo *A* de estudantes diz que frequentemente utiliza desenhos para resolver problemas de contagem. O Grupo *B* de estudantes diz que eventualmente utiliza desenhos para resolver problemas de contagem.

- g) O Grupo *B* de estudantes diz que eventualmente utiliza figuras/imagens de objetos do dia-a-dia para resolver problemas de contagem.

- h) Não foi possível definir a frequência com que o Grupo *A* de estudantes utiliza figuras/imagens de objetos do dia-a-dia para resolver problemas de contagem, devido ao resultado da mediana ser 3,5 (entre 3 e 4 na escala *likert*).

8.3 Análise e discussão dos resultados obtidos em Entrevista

A partir de uma análise de conteúdo feita nos resultados obtidos em Entrevista (expostos no subcapítulo 7.3, do capítulo VII), produziram-se novos quadros e tabelas, que trazem, de forma clara, resultados do escrutínio realizado.

A análise dos comentários dos estudantes entrevistados (Grupos A e B) encontra-se em quadros. No Quadro 7, verifica-se que, o Grupo A de estudantes emitiu 4 comentários, sendo 1 neutro e 3 positivos sobre o uso didático do *y_{mat}* (com *psi-zero*). Veja o quadro 7:

QUADRO 7: Análise de Comentários dos Estudantes Entrevistados (Grupo A)

Estudante Grupo A Cód./Desempenho	Comentários (extraídos das entrevistas)	Análise de Comentários Aplicativo <i>y_{mat}</i> com <i>psi-zero</i>		
		Positivo	Neutro	Negativo
22/100%	(...) Este teste com um aplicativo para te ajudar a se localizar seria bem melhor (...).	X		
12/50%	(...) a ideia do aplicativo, achei bem interessante e bem criativo (...).	X		
47/50%	Foi uma experiência nova fazer esse teste.		X	
115/50%	(...) como a gente teve dificuldade na questão um, talvez a proposta do aplicativo fosse facilitar. Não precisaria ter feito tantos rabiscos (...). E a dois também. (...) a ideia do aplicativo vai ser show de bola.	X		
117/50%	Sem comentários			

Fonte: da pesquisa.

No Quadro 8, verifica-se que, o Grupo *B* de estudantes emitiu 5 comentários, dos quais 4 foram considerados positivos; 0 neutro; e apenas 1 negativo.

QUADRO 8: Análise de Comentários dos Estudantes Entrevistados (Grupo B)

Estudante Grupo B Cód./Desempenho	Comentários (extraídos das entrevistas)	Análise de Comentários Aplicativo ymat com psi-zero		
		Positivo	Neutro	Negativo
07/0%	Do aplicativo eu acho que podia ser um pouco maior as imagens (...).			X
25/100%	(...) não conseguiria fazer acertando as questões, se não tivesse usado o aplicativo.	X		
19/50%	Eu gostaria de comentar sobre o aplicativo. (...) ele é muito bom, principalmente para pessoas que tenham o raciocínio mais como eu, porque eu não entendo na hora da explicação por palavras, eu entendo mais pelos desenhos (...).	X		
40/50%	Eu fui bem sincero nas respostas dos benefícios que o aplicativo traz (...).	X		
106/100%	Esse aplicativo é algo muito interessante. (...) eu espero que ele vá para frente e ele seja concluído. Seja um sucesso para as próximas gerações. (...) isso vai ser algo muito bom na ajuda do raciocínio mais rápido e tal (...).	X		
61/50%	Sem comentários			
05/0%	Sem comentários			

Fonte: da pesquisa.

Perante os resultados da análise de conteúdo realizada nos comentários contidos nos Quadros 7 e 8, constata-se que, na visão dos estudantes entrevistados, o uso didático do *ymat* (com psi-zero) apresenta mais pontos positivos (como, auxiliar na obtenção de respostas adequadas para as questões propostas; auxiliar na instrução por meio de desenhos; auxiliar na condução do raciocínio) do que pontos negativos (como, necessidade do emprego de “imagens maiores”). Ressalta-se, ainda, que comentários negativos construtivos, como o exposto no Quadro 8, são fundamentais para o aperfeiçoamento da aplicação didática do *ymat* (com *psi-zero*).

No que concerne às questões abertas propostas em Entrevista, foi realizada uma análise de conteúdo a partir de categorias já pré-estabelecidas, dispostas em quadros (ver subcapítulo 7.3, do capítulo VII), sendo aqui expostas em tabelas (Tabela 7; Tabela 8; Tabela 9; e Tabela 10) as ocorrências das respostas dadas pelos estudantes as questões da Entrevista.

Na Tabela 7, constam, por Grupos A e B, as ocorrências das respostas dadas pelos estudantes a Questão 01 da Entrevista:

TABELA 7: Ocorrências de Respostas Dadas a Questão 01 da Entrevista

*Questão 01
da
Entrevista*

Qual foi a questão mais difícil de resolver no teste de desempenho? (Justifique a sua resposta!)

		Resposta dos Estudantes	
		Primeira	Segunda
Grupo A		3 ocorrências	2 ocorrências
Grupo B		4 ocorrências	3 ocorrências
Total		7 ocorrências	5 ocorrências

Fonte: da pesquisa

Análise e discussão das Respostas dos Grupos A e B a Questão 01 da Entrevista:

Para a maioria dos estudantes entrevistados do Grupo A e B a questão mais difícil foi a primeira do Teste de Desempenho. Interessante notar que, a primeira questão do Teste de Desempenho tinha figura, porém trazia elementos geométricos abstratos, como, ponto e retângulo quadriculado. Possivelmente, devido ao contexto original do problema ser abstrato, os estudantes acharam a primeira questão “mais difícil”.

Na Tabela 8, constam, por Grupos A e B, as ocorrências das respostas dadas pelos estudantes à Questão 02 da Entrevista:

TABELA 8: Ocorrências de Respostas Dadas a Questão 02 da Entrevista

Quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão 01 do teste de desempenho?

Questão 02 da Entrevista

	Resposta dos Estudantes	
	Facilidades	Dificuldades
Grupo A	2 ocorrências	3 ocorrências
Grupo B	5 ocorrências	5 ocorrências
Total	7 ocorrências	8 ocorrências

Fonte: da pesquisa

Análise e discussão das Respostas dos Grupos A e B a Questão 02 da Entrevista: Observando-se as ocorrências das respostas dadas a Questão 02 da Entrevista, constata-se que, os Grupos A e B (juntos) relataram mais pontos de “dificuldades” do que “facilidades” para resolver a Questão 01 do Teste de Desempenho. O inverso ocorre nas ocorrências das respostas dadas a Questão 03 da Entrevista (Ver Tabela 9), considerando a segunda questão do Teste de Desempenho, o que corrobora a ideia de que a questão “mais difícil” do Teste de Desempenho é a primeira.

Na Tabela 9, constam, por Grupos A e B, as ocorrências das respostas dadas pelos estudantes à Questão 03 da Entrevista:

TABELA 9: Ocorrências das Respostas Dadas a Questão 03 da Entrevista

Questão 03 da Entrevista *Quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão 02 do teste de desempenho?*

Resposta dos Estudantes		
	Facilidades	Dificuldades
Grupo A	5 ocorrências	2 ocorrências
Grupo B	6 ocorrências	5 ocorrências
Total	11 ocorrências	7 ocorrências

Fonte: da pesquisa

Análise e discussão das Respostas dos Grupos A e B a Questão 03 da Entrevista:

Observando-se as ocorrências das respostas dadas a Questão 03 da Entrevista, constata-se que, os Grupos A e B (juntos) relataram mais pontos de “facilidades” do que “dificuldades” para resolver a Questão 02 do Teste de Desempenho. O inverso ocorre nas ocorrências das respostas dadas a Questão 02 da Entrevista (Ver Tabela 8), considerando a primeira questão do Teste de Desempenho, o que corrobora a ideia de que a questão “mais difícil” do Teste de Desempenho é a primeira.

Na Tabela 10, constam, por Grupos A e B, as ocorrências das respostas dadas pelos estudantes à Questão 04 da Entrevista:

TABELA 10: Ocorrências das Respostas Dadas a Questão 04 da Entrevista

Questão 04 da Entrevista *O estudante fez desenhos ou utilizou figuras/imagens para facilitar a resolução das questões de contagem propostas no teste de desempenho? (Comente sua resposta!)*

Resposta dos Estudantes		
	Desenhos	Figuras/Imagens
Grupo A	3 ocorrências	2 ocorrências
Grupo B	3 ocorrências	7 ocorrências
Total	6 ocorrências	9 ocorrências

Fonte: da pesquisa

Análise e discussão das Respostas dos Grupos A e B a Questão 04 da Entrevista:

Observando-se as ocorrências das respostas dadas a Questão 04 da Entrevista, constata-se que, em relação ao uso de Desenhos, os Grupos A e B (juntos) recorreram mais ao uso de Figuras/Imagens para resolver as questões de contagem propostas em Teste de Desempenho. Este resultado era esperado, visto que, 7 de 12 estudantes entrevistados tiveram acesso ao modelo psi-zero, que explorou o uso de figuras/imagens, como a mesa e bola de bilhar expostas na resolução da Questão 1 do Teste de Desempenho; o conjunto de dominós e o tabuleiro de xadrez mutilado expostos na resolução da Questão 2 do Teste de Desempenho.

8.4 Análise e discussão dos resultados obtidos em Teste de Desempenho

Apresenta-se, neste subcapítulo, a análise e discussão de resultados obtidos em Teste de Desempenho. Para começar a exposição, será apresentada na Tabela 11, uma análise comparativa (por grupos A e B) das estatísticas descritivas *moda*; *mediana*; *média*; *amplitude*; *variância*; *desvio padrão*; *25º*, *50º* e *75º percentil*. Ver a Tabela 11:

TABELA 11: Análise Estatísticas Descritivas de Teste de Desempenho

		Desempenho (%)	
		B	A
Moda	B = A	0,00 = 0,00	
Mediana	B > A	50 > 0,00	
Média	B > A	41,9 > 19,0	
Amplitude	B = A	100 = 100	
Variância	B > A	1777 > 726	
Desvio padrão	B > A	42,2 > 26,9	
25º percentil	B = A	0,00 = 0,00	
50º percentil	B > A	50 > 0,00	
75º percentil	B > A	100 > 50,0	

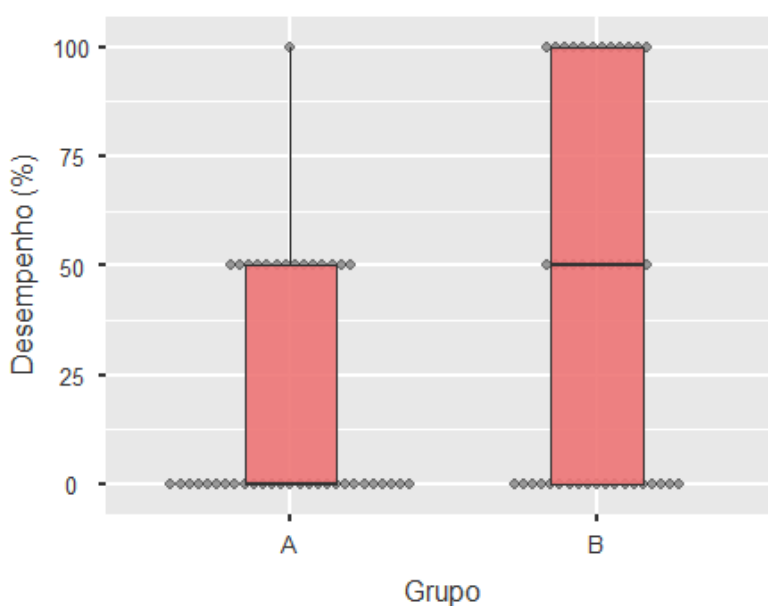
N= 85 estudantes
Grupo A = 42 estudantes
Grupo B = 43 estudantes

Fonte: da pesquisa.

Considerando os dados expostos na Tabela 11, verifica-se que, as estatísticas do Grupo B (com aplicação do *modelo psi-zero*) são superiores ou iguais as do Grupo A (sem aplicação do *modelo psi-zero*). Observa-se que, as estatísticas, *mediana*, *média*, *variância*, *desvio padrão*, *75º percentil*, *50º percentil* do Grupo B são maiores do que as do Grupo A. Dos Grupos A e B, a *moda* e *75º percentil* são iguais a 0 (zero); e a *amplitude* é igual a 100. Os resultados estatísticos da *variância* e *desvio padrão* indicam, considerando a variável *Desempenho (%)*, que o Grupo B possui uma maior dispersão de dados do que o Grupo A. Em outras palavras, o Grupo B é mais heterogêneo do que o Grupo A com relação a variável *Desempenho (%)*. Provavelmente, essa maior dispersão de dados verificada no Grupo B do que Grupo A, é devida ao facto de somente os estudantes do Grupo B terem utilizado o *modelo psi-zero*, via aplicativo *yamat*. O Grupo A, não utilizou o *modelo psi-zero*.

Agora, outro ponto importante a destacar neste trabalho, é que a *mediana* do Grupo B (50%), relativa a variável *Desempenho (%)*, apresenta-se superior à *mediana* do Grupo A (0%), o que significa dizer que, em mediana, o Grupo B teve um desempenho percentual maior do que o Grupo A. Ver o Gráfico 59:

GRÁFICO 59: Box-Plot relativo a Desempenho (%) x Grupo



A variável *Desempenho (%)* é quantitativa e sua distribuição de dados não atende estatisticamente aos pressupostos de normalidade de dados nem homogeneidade de variâncias [admitidas em testes estatísticos como hipóteses nulas (iniciais)], de maneira que se mostra mais apropriado o uso da *mediana* em vez da *moda* e *média* para comparação do desempenho dos grupos de estudantes *A* e *B* (grupos independentes). Ver o Quadro 9:

QUADRO 9: Testes Estatísticos – Variável Desempenho (%)

Teste de Homogeneidade de Variâncias				
Desempenho (%)	F	Df	df2	P
Levene	13,5	1	83	P<0,001
Variance ratio	0,408	41	42	0,005
Resultado: não atende estatisticamente o pressuposto de homogeneidade de variâncias (P<0,05).				
Teste de Normalidade				
Desempenho (%)	Estatística	P		
Shapiro-Wilk	0,880	P < 0,001		
Kolmogorov-Smirnov	0,247	P < 0,001		
Anderson-Darling	3,83	P < 0,001		
Resultado: não atende estatisticamente o pressuposto de normalidade (P<0,05).				
Teste U de Mann-Whitney				
Desempenho (%)	U de Mann-Whitney	Estatística	P	
		644	0,006	
Resultado: hipótese alternativa $H_a (\mu_B > \mu_A)$ é estatisticamente significativa (P < 0,05).				

Fonte: da pesquisa, sendo os testes estatísticos obtidos com o auxílio do programa *Jamovi* mais *Moretests*.

O uso da *mediana*, no caso da variável Desempenho (%), mostra-se pertinente, pois, a *mediana* não se apresenta influenciável como a *média* na presença de valores extremos; o uso da *moda* como representante de centro de dados é mais adequado para os casos em que a variável de estudo for qualitativa nominal, o que não é o caso da variável *Desempenho (%)*, que é quantitativa. Por fim, como o Teste *U* de *Mann-Whitney* indica significância inferior a 5%, ($P < 0,05$) pode-se dizer que, é estatisticamente significativo o resultado que diz, em mediana, que o desempenho do Grupo *B* (50%) de estudantes é mais elevado do que o Grupo *A* (0%).

O Teste *U* de *Mann-Whitney* tem por objetivo comparar *medianas* de dois grupos independentes, como os Grupos *A* e *B* do estudo empreendido na EEEMFV. É um teste não paramétrico (não exige distribuição normal de dados, nem homogeneidade de variâncias) que pode ser aplicado em variável ordinal ou quantitativa intervalar, como é o caso da variável Desempenho (%).

8.5 Gráficos de Densidade e Histogramas

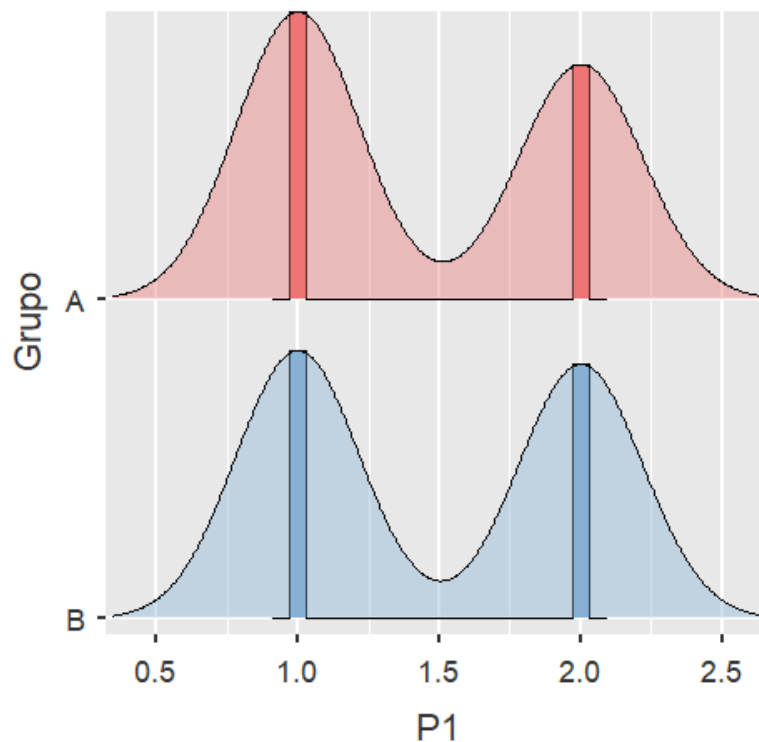
Para análise de dados e exposição de resultados relativos ao Questionário (Bloco I e II), recorreu-se ao programa estatístico *Jamovi*, cujo emprego deu oportunidade à geração de diversos tipos de gráficos, como, os *gráficos de barras e box-plots* que foram muito úteis para uma análise visual comparativa dos Grupos *A* e *B* de estudantes.

Assim, de forma suplementar, para reforçar a exposição dos dados apresentados em gráficos anteriores (subcapítulo 7.2), serão expostos os *gráficos de densidade e histogramas* (Gráfico 60 a Gráfico 87) obtidos no estudo das respostas dadas ao Questionário (Bloco I e II).

Os *gráficos de densidade* apresentam a distribuição de dados como uma curva contínua e geram visualizações mais agradáveis do que outros tipos de gráficos. Já os histogramas mostram a distribuição de dados por barras verticais, onde a base de cada barra simboliza um grupo e a altura da ocorrência (ou frequência) dos dados.

Ver o Gráfico 60:

GRÁFICO 60: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P1

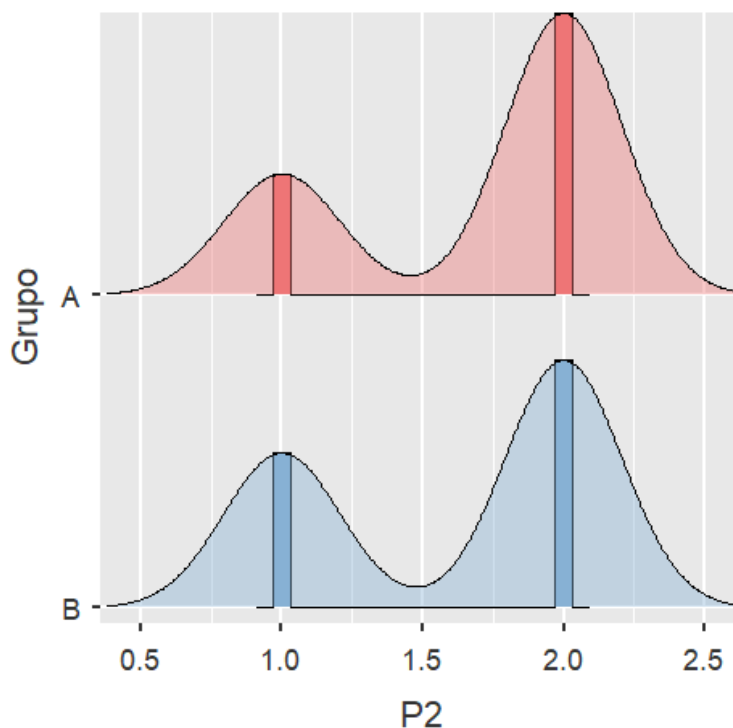


No Gráfico 60, observa-se que, **nos Grupos A e B, o número 1 (representante do sexo masculino) proporciona uma curva com “maior densidade” do que o número 2 (representante do sexo feminino).**

Outro ponto notável, no Gráfico 60, é a similaridade das curvas de densidade produzidas, o que sugere um mesmo perfil para os Grupos A e B, no que concerne às respostas dadas a pergunta P1 do Questionário Bloco 1.

Ver o Gráfico 61:

GRÁFICO 61: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P2

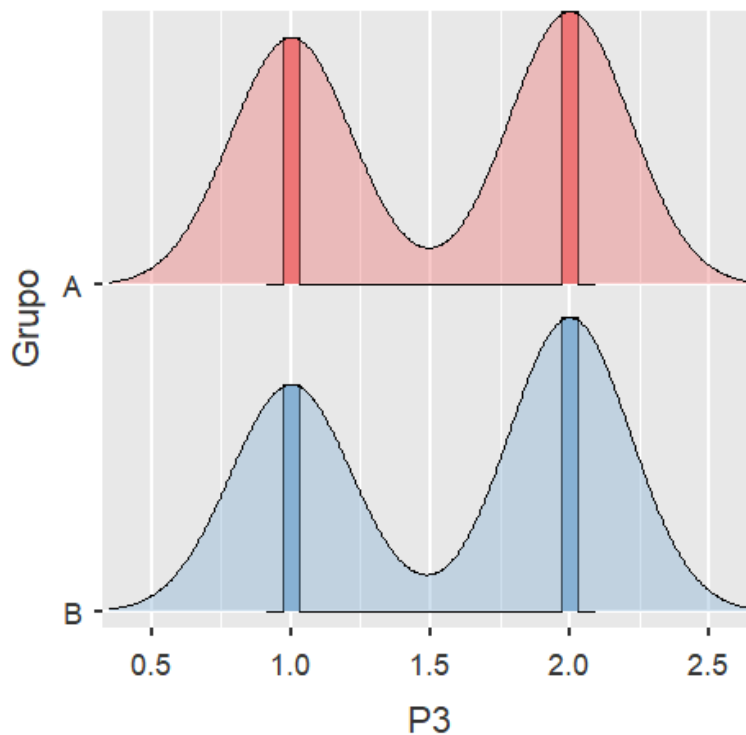


No Gráfico 61, observa-se que, nos Grupos A e B, o número 2 (representante do turno de estudo *noturno*) proporciona uma curva com “maior densidade” do que o número 1 (representante do turno de estudo *diurno*).

Outro ponto notável, no Gráfico 61, é a similaridade das curvas de densidade produzidas, o que sugere um mesmo perfil para os Grupos A e B, no que concerne às respostas dadas a pergunta P2 do Questionário Bloco 1.

Ver o Gráfico 62:

GRÁFICO 62: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P3

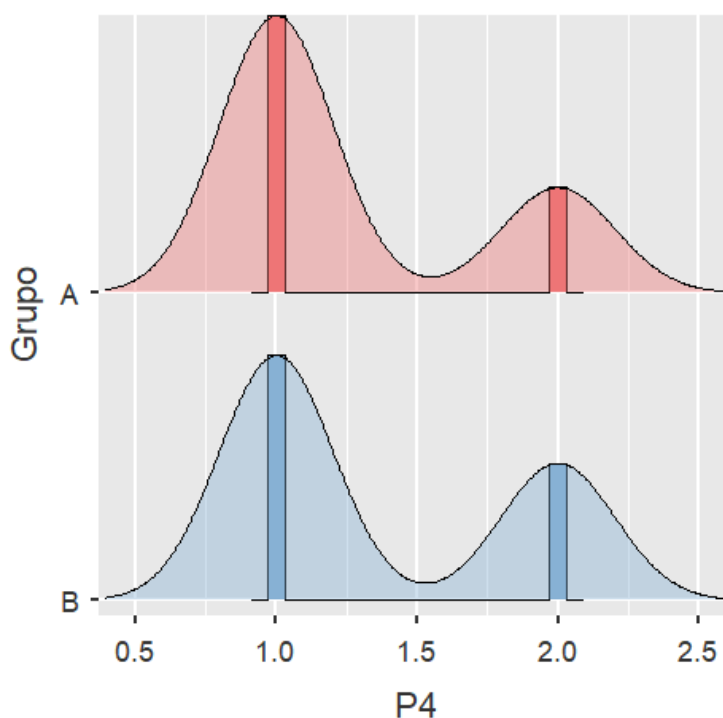


No Gráfico 62, observa-se que, nos Grupos A e B, o número 2 (representante da idade *mais de 16 anos*) proporciona uma curva com “maior densidade” do que o número 1 (representante da idade *13 a 16 anos*).

Outro ponto notável, no Gráfico 62, é a similaridade das curvas de densidade produzidas, o que sugere um mesmo perfil para os Grupos A e B, no que concerne às respostas dadas a pergunta P3 do Questionário Bloco 1.

Ver o Gráfico 63:

GRÁFICO 63: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P4

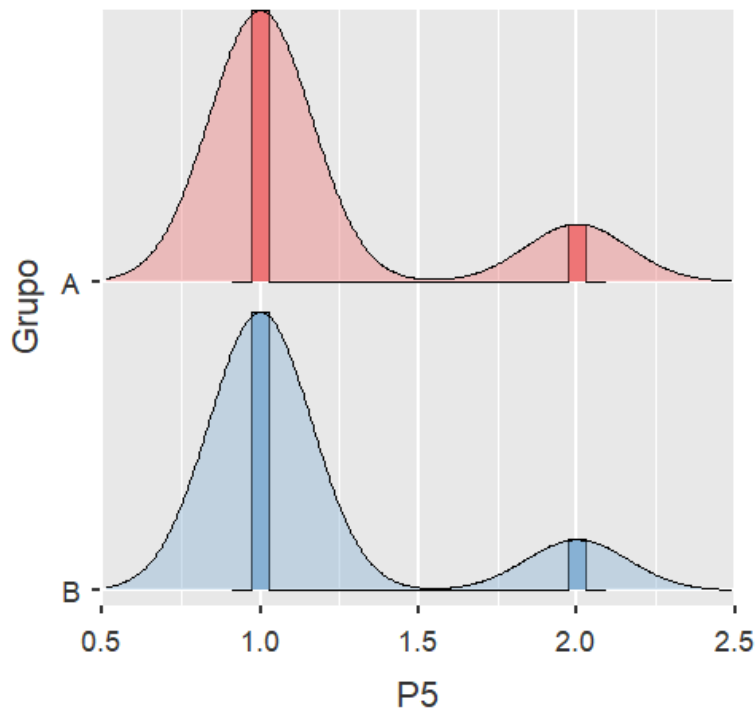


No Gráfico 63, observa-se que, nos Grupos A e B, o número 1 (representante da resposta *sim* para “exerce atividade profissional”) proporciona uma curva com “maior densidade” do que o número 2 (representante da resposta *não*).

Outro ponto notável, no Gráfico 63, é a similaridade das curvas de densidade produzidas, o que sugere um mesmo perfil para os Grupos A e B, no que concerne às respostas dadas a pergunta P4 do Questionário Bloco 1.

Ver o Gráfico 64:

GRÁFICO 64: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P5

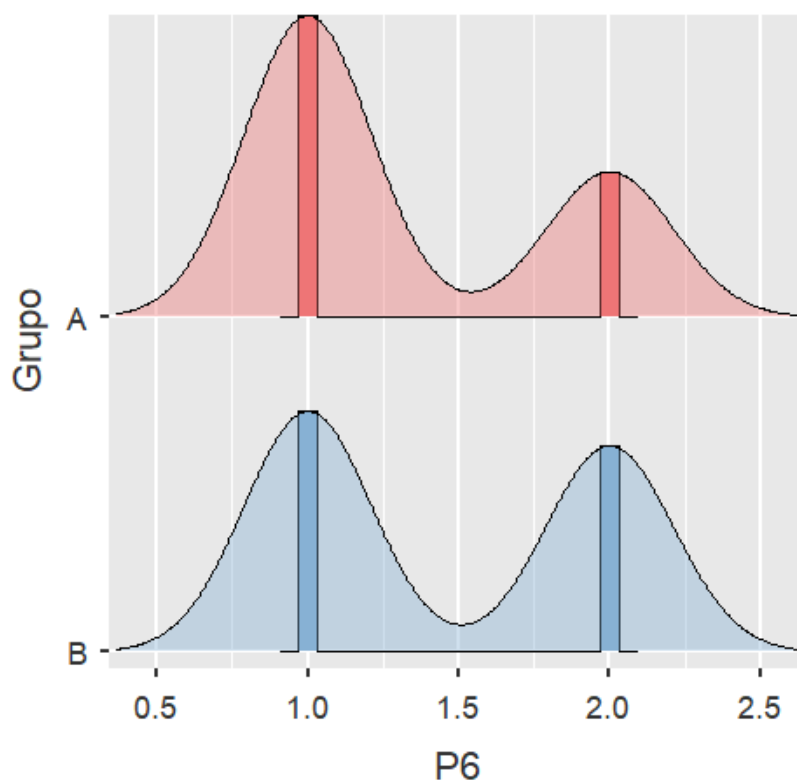


No Gráfico 64, observa-se que, nos Grupos A e B, o número 1 (representante da resposta *sim* para “gosta de ver televisão”) proporciona uma curva com “maior densidade” do que o número 2 (representante da resposta *não*).

Outro ponto notável, no Gráfico 64, é a similaridade das curvas de densidade produzidas, o que sugere um mesmo perfil para os Grupos A e B, no que concerne às respostas dadas a pergunta P5 do Questionário Bloco 1.

Ver o Gráfico 65:

GRÁFICO 65: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P6

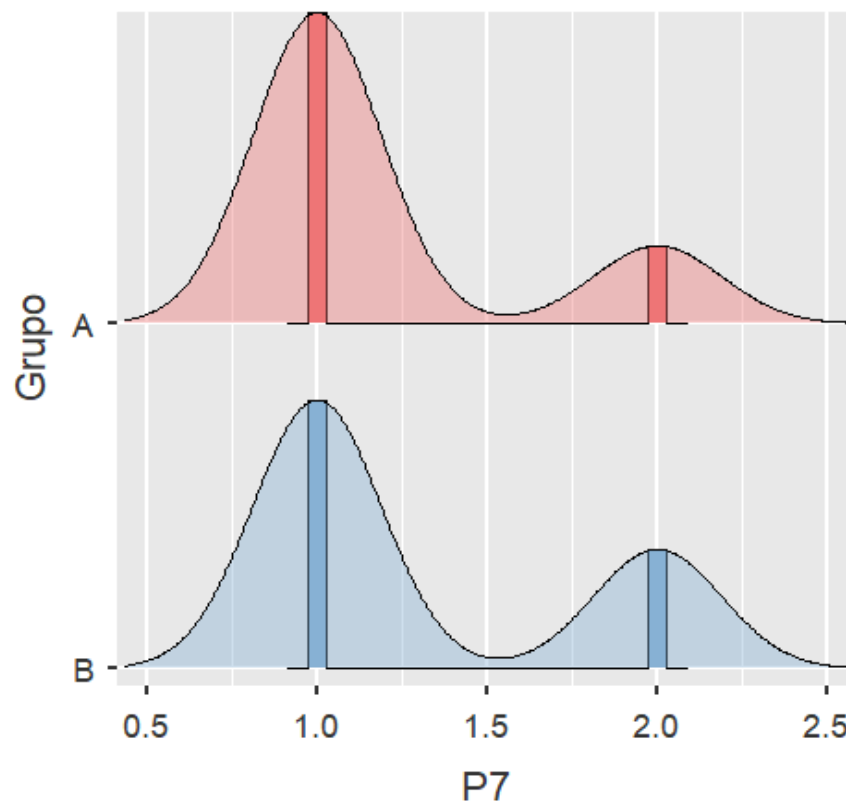


No Gráfico 65, observa-se que, nos Grupos A e B, o número 1 (representante da resposta *sim* para “gosta de ler livros, jornais e revistas”) proporciona uma curva com “maior densidade” do que o número 2 (representante da resposta *não*).

Outro ponto notável, no Gráfico 65, é a similaridade das curvas de densidade produzidas, o que sugere um mesmo perfil para os Grupos A e B, no que concerne às respostas dadas a pergunta P6 do Questionário Bloco 1.

Ver o Gráfico 66:

GRÁFICO 66: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P7

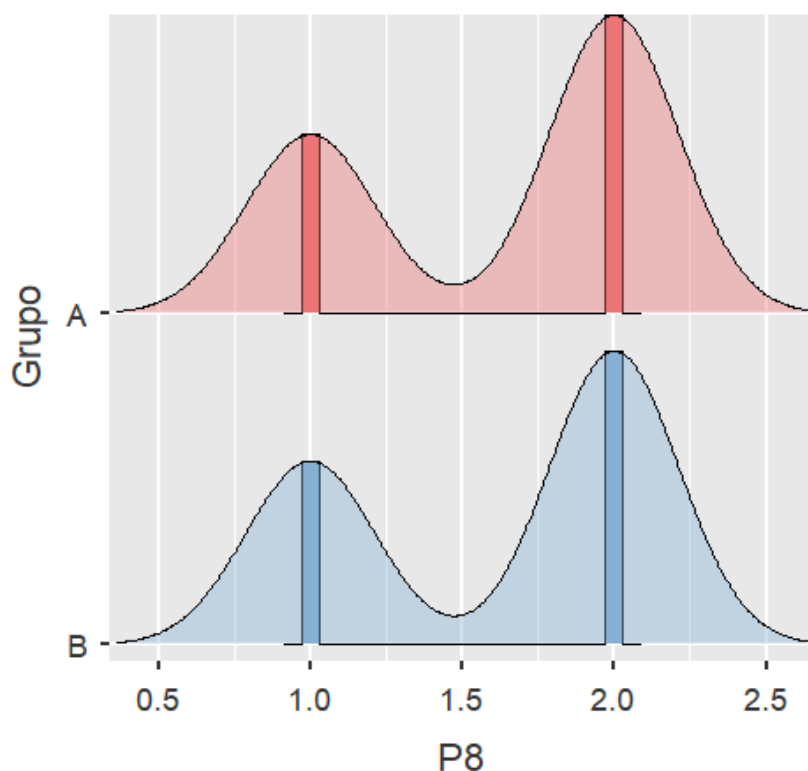


No Gráfico 66, observa-se que, nos Grupos A e B, o número 1 (representante da resposta *sim* para “gosta de ouvir rádio e/ou podcasts”) proporciona uma curva com “maior densidade” do que o número 2 (representante da resposta *não*).

Outro ponto notável, no Gráfico 66, é a similaridade das curvas de densidade produzidas, o que sugere um mesmo perfil para os Grupos A e B, no que concerne às respostas dadas a pergunta P7 do Questionário Bloco 1.

Ver o Gráfico 67:

GRÁFICO 67: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P8

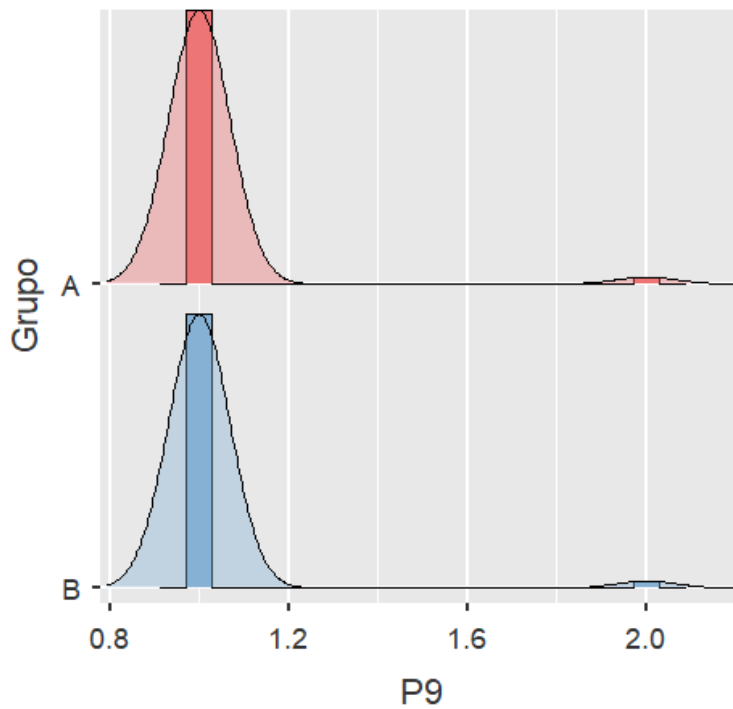


No Gráfico 67, observa-se que, nos Grupos A e B, o número 2 (representante da resposta *não* para “gosta de estudar Matemática”) proporciona uma curva com “maior densidade” do que o número 1 (representante da resposta *sim*).

Outro ponto notável, no Gráfico 67, é a similaridade das curvas de densidade produzidas, o que sugere um mesmo perfil para os Grupos A e B, no que concerne às respostas dadas a pergunta P8 do Questionário Bloco 1.

Ver o Gráfico 68:

GRÁFICO 68: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P9

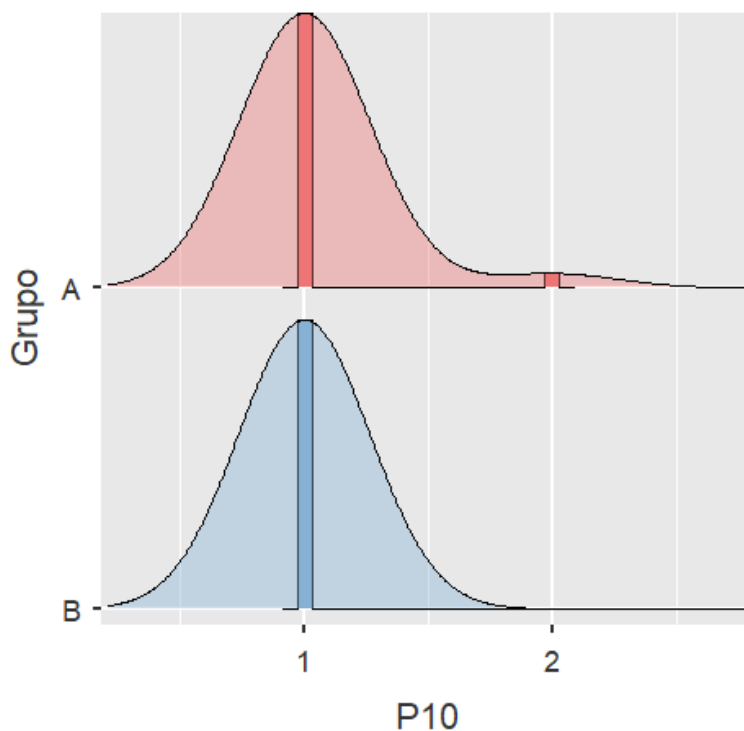


No Gráfico 68, observa-se que, nos Grupos A e B, o número 1 (representante da resposta *sim* para “possui acesso a computador e Internet em casa ou escola”) proporciona uma curva com “maior densidade” do que o número 2 (representante da resposta *não*).

Outro ponto notável, no Gráfico 68, é a similaridade das curvas de densidade produzidas, o que sugere um mesmo perfil para os Grupos A e B, no que concerne às respostas dadas a pergunta P9 do Questionário Bloco 1.

Ver o Gráfico 69:

GRÁFICO 69: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P10

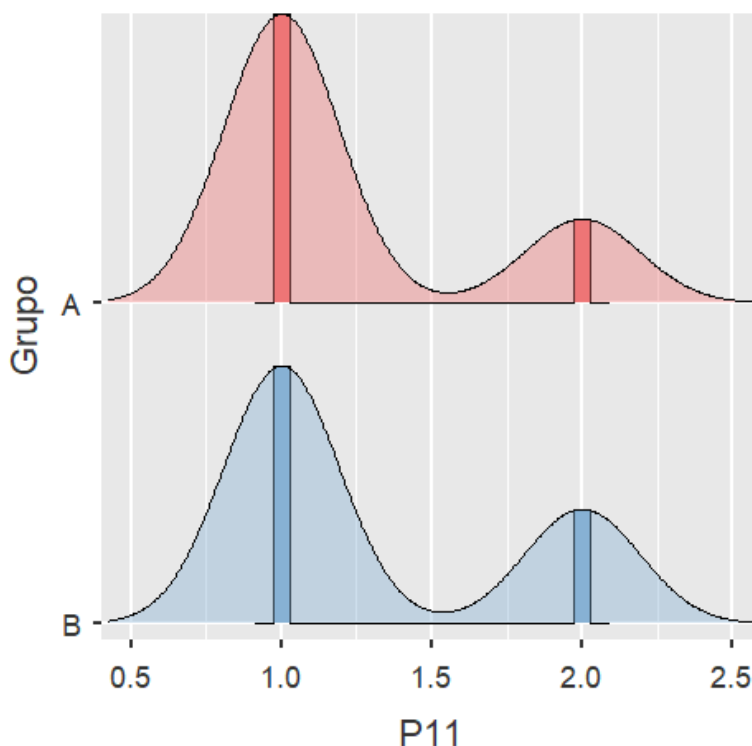


No Gráfico 69, observa-se que, nos Grupos A e B, o número 1 (representante da resposta *sim* para “possui smartphone com acesso a Internet”) proporciona uma curva com “maior densidade” do que o número 2 (representante da resposta não).

Outro ponto notável, no Gráfico 69, é a similaridade das curvas de densidade produzidas, o que sugere um mesmo perfil para os Grupos A e B, no que concerne às respostas dadas a pergunta P10 do Questionário Bloco 1.

Ver o Gráfico 70:

GRÁFICO 70: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P11

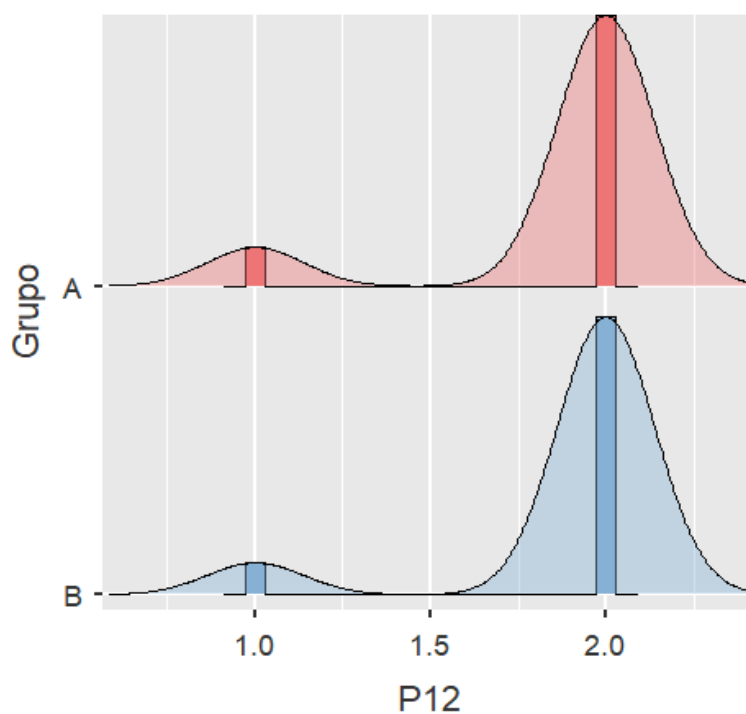


No Gráfico 70, observa-se que, nos Grupos *A* e *B*, o número 1 (representante da resposta *sim* para “utiliza aplicações informáticas para fins educativos”) proporciona uma curva com “maior densidade” do que o número 2 (representante da resposta *não*).

Outro ponto notável, no Gráfico 70, é a similaridade das curvas de densidade produzidas, o que sugere um mesmo perfil para os Grupos *A* e *B*, no que concerne às respostas dadas a pergunta P11 do Questionário Bloco 1.

Ver o Gráfico 71:

GRÁFICO 71: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P12

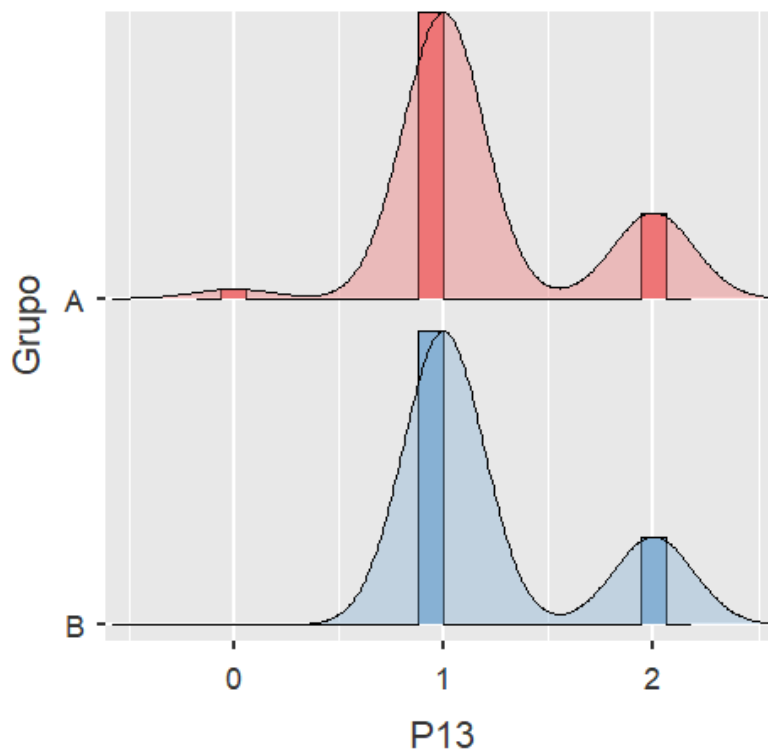


No Gráfico 71, observa-se que, nos Grupos A e B, o número 2 (representante da resposta não para “domina outro idioma (inglês, italiano, alemão, etc.)”) proporciona uma curva com “maior densidade” do que o número 1 (representante da resposta *sim*).

Outro ponto notável, no Gráfico 71, é a similaridade das curvas de densidade produzidas, o que sugere um mesmo perfil para os Grupos A e B, no que concerne às respostas dadas a pergunta P12 do Questionário Bloco 1.

Ver o Gráfico 72:

GRÁFICO 72: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a P13

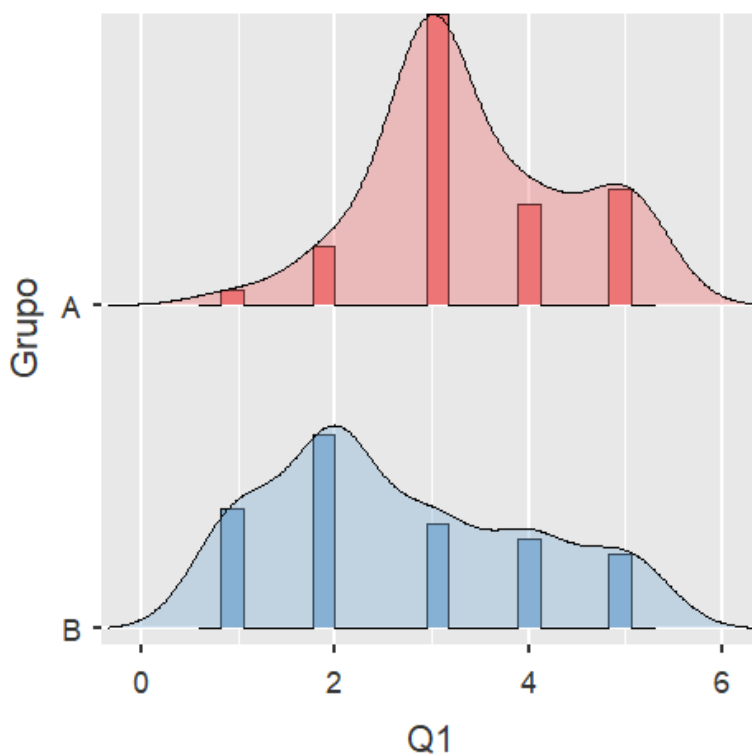


No Gráfico 72, observa-se que, **nos Grupos A e B, o número 1 (representante da resposta *sim* para “utiliza a biblioteca e laboratórios da escola”) proporciona uma curva com “maior densidade” do que o número 2 (representante da resposta *não*).**

Outro ponto notável, no Gráfico 72, é a similaridade das curvas de densidade produzidas, o que sugere um mesmo perfil para os Grupos A e B, no que concerne às respostas dadas a pergunta P13 do Questionário Bloco 1.

Ver o Gráfico 73:

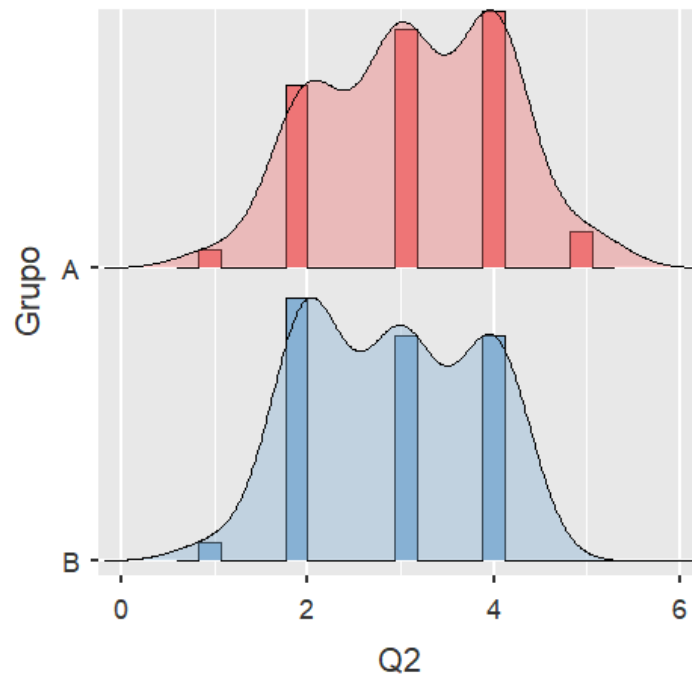
GRÁFICO 73: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q1



No Gráfico 73, admita apenas a escala de resposta *likert*: (1) discordo totalmente; (2) discordo; (3) não concordo, nem discordo; (4) concordo; (5) concordo totalmente. Observe que, no Gráfico 73, a “mais expressiva” (quantitativa) ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q1 do Questionário Bloco II é: **“Grupo A: (3) não concordo, nem discordo”; “Grupo B: (2) discordo”**.

Ver o Gráfico 74:

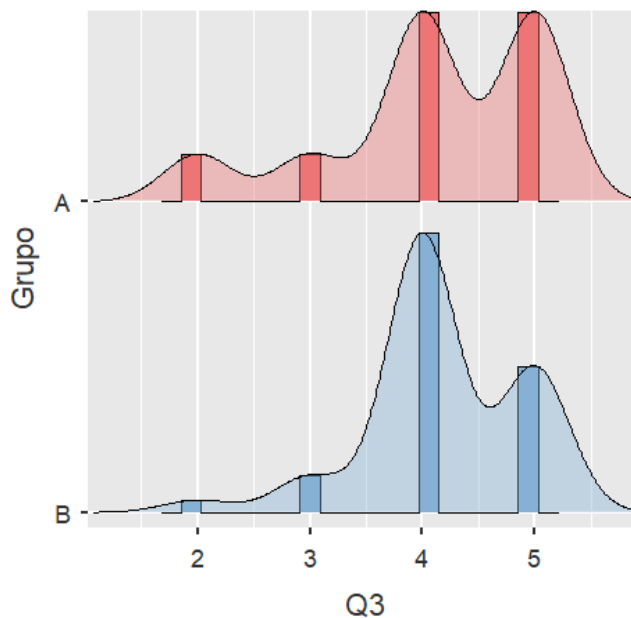
GRÁFICO 74: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q2



No Gráfico 74, admita apenas a escala de resposta *likert*: (1) nunca; (2) raramente; (3) eventualmente; (4) frequentemente; (5) muito frequente. Observe que, no Gráfico 74, a “mais expressiva” (quantitativa) ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q2 do Questionário Bloco II é: “**Grupo A: (4) frequentemente**”; “**Grupo B: (2) raramente**”.

Ver o Gráfico 75:

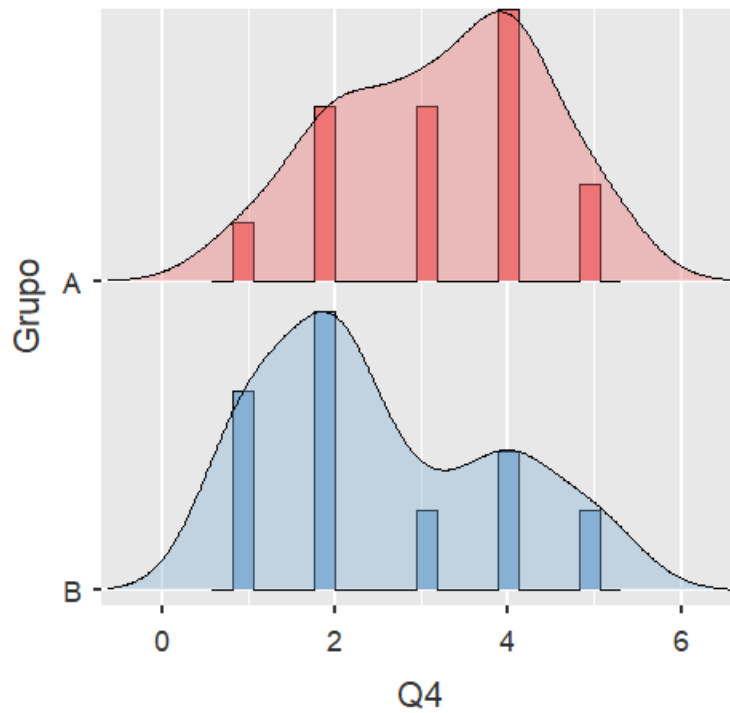
GRÁFICO 75: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q3



No Gráfico 75, admita apenas a escala de resposta *likert*: (1) não é nada importante; (2) pouco importante; (3) mediana; (4) importante; (5) muito importante. Observe que, no Gráfico 75, a “mais expressiva” (quantitativa) ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q3 do Questionário Bloco II é: **“Grupo A: (4) importante e (5) muito importante”**; **“Grupo B: (4) importante”**.

Ver o Gráfico 76:

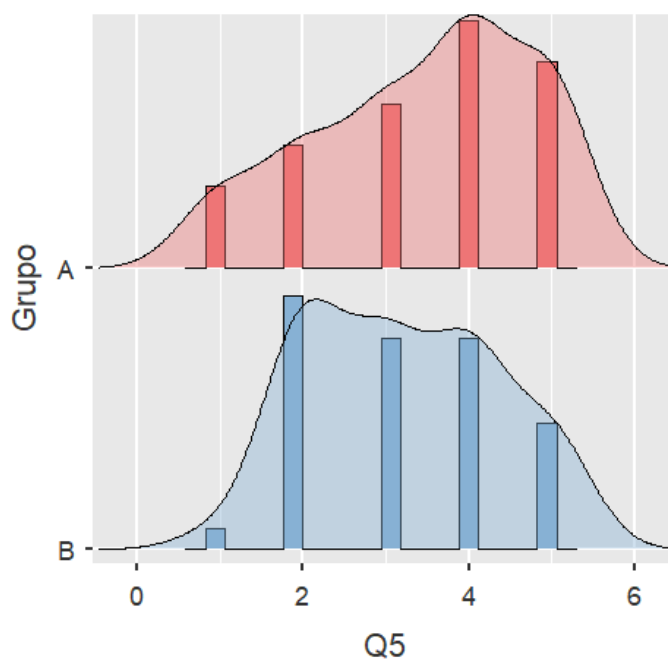
GRÁFICO 76: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q4



No Gráfico 76, admita apenas a escala de resposta *likert*: (1) discordo totalmente; (2) discordo; (3) não concordo, nem discordo; (4) concordo; (5) concordo totalmente. Observe que, no Gráfico 76, a “mais expressiva” (quantitativa) ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q4 do Questionário Bloco II é: “**Grupo A: (4) concordo**”; “**Grupo B: (2) discordo**”.

Ver o Gráfico 77:

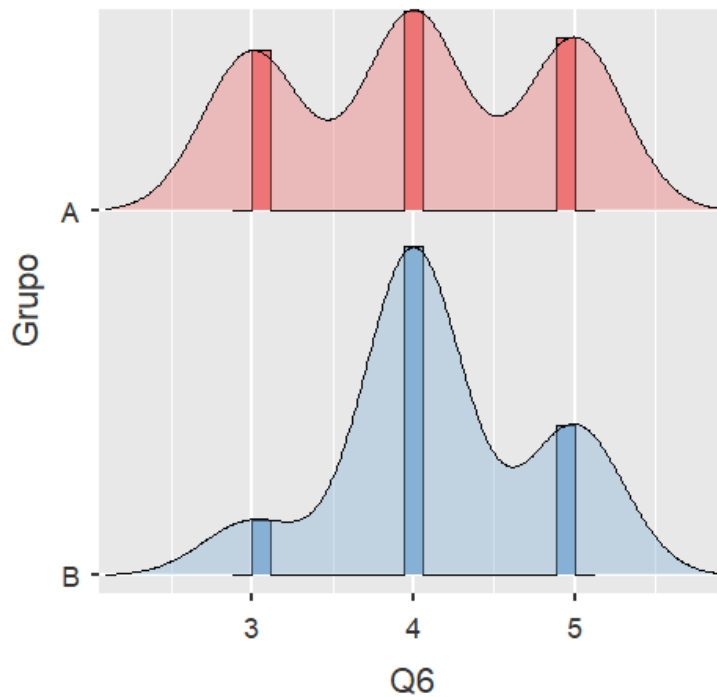
GRÁFICO 77: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q5



No Gráfico 77, admita apenas a escala de resposta *likert*: (1) nunca; (2) raramente; (3) eventualmente; (4) frequentemente; (5) muito frequente. Observe que, no Gráfico 77, a “mais expressiva” (quantitativa) ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q5 do Questionário Bloco II é: **“Grupo A: (4) frequentemente”**; **“Grupo B: (2) raramente”**.

Ver o Gráfico 78:

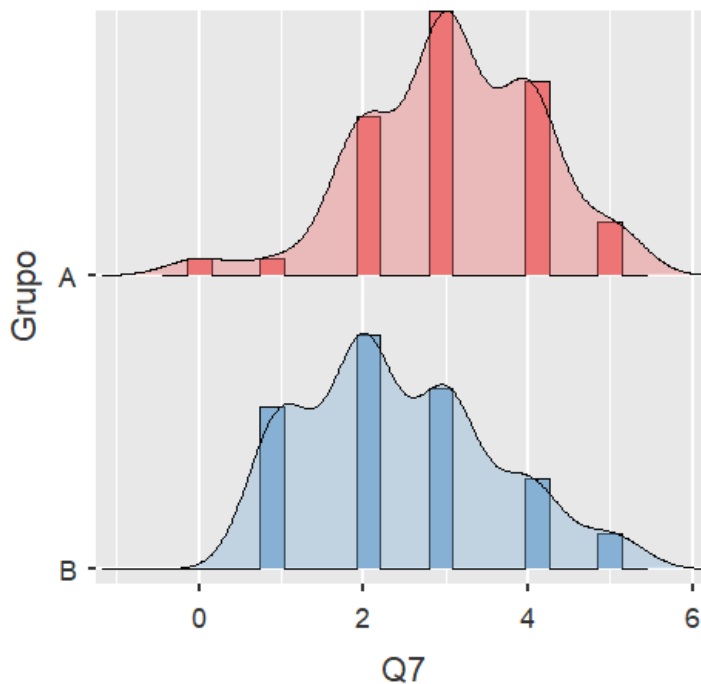
GRÁFICO 78: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q6



No Gráfico 78, admita apenas a escala de resposta *likert*: (1) não é nada importante; (2) pouco importante; (3) mediana; (4) importante; (5) muito importante. Observe que, no Gráfico 78, a “mais expressiva” (quantitativa) ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q6 do Questionário Bloco II é: **“Grupo A: (4) importante”**; **“Grupo B: (4) importante”**.

Ver o Gráfico 79:

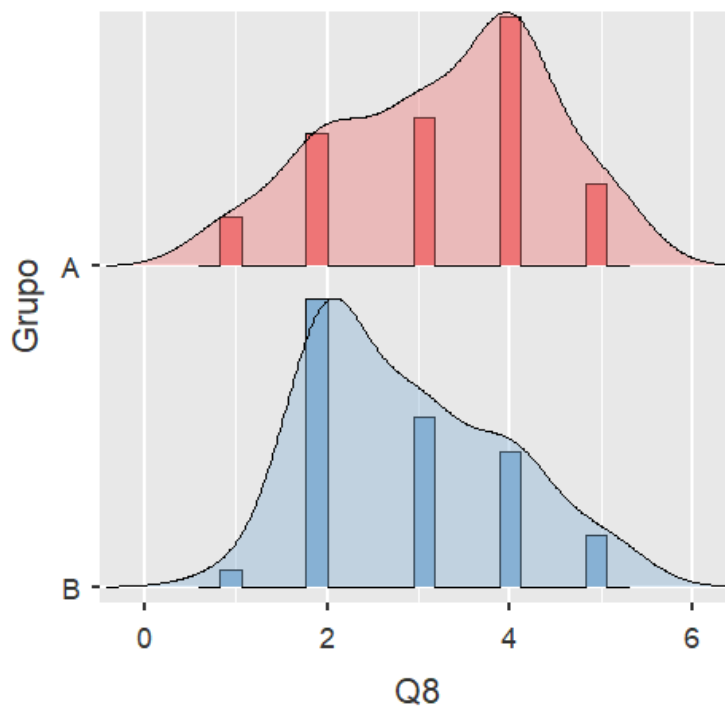
GRÁFICO 79: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q7



No Gráfico 79, admita apenas a escala de resposta *likert*: (1) discordo totalmente; (2) discordo; (3) não concordo, nem discordo; (4) concordo; (5) concordo totalmente. Observe que, no Gráfico 79, a “mais expressiva” (quantitativa) ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q7 do Questionário Bloco II é: **“Grupo A: (3) não concordo, nem discordo”**; **“Grupo B: (2) discordo”**.

Ver o Gráfico 80:

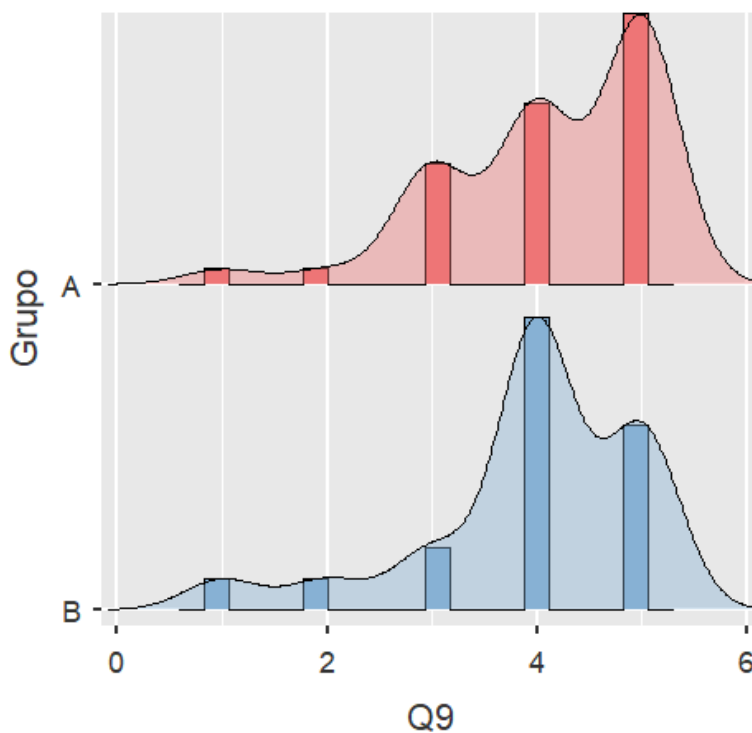
GRÁFICO 80: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q8



No Gráfico 80, admita apenas a escala de resposta *likert*: (1) nunca; (2) raramente; (3) eventualmente; (4) frequentemente; (5) muito frequente. Observe que, no Gráfico 80, a “mais expressiva” (quantitativa) ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q8 do Questionário Bloco II é: **“Grupo A: (4) frequentemente”**; **“Grupo B: (2) raramente”**.

Ver o Gráfico 81:

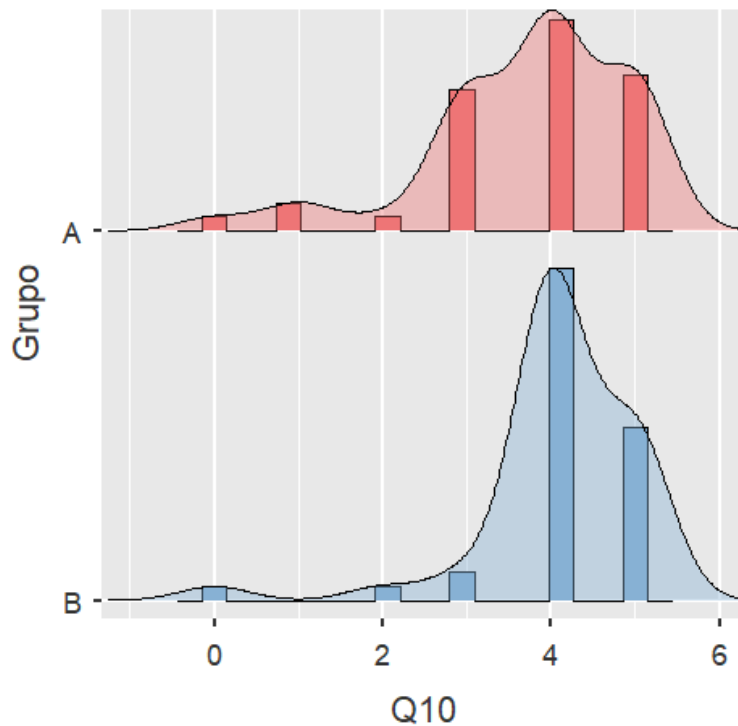
GRÁFICO 81: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q9



No Gráfico 81, admita apenas a escala de resposta *likert*: (1) não é nada importante; (2) pouco importante; (3) mediana; (4) importante; (5) muito importante. Observe que, no Gráfico 81, a “mais expressiva” (quantitativa) ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q9 do Questionário Bloco II é: **“Grupo A: (5) muito importante”**; **“Grupo B: (4) importante”**.

Ver o Gráfico 82:

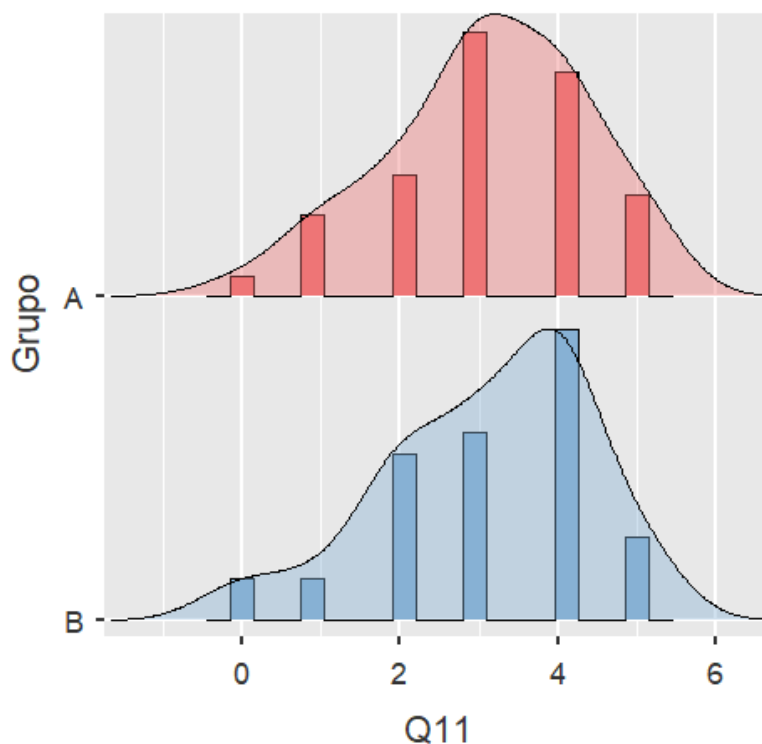
GRÁFICO 82: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q10



No Gráfico 82, admita apenas a escala de resposta *likert*: (1) discordo totalmente; (2) discordo; (3) não concordo, nem discordo; (4) concordo; (5) concordo totalmente. Observe que, no Gráfico 82, a “mais expressiva” (quantitativa) ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q10 do Questionário Bloco II é: **“Grupo A: (4) concordo”**; **“Grupo B: (4) concordo”**.

Ver o Gráfico 83:

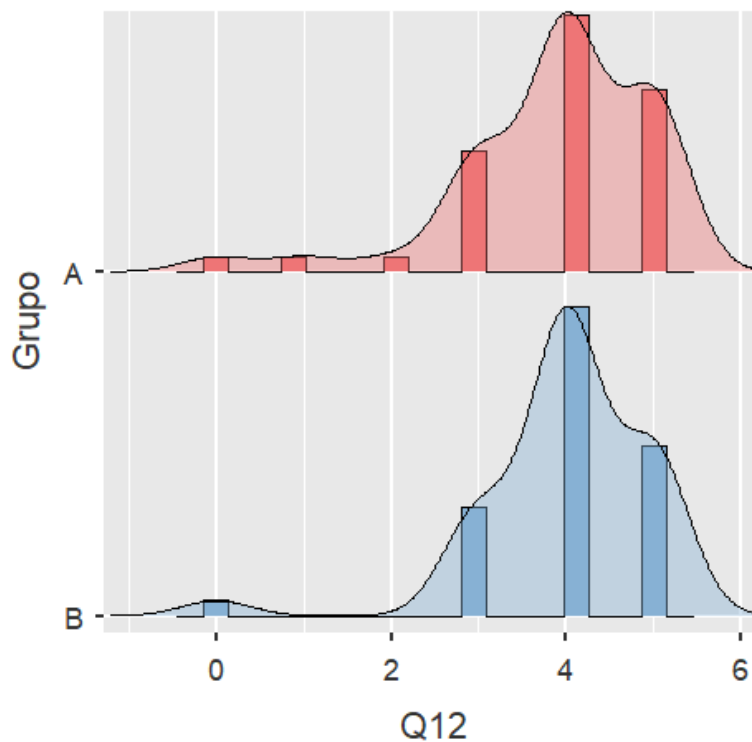
GRÁFICO 83: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q11



No Gráfico 83, admita apenas a escala de resposta *likert*: (1) nunca; (2) raramente; (3) eventualmente; (4) frequentemente; (5) muito frequente. Observe que, no Gráfico 83, a “mais expressiva” (quantitativa) ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q11 do Questionário Bloco II é: **“Grupo A: (3) eventualmente”**; **“Grupo B: (4) frequentemente”**.

Ver o Gráfico 84:

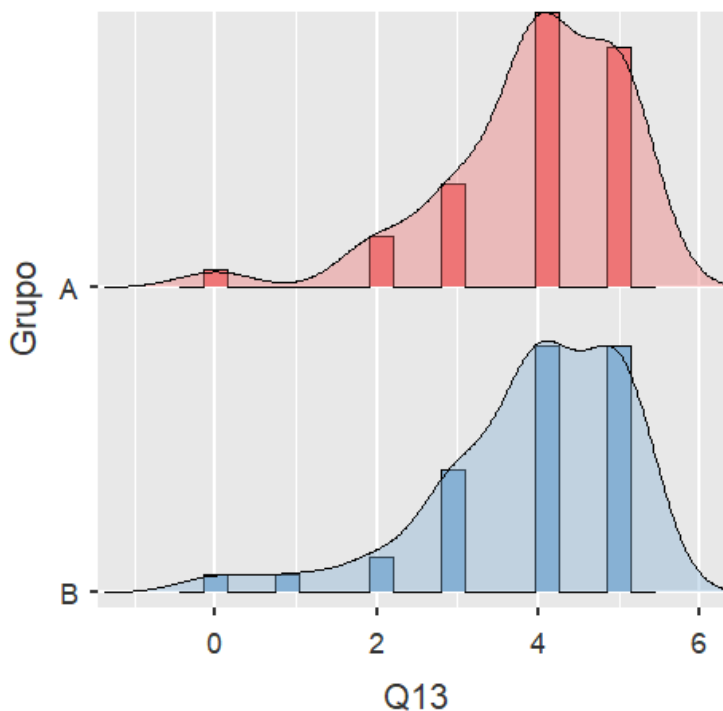
GRÁFICO 84: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q12



No Gráfico 84, admita apenas a escala de resposta *likert*: (1) não é nada importante; (2) pouco importante; (3) mediana; (4) importante; (5) muito importante. Observe que, no Gráfico 84, a “mais expressiva” (quantitativa) ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q12 do Questionário Bloco II é: “**Grupo A: (4) importante**”; “**Grupo B: (4) importante**”.

Ver o Gráfico 85:

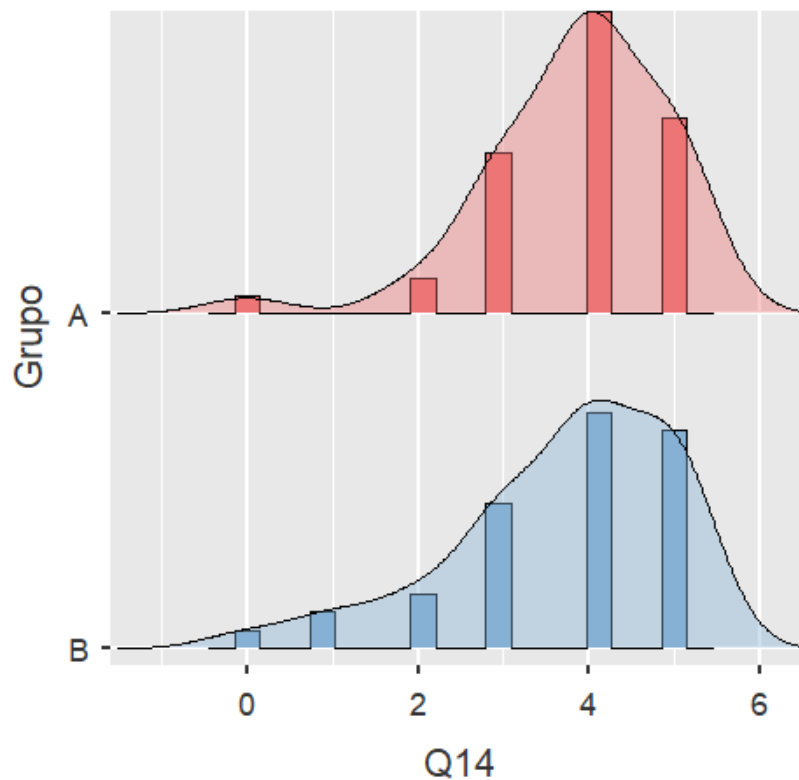
GRÁFICO 85: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q13



No Gráfico 85, admita apenas a escala de resposta *likert*: (1) discordo totalmente; (2) discordo; (3) não concordo, nem discordo; (4) concordo; (5) concordo totalmente. Observe que, no Gráfico 85, a “mais expressiva” (quantitativa) ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q13 do Questionário Bloco II é: **“Grupo A: (4) concordo”**; **“Grupo B: (4) concordo e (5) concordo totalmente”**.

Ver o Gráfico 86:

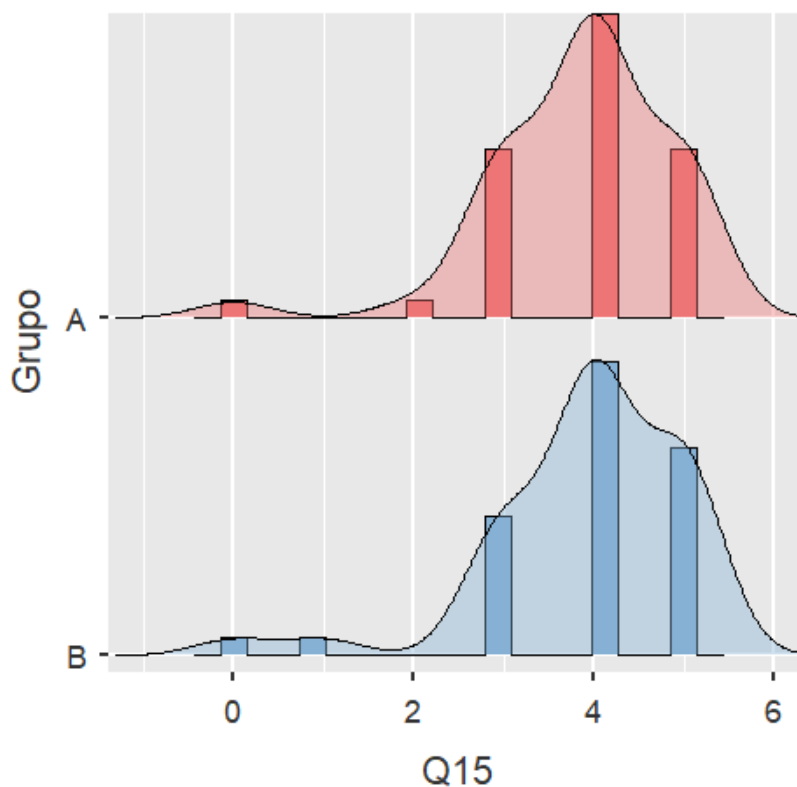
GRÁFICO 86: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q14



No Gráfico 86, admita apenas a escala de resposta *likert*: (1) nunca; (2) raramente; (3) eventualmente; (4) frequentemente; (5) muito frequente. Observe que, no Gráfico 86, a “mais expressiva” (quantitativa) ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q14 do Questionário Bloco II é: **“Grupo A: (4) frequentemente”**; **“Grupo B: (4) frequentemente”**.

Ver o Gráfico 87:

GRÁFICO 87: Densidade e Histograma de Ocorrências de Respostas a Q15



No Gráfico 87, admita apenas a escala de resposta *likert*: (1) não é nada importante; (2) pouco importante; (3) mediana; (4) importante; (5) muito importante. Observe que, no Gráfico 87, a “mais expressiva” (quantitativa) ocorrência de resposta dada pelos estudantes a questão Q15 do Questionário Bloco II é: “**Grupo A: (4) importante**”; “**Grupo B: (4) importante**”.

8.6 Resumo do capítulo

A análise de dados do estudo empreendido na EEEMFV foi feita por meio de *análise estatística descritiva* e *análise de respostas a questões abertas*. A *análise estatística descritiva* foi empregada em dados obtidos por meio de Questionário e Teste de Desempenho, sendo feita basicamente com auxílio do programa de computador *Jamovi*. Já a *análise de respostas a questões abertas* foi aplicada em Entrevista.

A *Análise estatística descritiva* empregada em Questionário revelou que o perfil dos estudantes dos Grupos *A* e *B*, em mediana, é o mesmo, e equivalente a: são estudantes do sexo masculino; turno de estudo noturno; com mais de 16 anos; que exercem atividade profissional; gostam de ver televisão; ler livros, jornais e revistas; gostam de ouvir rádio e/ou podcasts; **não gostam de estudar Matemática**; possuem acesso a computador e Internet em casa ou escola; possuem *smartphone* com acesso à Internet; utilizam aplicações informáticas para fins educativos; **não dominam outro idioma (inglês, italiano, alemão, etc.)**; e, por fim, utilizam a biblioteca e laboratórios da escola.

Na visão do Grupo *A* e *B* de estudantes, é importante: o uso do *modelo psi-zero* como estratégia didática para resolução de problemas de contagem. A utilização de áudios, textos, vídeos instrutivos e figuras/imagens de objetos do dia-a-dia para facilitar a resolução de problemas de contagem; a exploração adequada de representações visuais de objetos concretos e desenhos na resolução de problemas de contagem. Além disso, Os Grupos *A* e *B* de estudantes concordaram que o uso do *modelo psi-zero* com objetos de aprendizagem interativos (como, por exemplo, simuladores e videogames educacionais) pode facilitar a resolução de problemas de contagem.

De acordo com os estudantes entrevistados, o uso didático do *ymat* (com *psi-zero*) apresenta mais pontos positivos (como, auxiliar na obtenção de respostas adequadas para as questões propostas; auxiliar na instrução por meio de desenhos; auxiliar na condução do raciocínio) do que pontos negativos (como, necessidade do emprego de “imagens maiores”).

Por fim, considerando os dados obtidos em Teste de Desempenho, a análise da variável Desempenho (%), por Grupos *A* e *B*, apontou que, em *mediana*, o desempenho do Grupo *B* (50%) de estudantes é mais elevado do que o Grupo *A* (0%), sendo este resultado estatisticamente significativo. Ou seja, o Grupo *B* de estudantes, que utilizou o *modelo psi-zero* via aplicação informática *yamat*, teve desempenho (50%) superior ao Grupo *A* (0%), que não utilizou o *modelo psi-zero* em Teste de Desempenho.

CAPÍTULO IX – CONCLUSÃO E TRABALHO FUTURO

Este capítulo recupera os objetivos da investigação; apresenta o contributo e limitação do estudo realizado; destaca as publicações realizadas por Albuquerque e Gouveia (associadas ao trabalho de pesquisa); expõe a conclusão do estudo feito; lança propostas para trabalho futuro; e, por fim, apresenta o encerramento do relatório de pesquisa.

9.1 Introdução

Esta parte do trabalho recupera os objetivos da investigação (indicando que, todos os objetivos propostos no estudo foram atingidos) e aborda o contributo, limitação e conclusão do estudo realizado. Traz em destaque, no subcapítulo 9.4, as publicações realizadas por Albuquerque e Gouveia, nos anos de 2022, 2021 e 2017, associadas ao trabalho de tese. No subcapítulo 9.6, lança propostas para trabalho futuro e, por fim, no subcapítulo 9.7, encerra o presente texto.

9.2 Revisitando os objetivos

Neste subcapítulo, recuperam-se os objetivos da investigação, de forma a mostrar que todos os objetivos propostos no estudo foram atingidos.

O **objetivo geral** da investigação consistiu, no âmbito do Ensino Médio, “verificar se a aplicação didática do *modelo psi-zero* proporciona uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem”.

Já os **objetivos específicos** da investigação foram em número de três, a saber:

- a) Analisar, de modo comparativo, os valores de tendência central (moda, média e mediana) e variabilidade (amplitude, variância e desvio padrão) do conjunto de dados de desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova sem e com a aplicação do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem;
- b) Conhecer limites e potencialidades didáticas da aplicação do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem;
- c) Elaborar a aplicação informática *y mat* – para explorar o conceito do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem.

Todos os objetivos da investigação foram atingidos, pois:

- Verificou-se que, a aplicação didática do *modelo psi-zero* proporcionou uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem. Ver o subcapítulo 8.4 deste trabalho de pesquisa;
- Analisou-se, de modo comparativo, os valores de tendência central (moda, média e mediana) e variabilidade (amplitude, variância e desvio padrão) do conjunto de dados de desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova sem e com a aplicação do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem. Ver o subcapítulo 8.4 deste trabalho de pesquisa;
- Obteve-se o conhecimento de certos limites e potencialidades didáticas da aplicação do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem. Ver o subcapítulo 6.4 deste trabalho de pesquisa;
- Elaborou-se a aplicação informática *y mat* para explorar o *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem. Ver o subcapítulo 3.4.1 deste trabalho de pesquisa.

9.3 Contributo e limitação do estudo

Apresenta-se, neste subcapítulo, o contributo (a) e a limitação do estudo (b) realizado:

- a) **Contributo:** validação da proposta de aplicação do *modelo psi-zero* como estratégia didática para a resolução de problemas de contagem (no âmbito do Ensino Médio).
- b) **Limitação do estudo:** devido a questões de tempo e de logística para realização do trabalho de investigação, resolveu-se delimitar o objeto de estudo, de maneira que, a pesquisa foi feita apenas com estudantes de Ensino Médio, da 1^a, 2^a e 3^a Série da EEEMFV. Em especial, convém ressaltar que, apesar da aplicação do estudo de caso mostrar-se conveniente para realização da pesquisa empreendida, o mesmo envolve certos cuidados com generalizações de resultados e conclusões, sendo em muitos casos, proibitivo fazer tais generalizações, especialmente, para populações distintas do estudo realizado.

9.4 Publicações realizadas

Apresenta-se, neste subcapítulo, as publicações realizadas (associadas ao trabalho de tese) em revistas especializadas e no evento Dias da Investigação na UFP:

- Albuquerque, R. S. A. C. de; Gouveia, Luís Borges (2022). Um problema de contagem com solução vazia. *Educação e Matemática: Revista da Associação de Professores de Matemática (RAPM)*. Secção Ponto de Vista, Reações e Ideias. n.º165(2022). ISSN: 0871-7222.
- Albuquerque, R. S. A. C. de; Gouveia, Luís Borges (2021). Uma recreação matemática com agrupamentos de pedras. Painel I. *Revista do Professor de Matemática (RPM)*. n.º103, pp.12-14, Junho.

- Albuquerque, R. S. A. C. de; Gouveia, Luís Borges (2017). Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática. *In: GADI (coord.). (2018). Gabinete de Relações Internacionais e Apoio ao Desenvolvimento Institucional, Universidade Fernando Pessoa. ebook, Atas dos Dias da Investigação na UFP 2017 (UFP Research Days Proceedings). Porto. ISBN 978-989-643-144-9.*
- Albuquerque, R. S. A. C. de; Gouveia, Luís Borges (2017). Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática. *Dias da Investigação na UFP*. 11 a 14 de Julho. Universidade Fernando Pessoa.

9.5 Conclusão do estudo

De acordo com Almeida e Freire (1997, p. 37), “Uma investigação inicia-se sempre pela definição de um problema”. O trabalho de investigação empreendido partiu da seguinte questão: “será que a aplicação didática do *modelo psi-zero* proporciona uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem?”.

No estudo realizado, a resposta encontrada para o problema de pesquisa foi positiva, sendo confirmada a hipótese levantada no início desta pesquisa. Com efeito, a conclusão do estudo é que, agora, a hipótese se transforma em tese, de maneira que, respeitando-se a limitação do estudo executado, pode-se afirmar que: “a aplicação didática do *modelo psi-zero* proporciona uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem”.

9.6 Trabalho futuro

Apresenta-se, neste subcapítulo, as seguintes propostas para trabalho futuro:

- a) Elaborar etapas e diretrizes gerais para construção adequada de modelos matemáticos interpretados (MMI);
- b) Investigar se existe uma causa em comum para os estudantes de Ensino Médio não gostarem de matemática e não dominarem outro idioma (inglês, italiano, alemão, etc.);
- c) Investigar o desempenho do *modelo psi-zero* com base na aplicação de outros modelos orientados para o ensino e aprendizagem de matemática;
- d) Desenvolver, lançar e analisar comercialmente a aplicação informática *ymat* (integrada com o *modelo psi-zero*) para fins educacionais.

9.7 Encerramento da obra

Este trabalho de pesquisa foi desenvolvido numa época conturbada, onde um tipo de coronavírus provocou a doença da COVID-19, que ceifou milhares de vidas humanas por dia. Escolas e instituições de ensino foram temporariamente fechadas, o que dificultou a realização deste trabalho. Todavia, com força e dedicação, o autor desta obra seguiu adiante, com total apoio do seu orientador Prof. Doutor Luís Borges Gouveia e a Universidade Fernando Pessoa. Agora, encerra-se esta obra no papel, mas pretende-se que o seu conteúdo ganhe força e se popularize, não apenas nos meios acadêmicos, mas nas salas de aula, onde atuam professores e estudantes, servindo ao propósito maior de sua criação: a melhoria efetiva do ensino e aprendizagem da matemática com o propósito da melhoria do indivíduo, em corpo e espírito, como ser humano útil ao mundo real (físico) e mundo abstrato (científico).

REFERÊNCIAS

Albuquerque, R. S. A. C. de; Gouveia, Luís Borges (2022). Um problema de contagem com solução vazia. *Educação e Matemática: Revista da Associação de Professores de Matemática (RAPM). Secção Ponto de Vista, Reações e Ideias*. nº165(2022). ISSN: 0871-7222.

Albuquerque, R. S. A. C. de; Gouveia, Luís Borges (2021). Uma recreação matemática com agrupamentos de pedras. *Revista do Professor de Matemática*, nº103, pp. 12-14.

Albuquerque, R. S. A. C. de; Gouveia, Luís Borges (2017). Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática. *In: GADI (coord.). (2018). Gabinete de Relações Internacionais e Apoio ao Desenvolvimento Institucional, Universidade Fernando Pessoa. ebook, Atas dos Dias da Investigação na UFP 2017 (UFP Research Days Proceedings). Porto. ISBN 978-989-643-144-9.*

Albuquerque, R. S. A. C. de; Gouveia, Luís Borges (2017). Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática. *Dias da Investigação na UFP*. 11 a 14 de Julho. Universidade Fernando Pessoa.

Albuquerque, R. S. A. C. de; Haetinger, C. (2015). Um estudo de caso sobre a divergência de resultados na resolução de problemas combinatórios (Case study on the divergence of results in combinatorial problem solving). *Educação Matemática em Revista – RS*, 16 (2). [Em linha]. Disponível em <<http://sbemrevista.kinghost.net/revista/index.php/EMR-S/article/view/1535>>. [Consultado em 20/05/2022].

Albuquerque, R. S. A. C. de (2014). *Uma investigação no ensino médio sobre o raciocínio combinatório e a divergência de resultados na resolução de problemas de contagem*. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) - Universidade do Vale do Taquari (Univates), Lajeado. 175 p. [Em linha]. Disponível em <<https://www.univates.br/bdu/handle/10737/603>>. [Consultado em 25/10/2020].

Alencar Filho, Edgard de (1981), *Teoria Elementar dos Números*. São Paulo: Nobel.

Almeida, I. A. C; Santos, J; Medeiros, C. F (2000). Uma busca de analogias entre as representações mentais e as representações no espaço bidimensional dos modelos geométricos. *Revista Educação Gráfica*, nº 4, pp. 31-41.

Almeida, Leandro S. e Freire, Teresa (1997). *Metodologia da investigação em Psicologia e Educação*. Coimbra: APPORT – Associação dos Psicólogos Portugueses.

AMVAT. Associação dos Municípios do Vale do Taquari. [Em linha]. Disponível em <<https://www.amvat.com.br/municipio/fazenda-vilanova>>. Consultado em 13/02/2024.

Andrade Filho, B.M. de; Rauen, F.J. (2020) ‘Modelagem Matemática de transformações isovolumétricas: análise conforme a teoria de conciliação de metas’, *Educação matemática debate*, 4 (10), p. e202025.

Araujo, K.L. dos S. e Rocha, C.D.A. (2018) ‘Como alunos de Ensino Médio Compreendem os Invariantes Prescritivos de ordem e Repetição em Problemas de Arranjo e Combinação?’, *Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas*, 19 (2), p. 142.

Barbosa, J. C. (2001). Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação. In: *Boletim de Educação Matemática*. (15), pp. 5-23.

Bardin, L. (2016). *Análise de Conteúdo*. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70.

Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto.

Bergamini, D. (1965). *As Matemáticas*. Rio de Janeiro: Livraria José Olympio Editora.

Biembengut, M.S. (2020) ‘Modelagem na Educação Matemática, das ideias às proposições oficiais’, *Com a Palavra, o Professor*, 5 (11), pp. 136-139.

Biembengut, M. S.; Hein, N. (2009). *Modelagem matemática no ensino*. São Paulo: Contexto.

Bisognin, G.; Franco, F. B.; e Bisognin, V. (2016) “Estudo de grafos e aplicações”. *Disciplinarum Scientia | Naturais e Tecnológicas*, 2 (1), pp. 69-83. [Em linha]. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/disciplinarumNT/article/view/1130>. [Consultado em 06/04/2024].

Boyer, C. B. (1996). *História da Matemática* (2ª ed.). São Paulo: Edgard Blücher

Brasil. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP (2023). *Notas sobre o Brasil no Pisa 2022*. Brasília, DF: Inep.

Brasil. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP (s. d.). *Sobre o Pisa*. [Em linha]. Disponível em <http://portal.inep.gov.br/pisa/sobre-o-pisa>. [Consultado em 27/12/2015].

Câmara dos Santos, M. (2002). Um exemplo de situação-problema: o problema do bilhar. *Revista do Professor de Matemática*, nº 50. São Paulo, SBM, pp. 41-45.

CENPEC (2023). Centro de Estudos e Pesquisas em Educação, Cultura e Ação Comunitária. [Em linha]. Disponível em <https://www.cenpec.org.br/noticias/pisa-2022-como-agir-para-garantir-mudancas-estruturais>. Consulta em 10/04/2024.

Chizzotti, Antônio (2006). *Pesquisa em Ciências Humanas e Sociais*. 8ª Edição. São Paulo: Cortez.

Cidades@. [Em linha]. Disponível em <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/rs/fazenda-vilanova/panorama>. [Consultado em 06/04/2024].

Contador (2007), Paulo Roberto Martins. *A matemática na arte e na vida*. São Paulo: Livraria da Física.

Courant, Richard; Robbins, Herbert (2000). *O que é Matemática?* Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna LTDA.

Coutinho, S. C. (2005). *Números Inteiros e Criptografia RSA*. 2ª edição. Rio de Janeiro, IMPA.

Dante, L. Roberto. *Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática*. São Paulo: Ática, 2009.

Demo, P. (2009). *Educação hoje: “novas” tecnologias, pressões e oportunidades*. São Paulo: Atlas.

Domingues, Estefane; Stahl, Nilson; Santos, Clara; Santos, Patrícia; Schröetter, Sandra (2013). Modelagem Matemática como Metodologia de Ensino na 2ª Série do Ensino Médio – Uma Aplicação Prática. *In: II Congresso Internacional Interdisciplinar em Sociais e Humanidades*, Belo Horizonte – MG.

Euclides (2009). *Os elementos*. Tradução e Introdução: Irineu Bicudo. São Paulo: Editora Unesp.

Farias, Jovani (2023). *Fazenda Vilanova: sua história*. – 2.ed. – Lajeado, RS: Publicações A Hora. 358 p.

Frenkel (2014). *Amor e Matemática: o coração da realidade escondida*. Tradução Carlos Szlak. -1.ed.- Rio de Janeiro: Casa da Palavra.

Gonçalves E. D. S. (2020). *Contribuições de uma sequência didática com resolução de problemas de Análise Combinatória*. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade Federal do Vale do São Francisco (UNIVASF), Juazeiro, BA. 144p. [Em linha]. Disponível em <https://portais.univasf.edu.br/profmat/everaldo_dos_santos_goncalves_turma_2017.pdf>. [Consultado em 06/04/2024].

Gouveia, L. B. e Gaio, S. (Eds.) (2004). *Sociedade da Informação: balanço e implicações*. Porto: Edições Universidade Fernando Pessoa.

Guerra, A. de L. e R. e Moura, D. B. de (2021). A Chave para o Conhecimento Desvendando os Benefícios da Pesquisa Bibliográfica em Pesquisas Educacionais, *Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação*, 7 (3), pp. 597-604. [Em linha]. Disponível em <<https://doi.org/10.51891/rease.v7i3.10440>>. [Consultado em 06/04/2024].

Howard, Anton; Rorres, Chris (2001). *Álgebra Linear com Aplicações*. 8ª edição. Tradução de Claus Ivo Doering. Porto Alegre.

Johnson-Laird, Philip, N. (1983). *Mental Models: Towards a Cognitive Science of Language, Inference, and Consciousness*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.

Lima, Elon Lages (2000). *Meu Professor de Matemática e outras histórias*. 3ª edição. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM.

Lima, Elon Lages; Carvalho, Paulo Cezar Pinto; Wagner, Eduardo; Morgado, Augusto César (2003). *A Matemática do Ensino Médio*. Rio de Janeiro: SBM, v.1 (Coleção do Professor de Matemática, nº 13).

Lima, R.N. de e Galvão, M.E.E.L. (2020) ‘Registro das etapas da Resolução de Problemas como recurso para um melhor desempenho de estudantes em vários níveis de escolaridade’, *Revista de Educação Matemática (Online)*, 17 (17), p. e020027.

Lockhart, Paul (2009). *A Mathematician’s Lament*. Bellevue Literary Press.

Machado, A. C. (1998). *A Aquisição do Conceito de Função: perfil de imagens produzidas pelos alunos*. Belo Horizonte: UFMG. (Dissertação de Mestrado).

Martins, A. A. P., Lucena, I. C. R. de, Silva, M. de F. V. da . e Silva , F. H. S. da (2024) “JOGOS DIGITAIS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: ESTADO DO CONHECIMENTO (2016-2021)”, *REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*. Cuiabá, Brasil, 12, p. e24011. [Em linha]. Disponível em <<https://doi.org/10.26571/reamec.v12.16128>>. [Consultado em 06/04/2024].

Martins, G. de A. de (2016). *Metodologia da investigação científica para ciências sociais aplicadas* / Gilberto de Andrade Martins, Carlos Renato Theóphilo. – 3. ed. – São Paulo: Atlas.

Moreira da Silva, D., & Silveira, I. F. (2019). As manifestações de game design nas pesquisas acadêmicas que relacionam os jogos digitais e o ensino e a aprendizagem de matemática: dez anos de estudos no Brasil. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 10 (4), pp. 20-38. [Em linha]. Disponível em <<https://doi.org/10.26843/rencima.v10i4.2449>>. [Consultado em 06/04/2024].

Moreira, Marco Antônio (1999). *Teorias de Aprendizagem*. São Paulo: EPU.

Moreira, M.A. e Oliveira, A.P. (2003). Dificuldade dos alunos na aprendizagem da lei de Ampère, à luz da teoria dos modelos mentais de Johnson-Laird. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 25 (3), 317-325.

Morgado, A. C. et al. *Análise Combinatória e Probabilidade*. Rio de Janeiro: SBM, 1991. (Coleção do Professor de Matemática, n. 02).

Moraes, M. C. (1996). O paradigma educacional emergente: implicações na formação do professor e nas práticas pedagógicas. *In: Em Aberto*. 16(70), pp. 56-69

Nunes, E. M. D. A. (2019). *Estudo sobre a matemática recreativa e sua inserção no ensino de matemática* (Master's thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Norte).

OECD (2016). *PISA 2015 Results (Volume I): Excellence and Equity in Education*. Paris: OECD Publishing. [Em linha]. Disponível em <<http://www.oecdilibrary.org/docserver/download/9816061e.pdf?expires=1499212717&id=id&accname=guest&checksum=AE25442A8E319C0FD253AFCD049BE529>>. [Consultado em 04/07/2017].

OECD (2019). *PISA: Results from PISA 2018*. Volumes I-III. [Em linha]. Disponível em <https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_BRA.pdf>. [Consultado em 05/10/2022].

OECD (2023). *PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education*, PISA, OECD Publishing, Paris. [Em linha]. Disponível em <<https://doi.org/10.1787/53f23881-en>>. [Consultado em 29/03/2024].

OECD (2023). *PISA 2022 Results (Volume II): Learning During - and From - Disruption*, PISA, OECD Publishing, Paris. [Em linha]. Disponível em <<https://doi.org/10.1787/a97db61c-en>>. [Consultado em 29/03/2024].

Pires, R.F., Silva Costa, C. e Petronilho Boiago, C.E. (2020) ‘Modelagem matemática para o estudo de função afim: uma possibilidade de aprendizagem a partir da conta de água’, *Intermaths*, 1(1), pp. 77-100.

PMFV. [Em linha]. Prefeitura Municipal de Fazenda Vilanova. Disponível em <<https://www.fazendavilanova.rs.gov.br/pagina/view/27>>. Consultado em 13/02/2024.

Polya, G. (1997). Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. *In: Krulik, Stephen; Reys, Robert E. A resolução de problemas na matemática escolar*. Tradução: Hygino H. Domingues; Olga Corbo. São Paulo: Atual, pp.1-3.

Ribeiro, K.L., Henklain, M.H.O. e Oliveira, Y.N. (2021) ‘Treinar a correspondência entre diferentes formas de apresentar problemas melhora o desempenho matemático’, *Avances en Psicología Latinoamericana*, 39(1), pp. 1-18.

Rio Grande do Sul. Portaria SEDUC/RS Nº 350, de 30 de dezembro de 2021. Dispõe sobre a organização curricular do ensino fundamental e do ensino médio no âmbito das escolas da rede pública estadual de ensino do Estado do Rio Grande do Sul. *Diário Oficial do Estado do Rio Grande do Sul*, Porto Alegre, RS. [Em linha]. Disponível em <<https://www.diariooficial.rs.gov.br/materia?id=661880>>. [Consultado em 05/04/2024].

Santos, A.B., Rodrigues, N.D.S. e Frei, F. (2021). Aprendizagem colaborativa na resolução de problemas lógicos: experimento com estudantes de Ensino Médio utilizando um jogo digital, *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 12(4), pp. 1-20.

Santos, J. dos; Almeida, I. A. C. e Correia, A. M. A. (2002). Interpretando a geometria euclidiana através do estudo de telhados. In: *XIV Congresso Internacional de Ingeniería Gráfica*. Santander, España, 5-7 junio de 2002, s.p

Sampiere, R. H.; Collado, C. F.; Lucio, P. B. (2006). *Metodologia de Pesquisa*. Tradução: Fátima Conceição Murad; Melissa Kassner; Sheila Clara Dystyler Ladeira. 3 ed. São Paulo: McGraw-Hill.

Singh, Simon (1998). *O Último Teorema de Fermat: a história do enigma que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos*. Tradução de Jorge Luiz Calife, 2ª edição. Rio de Janeiro: Record.

Stenhouse, L. (1975). *An introduction to curriculum research and development*. Londres: Heinemann, 1975.

Strogatz, Steven H. (2013). *A matemática do dia-a-dia: transforme o medo de números em ações eficazes para a sua vida*. Tradução de Paulo Polzonoff Jr. – Rio de Janeiro: Elsevier.

Skovsmose, O. (2000). Cenários de investigação. In: *Bolema – Boletim de Educação Matemática*. (14), pp. 66-91

Wikipedia. O Homem Vitruviano. [Em linha]. Disponível em <[https://pt.wikipedia.org/wiki/Homem_Vitruviano_\(desenho_de_Leonardo_da_Vinci\)](https://pt.wikipedia.org/wiki/Homem_Vitruviano_(desenho_de_Leonardo_da_Vinci))>. [Consultado em 18/04/2024].

APÊNDICES

Apêndice A: Requerimento de Autorização para Investigação

**Universidade Fernando Pessoa
Doutoramento em Ciências da Informação
Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação**



Requerimento de Autorização para Investigação

Venho por meio deste requerimento, solicitar autorização para realização de uma pesquisa de campo com os estudantes das turmas de 1ª Série, 2ª Série e 3ª Série da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, situada na Avenida Rio Grande do Sul, nº222, Centro, Fazenda Vilanova/RS. O trabalho de estudo, intitulado **“Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática: um estudo do desempenho de estudantes do Ensino Médio ao aplicar o modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem”**, de autoria do pesquisador Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque e orientação do Professor Doutor Luís Manuel Borges Gouveia, está inserido no âmbito do Curso de Doutorado em Ciências da Informação, na especialidade Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação, da Universidade Fernando Pessoa (UFP), Porto, Portugal. O objetivo principal do estudo é verificar se a aplicação do *modelo psi-zero* proporciona uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem. O *modelo psi-zero* fundamenta-se na aplicação de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital, que, sob o invólucro de adequados universos de raciocínio, poderá representar uma estratégia didática diferenciada para resolução de problemas de contagem. O pesquisador responsável pela investigação é Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque, Mestre em Ensino de Ciências Exatas (Univates), que realizará a coleta de dados até o final do período do Ano Letivo de 2022, aplicando um questionário de múltipla escolha com escala do tipo *likert* com 15 questões para todos os estudantes participantes da pesquisa; uma entrevista estruturada com 4 questões para 12 estudantes participantes da pesquisa (selecionados aleatoriamente em número mínimo de 2 estudantes por turma de 1ª Série, 2ª Série e 3ª Série do Ensino Médio); e um teste de

Cont. Apêndice A: Requerimento de Autorização para Investigação

desempenho na resolução de problemas de contagem com 2 questões para todos os participantes da pesquisa. Para a realização do referido teste de desempenho, os estudantes serão divididos em *Grupo A* e *Grupo B*, onde o *Grupo A* fará o teste de desempenho sem a aplicação do *modelo psi-zero* e o *Grupo B* fará o teste de desempenho com a aplicação do *modelo psi-zero*. O acesso ao *modelo psi-zero* ocorrerá por meio da aplicação informática *y_{mat}* – que servirá, de modo especial, para explorar o conceito do *modelo psi-zero*. Para a utilização do aplicativo *y_{mat}* é necessário que os estudantes estejam portando *smartphones*, com acesso à internet. As informações coletadas serão tratadas de forma estatística e não será feita identificação pessoal dos estudantes em nenhuma apresentação oral ou trabalho escrito, que venha a ser publicado. A participação na pesquisa é voluntária e não haverá qualquer custo ou prejuízo para a escola. Se no decorrer da pesquisa o(a) participante resolver não mais continuar terá toda a liberdade de o fazer, sem que isso lhe acarrete qualquer prejuízo. O material original da investigação ficará em posse do pesquisador responsável por um período legal de cinco anos, quando ao término deverá ser destruído, garantindo-se o sigilo sobre possíveis dados confidenciais. O resultado do estudo, orientado pelo Professor Doutor Luís Manuel Borges Gouveia, será apresentado na Faculdade de Ciência e Tecnologia da Universidade Fernando Pessoa. O pesquisador responsável compromete-se a esclarecer adequadamente qualquer dúvida que eventualmente cada participante venha a ter antes, durante ou depois da pesquisa, através do telefone (051) 98103-2516 ou e-mail: robertostenio@uol.com.br.

ROBERTO STENIO
AREIAS CARNEIRO DE
ALBUQUERQUE:8442
6578434

Assinado de forma digital por
ROBERTO STENIO AREIAS
CARNEIRO DE
ALBUQUERQUE:84426578434
Dados: 2022.09.29 16:01:14
-03'00'

Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque
Pesquisador Responsável

Apêndice B: Questionário Aplicado

Universidade Fernando Pessoa
Doutoramento em Ciências da Informação
Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação



Questionário

Pesquisador Responsável: Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Trabalho: Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática: um estudo do desempenho de estudantes do Ensino Médio ao aplicar o modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem

Autor: Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Orientador: Professor Doutor Luís Manuel Borges Gouveia

O objetivo do presente questionário é levantar dados sobre o perfil dos estudantes participantes da pesquisa, bem como, saber o ponto de vista desses estudantes sobre algumas questões relacionadas ao *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem. O modelo psi-zero fundamenta-se na aplicação de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital, que, sob o invólucro de adequados universos de raciocínio, poderá representar uma estratégia didática diferenciada para resolução de problemas de contagem. Os dados aqui obtidos serão utilizados para alcançar o objetivo específico de estudo: “conhecer limites e potencialidades didáticas do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem”. As perguntas no questionário estão divididas em dois blocos: Bloco I, que trata do perfil do estudante; Bloco II, que traz às questões relativas ao *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem. O questionário é de múltipla escolha com escala do tipo *likert* com 15 questões. A participação no questionário é voluntária e individual, não sendo identificado o respondente, que será caracterizado por sua série, sua turma, seu grupo e código numérico único (arbitrado pelo pesquisador responsável no intervalo numérico fechado de 1 a 154). Os dados recolhidos por meio do questionário serão usados apenas como componente estatístico do trabalho de estudo. Estima-se um tempo para preenchimento do questionário em torno de 15 a 20 minutos. O questionário deverá ser devolvido no mesmo dia do recebimento, reiterando “sem a identificação do respondente”.

Obrigado por sua colaboração!

ROBERTO STENIO AREIAS
CARNEIRO DE
ALBUQUERQUE:84426578434

Assinado de forma digital por
ROBERTO STENIO AREIAS CARNEIRO
DE ALBUQUERQUE:84426578434
Dados: 2022.11.29 22:14:08 -03'00'

Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Pesquisador Responsável

Discente do Curso de Doutorado em Ciências da Informação, especialidade Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação da Universidade Fernando Pessoa (UFP)

Prof. Doutor Luís Manuel Borges Gouveia

Orientador

Coordenador do Curso de Doutorado em Ciências da Informação, especialidade Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação da Universidade Fernando Pessoa (UFP)

Cont. Apêndice B: Questionário Aplicado

Questionário

Bloco I – Perfil do Estudante

Série: _____ Turma: _____ Grupo: _____ Código: _____

Marque as opções abaixo com um X conforme sua realidade:

Sexo:	() Masculino	() Feminino
Turno de estudo:	() Diurno	() Noturno
Idade:	() 13 a 16	() Mais de 16
Exerce atividade profissional:	() Sim	() Não
Gosta de ver televisão:	() Sim	() Não
Gosta de ler livros, jornais e revistas:	() Sim	() Não
Gosta de ouvir rádio e/ou podcasts:	() Sim	() Não
Gosta de estudar Matemática:	() Sim	() Não
Possui acesso a computador e internet em casa ou escola:	() Sim	() Não
Possui smartfone com acesso à internet:	() Sim	() Não
Utiliza aplicações informáticas para fins educativos:	() Sim	() Não
Domina outro idioma (inglês, italiano, alemão etc.):	() Sim	() Não
Utiliza a biblioteca e laboratórios da escola:	() Sim	() Não

Bloco II – Modelo Psi-Zero na Resolução de Problemas de Contagem

Nº	Questão	5	4	3	2	1
1	Você concorda que é mais difícil resolver a questão 01 do teste de desempenho com o uso do <i>modelo psi-zero</i> ?	Concordo totalmente ()	Concordo ()	Não concordo, nem discordo ()	Discordo ()	Discordo totalmente ()
2	O <i>modelo psi-zero</i> explora o uso de figuras/imagens de objetos concretos (como, dominós e bolas de bilhar) na resolução de problemas de contagem. Com que frequência você resolve problemas de contagem com representações visuais de objetos concretos?	Muito Frequente ()	Frequentemente ()	Eventualmente ()	Raramente ()	Nunca ()

Cont. Apêndice B: Questionário Aplicado

3	Para você é importante que o <i>modelo psi-zero</i> explore adequadamente representações visuais de objetos concretos na resolução de problemas de contagem?	Muito Importante ()	Importante ()	Mediana ()	Pouco importante ()	Não é nada importante ()
4	Você concorda que é mais fácil resolver a questão 02 do teste de desempenho sem o uso do modelo <i>psi-zero</i> ?	Concordo totalmente ()	Concordo ()	Não concordo, nem discordo ()	Discordo ()	Discordo totalmente ()
5	O <i>modelo psi-zero</i> poderá explorar o uso de desenhos na resolução de problemas de contagem. Você utiliza desenhos para resolver problemas de contagem?	Muito Frequente ()	Frequentemente ()	Eventualmente ()	Raramente ()	Nunca ()
6	Para você é importante que o <i>modelo psi-zero</i> explore adequadamente desenhos na resolução de problemas de contagem?	Muito Importante ()	Importante ()	Mediana ()	Pouco importante ()	Não é nada importante ()
7	Você concorda que o uso do <i>modelo psi-zero</i> dificulta a representação visual de um problema de contagem?	Concordo totalmente ()	Concordo ()	Não concordo, nem discordo ()	Discordo ()	Discordo totalmente ()
8	O <i>modelo psi-zero</i> explora o uso de figuras/imagens de objetos do dia a dia na resolução de problemas de contagem. Com que frequência você utiliza figuras/imagens de objetos do dia a dia para resolver problemas de contagem?	Muito Frequente ()	Frequentemente ()	Eventualmente ()	Raramente ()	Nunca ()
9	Para você é importante que o <i>modelo psi-zero</i> utilize figuras/imagens de objetos do dia a dia para facilitar a resolução de problemas de contagem?	Muito Importante ()	Importante ()	Mediana ()	Pouco importante ()	Não é nada importante ()

Cont. Apêndice B: Questionário Aplicado

10	<p>Você concorda que é mais fácil resolver a questão 01 do teste de desempenho com o <i>modelo psi-zero</i>, visto que, pode-se representar o ponto que se move num retângulo por uma bola de bilhar que se movimenta numa mesa de formato retangular?</p>	Concordo totalmente	Concordo	Não concordo, nem discordo	Discordo	Discordo totalmente
		()	()	()	()	()
11	<p>O <i>modelo psi-zero</i> poderá explorar o uso de textos, áudios e vídeos instrutivos na resolução de problemas de contagem. Você utiliza textos, áudios e vídeos instrutivos para resolver problemas de contagem?</p>	Muito Frequente	Frequentemente	Eventualmente	Raramente	Nunca
		()	()	()	()	()
12	<p>Para você é importante que o <i>modelo psi-zero</i> utilize áudios, textos e vídeos instrutivos para facilitar a resolução de problemas de contagem?</p>	Muito Importante	Importante	Mediana	Pouco importante	Não é nada importante
		()	()	()	()	()
13	<p>Você concorda que o uso do <i>modelo psi-zero</i> com objetos de aprendizagem interativos (como, por exemplo, simuladores e videogames educacionais) pode facilitar a resolução de problemas de contagem?</p>	Concordo totalmente	Concordo	Não concordo, nem discordo	Discordo	Discordo totalmente
		()	()	()	()	()
14	<p>Se disponível para uso didático em sala de aula, com que frequência você irá utilizar o <i>modelo psi-zero</i> para resolver problemas de contagem?</p>	Muito Frequente	Frequentemente	Eventualmente	Raramente	Nunca
		()	()	()	()	()
15	<p>Em sua opinião, qual é o nível de importância do uso do <i>modelo psi-zero</i> como estratégia didática para resolução de problemas de contagem?</p>	Muito Importante	Importante	Mediana	Pouco importante	Não é nada importante
		()	()	()	()	()

Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

Universidade Fernando Pessoa
Doutoramento em Ciências da Informação
Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação



Relatório Estatístico – Questionário

Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Trabalho: Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática: um estudo do desempenho de estudantes do Ensino Médio ao aplicar o modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem

Autor: Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Orientador: Professor Doutor Luís Manuel Borges Gouveia

I) Introdução

Este relatório apresenta dados, estatísticas, frequências, gráficos e resultados estatísticos [relativos ao Questionário que foi respondido por 79 estudantes (40 do Grupo A; 39 do Grupo B) de Ensino Médio da EEEMFV] que são fundamentais para o trabalho de tese (em epígrafe) que está sendo desenvolvido pelo autor no âmbito do programa de doutoramento em Ciências da Informação, da Faculdade de Ciência e Tecnologia da Universidade Fernando Pessoa, Porto, Portugal.

II) Dados

Na Tabela 1 e Tabela 2, organizados em categorias, constam os dados obtidos no Questionário (Blocos I e II):

TABELA 1: Dados obtidos no Questionário Bloco I

Dado	Grupo	Cód.	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
1	A	10	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	2	1
2	A	11	2	1	2	2	1	1	1	1	1	2	1	2	1
3	A	12	1	1	2	2	2	1	1	2	1	1	1	2	2
4	A	13	1	1	2	2	2	1	1	1	1	1	1	2	1
5	A	14	2	1	1	2	1	1	1	2	1	1	1	2	1
6	A	15	1	1	2	1	1	2	1	2	1	1	1	1	1
7	A	16	2	1	1	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2
8	A	17	2	1	1	2	1	2	1	2	1	1	1	2	1

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

9	A	18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1
10	A	20	1	1	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2	0
11	A	22	1	1	1	2	1	1	1	2	1	1	1	2	1
12	A	35	1	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2	2	1
13	A	41	1	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1
14	A	42	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	1
15	A	43	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1
16	A	45	1	2	1	1	1	2	2	2	1	1	1	2	1
17	A	46	1	2	1	1	1	2	1	1	1	1	1	2	2
18	A	47	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1
19	A	48	1	2	1	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1
20	A	49	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	1
21	A	50	2	2	1	1	1	1	1	2	1	1	2	2	1
22	A	51	2	2	1	1	1	1	1	2	1	1	2	2	1
23	A	53	2	2	1	2	1	1	2	1	1	1	1	2	1
24	A	54	2	2	1	1	1	1	1	2	1	1	1	2	1
25	A	55	2	1	1	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1
26	A	56	2	2	1	1	1	1	1	2	1	1	2	2	1
27	A	57	1	2	1	1	1	2	1	2	1	1	1	2	1
28	A	60	1	2	2	1	1	2	1	2	1	1	1	2	1
29	A	99	1	2	2	1	1	2	1	2	1	1	1	2	1
30	A	110	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
31	A	112	1	2	2	1	2	1	2	2	1	1	2	2	2
32	A	113	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	2	2	2
33	A	114	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1
34	A	115	1	2	2	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1
35	A	116	2	2	2	1	1	2	1	2	1	1	1	2	2
36	A	117	2	2	2	1	1	1	2	2	1	1	1	2	1
37	A	118	2	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1
38	A	119	2	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	2	1
39	A	120	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2
40	A	121	1	2	2	1	1	2	1	2	1	1	2	2	2
41	B	05	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1
42	B	06	2	1	2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
43	B	07	1	1	2	1	1	2	1	2	1	1	2	2	1
44	B	08	2	1	1	2	1	1	2	2	1	1	1	2	1
45	B	09	2	1	1	1	1	2	2	1	1	1	2	2	2
46	B	19	2	1	1	2	1	1	2	1	1	1	1	1	1
47	B	21	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	2	2

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

48	B	23	2	2	2	1	2	1	1	2	1	1	1	1
49	B	24	1	1	2	1	1	1	2	1	1	1	2	2
50	B	25	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	2
51	B	26	1	1	1	2	2	2	2	2	1	1	1	2
52	B	27	1	1	1	2	1	2	2	2	1	1	2	2
53	B	28	1	1	1	2	1	1	1	2	1	1	2	2
54	B	29	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	2
55	B	30	1	1	1	2	1	1	1	2	1	1	2	2
56	B	31	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	2	2
57	B	32	2	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	2
58	B	33	2	2	1	1	1	2	1	2	1	1	1	2
59	B	34	2	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2
60	B	39	1	2	1	1	1	2	2	2	1	1	2	2
61	B	40	1	2	2	1	2	1	1	1	1	1	1	2
62	B	58	1	2	1	2	1	2	1	2	1	1	1	2
63	B	61	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	1	2
64	B	62	1	2	2	1	2	2	1	2	1	1	2	2
65	B	63	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2
66	B	64	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2
67	B	65	1	2	1	1	1	2	1	2	1	1	1	2
68	B	66	1	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2
69	B	98	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	2	2
70	B	100	2	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	2
71	B	101	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2
72	B	102	2	2	2	1	1	2	1	2	1	1	1	2
73	B	103	2	2	2	1	1	2	1	2	1	1	1	2
74	B	104	2	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2
75	B	105	2	2	2	1	1	1	2	1	1	1	1	1
76	B	106	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	2
77	B	107	1	2	2	1	2	2	2	2	1	1	1	2
78	B	108	1	2	2	1	1	2	1	2	1	1	1	2
79	B	109	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2

Informações Complementares:

Grupo A: grupo de estudantes que não utilizaram o *modelo psi-zero* em teste de desempenho.

Grupo B: grupo de estudantes que utilizaram o *modelo psi-zero* em teste de desempenho.

Cód.: refere-se ao código numérico arbitrado para o estudante participante da pesquisa

Entrada 0: representa resposta do estudante vazia ou nula.

Entrada 1: indica marcação com X no 1º campo de resposta de pergunta do questionário bloco I.

Entrada 2: indica marcação com X no 2º campo de resposta de pergunta do questionário bloco I.

P1,P2,....,P13: variáveis correspondentes a treze perguntas fechadas (sexo, turno de estudo, etc) constantes no questionário bloco I (perfil do estudante).

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

TABELA 2: Dados Obtidos no Questionário Bloco II

Dado	Grupo	Cód.	Q 1	Q 2	Q 3	Q 4	Q 5	Q 6	Q 7	Q 8	Q 9	Q 10	Q 11	Q 12	Q 13	Q 14	Q 15
1	A	10	3	2	5	2	1	5	2	1	5	4	2	5	4	2	5
2	A	11	3	2	5	3	4	4	3	2	5	4	2	5	5	5	5
3	A	12	3	4	4	3	4	4	3	3	5	3	2	4	5	4	3
4	A	13	3	4	4	4	2	3	2	2	1	4	2	1	2	3	3
5	A	14	2	2	5	2	3	5	2	2	4	5	2	5	5	5	5
6	A	15	3	3	2	3	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3
7	A	16	3	4	4	3	2	4	3	2	4	3	4	4	4	4	4
8	A	17	4	3	4	2	4	4	2	3	4	4	4	4	4	3	4
9	A	18	5	4	5	5	5	5	4	4	5	5	5	4	4	4	4
10	A	20	5	1	2	1	3	3	3	2	3	4	3	3	5	3	3
11	A	22	1	4	5	5	5	5	1	4	5	5	5	5	5	4	5
12	A	35	3	3	4	4	1	4	4	1	4	4	1	4	4	5	5
13	A	41	5	4	3	5	2	4	0	1	3	4	3	3	2	3	3
14	A	42	2	4	5	4	4	4	2	4	4	5	4	4	4	4	4
15	A	43	3	3	5	5	5	3	3	2	4	4	3	4	3	3	4
16	A	45	4	2	3	4	2	5	2	4	3	4	1	4	3	4	4
17	A	46	2	4	4	4	4	5	3	4	5	5	5	5	4	5	5
18	A	47	5	2	3	2	3	3	4	4	4	3	4	4	4	2	3
19	A	48	3	4	5	2	4	4	4	3	5	4	4	4	4	4	4
20	A	49	4	2	5	4	1	3	4	5	5	1	3	5	4	4	5
21	A	50	4	4	2	3	2	3	5	3	2	1	2	3	2	4	2
22	A	51	2	2	5	4	4	4	4	4	4	5	4	4	4	4	4
23	A	53	3	3	4	3	4	3	2	4	3	3	4	3	5	3	3
24	A	54	5	4	5	2	5	5	4	4	5	5	1	3	5	5	4
25	A	55	4	2	4	4	1	3	5	2	5	4	4	4	3	5	4
26	A	56	5	5	5	2	5	5	4	3	3	5	4	4	4	4	3
27	A	57	5	4	5	2	5	5	4	4	5	5	1	3	5	5	4
28	A	60	3	2	4	4	3	3	3	2	4	2	4	2	3	5	3
29	A	99	3	2	2	2	2	3	3	4	3	0	0	0	0	0	0
30	A	110	5	5	4	5	4	5	4	5	5	5	5	5	5	5	4
31	A	112	4	4	5	4	5	3	5	4	5	5	3	5	4	4	5
32	A	113	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
33	A	114	3	3	5	1	3	4	3	3	5	3	3	5	5	4	4

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

34	A	115	3	3	5	1	3	4	3	3	5	3	3	5	4	4	4
35	A	116	3	3	4	3	5	5	2	5	4	4	3	4	4	4	5
36	A	117	3	3	4	3	5	5	2	5	5	4	3	4	5	5	5
37	A	118	3	3	4	4	4	4	3	4	5	3	3	5	5	5	4
38	A	119	3	3	4	4	4	4	3	4	5	3	3	4	5	4	4
39	A	120	3	3	4	4	5	5	3	5	4	4	5	5	5	3	4
40	A	121	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
41	B	05	3	4	5	2	5	5	2	4	5	5	3	5	5	5	5
42	B	06	1	4	4	1	5	4	1	5	5	5	5	5	5	5	5
43	B	07	5	2	5	5	5	4	3	2	5	5	3	5	5	5	5
44	B	08	1	2	5	1	3	5	1	3	5	5	1	5	5	5	5
45	B	09	2	4	5	2	4	4	1	2	3	5	2	4	4	5	4
46	B	19	1	3	4	1	4	5	1	3	5	4	2	3	4	3	4
47	B	21	2	2	4	2	2	4	3	2	4	4	3	4	4	4	4
48	B	23	3	2	5	2	2	4	3	3	3	4	3	4	4	4	4
49	B	24	4	4	4	1	4	5	5	5	5	5	3	5	5	4	4
50	B	25	5	2	4	2	2	4	2	2	5	5	4	4	4	5	4
51	B	26	3	3	4	3	3	4	3	4	4	4	3	4	4	4	4
52	B	27	2	2	3	2	2	3	2	2	4	4	2	3	4	3	3
53	B	28	4	2	5	2	2	4	2	2	4	4	2	4	5	5	5
54	B	29	5	3	4	3	4	4	3	3	5	4	4	3	4	3	4
55	B	30	1	3	5	1	2	5	2	2	5	5	1	4	4	4	5
56	B	31	1	2	4	1	3	5	1	2	5	5	4	5	5	4	4
57	B	32	2	4	4	4	3	4	2	4	4	5	4	3	3	5	3
58	B	33	2	4	4	2	2	4	3	2	4	2	2	4	4	4	4
59	B	34	3	1	4	2	1	3	2	2	5	5	5	5	2	4	3
60	B	39	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	1	1
61	B	40	3	4	5	3	2	4	4	2	4	4	3	4	5	4	5
62	B	58	2	2	4	4	3	4	4	2	4	4	4	4	4	2	3
63	B	61	4	2	5	3	3	4	4	4	4	4	5	4	2	3	3
64	B	62	1	2	5	1	2	5	2	3	1	4	3	4	1	4	4
65	B	63	1	2	3	5	2	4	1	2	4	4	2	4	5	4	4
66	B	64	3	3	4	4	5	5	3	3	3	3	4	3	5	3	4
67	B	65	1	2	5	5	2	4	3	2	4	3	2	3	3	2	3
68	B	66	5	4	4	4	3	4	2	3	3	4	4	4	3	3	4
69	B	98	4	2	4	2	3	4	2	1	4	4	0	5	4	1	3
70	B	100	4	4	4	4	5	4	5	5	4	4	5	4	5	4	5
71	B	101	5	4	4	4	4	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4
72	B	102	2	3	4	2	5	4	2	4	4	4	4	4	4	5	5

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

73	B	103	2	3	4	2	2	4	2	3	4	4	4	4	3	3	4
74	B	104	2	3	4	1	4	5	1	2	4	4	2	5	5	5	5
75	B	105	2	3	4	1	3	5	1	2	4	4	4	5	5	5	5
76	B	106	2	4	5	1	4	5	1	4	5	5	4	5	5	5	5
77	B	107	3	3	4	5	3	4	4	3	2	4	4	4	3	3	4
78	B	108	2	3	3	2	4	3	2	4	1	0	0	0	0	0	0
79	B	109	2	3	2	2	4	4	3	2	2	4	3	4	3	2	3

Informações Complementares:

Grupo A: grupo de estudantes que não utilizaram o *modelo psi-zero* em teste de desempenho.

Grupo B: grupo de estudantes que utilizaram o *modelo psi-zero* em teste de desempenho.

Cód.: refere-se ao código numérico arbitrado para o estudante participante da pesquisa

Entrada 0: representa resposta do estudante vazia ou nula.

Entrada 1,2,3,4 e 5: indica a opção escolhida pelo estudante na escala likert (intensidade crescente de 1 a 5) para responder as questões constantes no questionário bloco II.

Q1,Q2,...,Q15: variáveis correspondentes a quinze questões constantes no questionário bloco II (modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem).

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

III) Estatísticas¹

Na Tabela 3 e Tabela 4, constam estatísticas descritivas reativas ao Questionário:

TABELA 3: Estatísticas Descritivas – Questionário Bloco I

	Grupo	N	Mediana	Moda	Mínimo	Máximo	Percentis		
							25th	50th	75th
P1	A	40	1,00	1,00	1	2	1,00	1,00	2,00
	B	39	1	1,00	1	2	1,00	1,00	2,00
P2	A	40	2,00	2,00	1	2	1,00	2,00	2,00
	B	39	2	2,00	1	2	1,00	2,00	2,00
P3	A	40	2,00	2,00	1	2	1,00	2,00	2,00
	B	39	2	2,00	1	2	1,00	2,00	2,00
P4	A	40	1,00	1,00	1	2	1,00	1,00	2,00
	B	39	1	1,00	1	2	1,00	1,00	2,00
P5	A	40	1,00	1,00	1	2	1,00	1,00	1,00
	B	39	1	1,00	1	2	1,00	1,00	1,00
P6	A	40	1,00	1,00	1	2	1,00	1,00	2,00
	B	39	1	1,00	1	2	1,00	1,00	2,00
P7	A	40	1,00	1,00	1	2	1,00	1,00	1,00
	B	39	1	1,00	1	2	1,00	1,00	2,00
P8	A	40	2,00	2,00	1	2	1,00	2,00	2,00
	B	39	2	2,00	1	2	1,00	2,00	2,00
P9	A	40	1,00	1,00	1	2	1,00	1,00	1,00
	B	39	1	1,00	1	2	1,00	1,00	1,00
P10	A	40	1,00	1,00	1	2	1,00	1,00	1,00
	B	39	1	1,00	1	1	1,00	1,00	1,00
P11	A	40	1,00	1,00	1	2	1,00	1,00	1,00
	B	39	1	1,00	1	2	1,00	1,00	2,00
P12	A	40	2,00	2,00	1	2	2,00	2,00	2,00
	B	39	2	2,00	1	2	2,00	2,00	2,00
P13	A	40	1,00	1,00	0	2	1,00	1,00	1,00
	B	39	1	1,00	1	2	1,00	1,00	1,00

¹ Estatísticas geradas por meio do programa de computador *Jamovi* (ver [1] e [2]).

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

TABELA 4: Estatísticas Descritivas – Questionário Bloco II

	Grupo	N	Mediana	Moda ²	Mínimo	Máximo	Percentis		
							25th	50th	75th
Q1	A	40	3,00	3,00	1	5	3,00	3,00	4,00
	B	39	2	2,00	1	5	2,00	2,00	4,00
Q2	A	40	3,00	4,00	1	5	2,00	3,00	4,00
	B	39	3	2,00	1	4	2,00	3,00	4,00
Q3	A	40	4,00	4,00 [*]	2	5	4,00	4,00	5,00
	B	39	4	4,00	2	5	4,00	4,00	5,00
Q4	A	40	3,00	4,00	1	5	2,00	3,00	4,00
	B	39	2	2,00	1	5	1,50	2,00	4,00
Q5	A	40	4,00	4,00	1	5	2,75	4,00	4,25
	B	39	3	2,00	1	5	2,00	3,00	4,00
Q6	A	40	4,00	4,00	3	5	3,00	4,00	5,00
	B	39	4	4,00	3	5	4,00	4,00	5,00
Q7	A	40	3,00	3,00	0	5	2,00	3,00	4,00
	B	39	2	2,00	1	5	2,00	2,00	3,00
Q8	A	40	3,50	4,00	1	5	2,00	3,50	4,00
	B	39	3	2,00	1	5	2,00	3,00	4,00
Q9	A	40	4,00	5,00	1	5	3,75	4,00	5,00
	B	39	4	4,00	1	5	4,00	4,00	5,00
Q10	A	40	4,00	4,00	0	5	3,00	4,00	5,00
	B	39	4	4,00	0	5	4,00	4,00	5,00
Q11	A	40	3,00	3,00	0	5	2,00	3,00	4,00
	B	39	3	4,00	0	5	2,00	3,00	4,00
Q12	A	40	4,00	4,00	0	5	3,00	4,00	5,00
	B	39	4	4,00	0	5	4,00	4,00	5,00
Q13	A	40	4,00	4,00	0	5	3,75	4,00	5,00
	B	39	4	4,00 [*]	0	5	3,00	4,00	5,00
Q14	A	40	4,00	4,00	0	5	3,00	4,00	5,00
	B	39	4	4,00	0	5	3,00	4,00	5,00
Q15	A	40	4,00	4,00	0	5	3,00	4,00	4,25
	B	39	4	4,00	0	5	3,50	4,00	5,00

² Existe mais de uma moda, apenas a primeira é apresentada.

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

IV) Frequências

Seguem as tabelas de frequência reativas ao Questionário (Blocos I e II):

Tabelas de Frequência – Questionário Bloco I

TABELA 5: Frequências de P1

P1	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Masculino	A	22	27.8 %	27.8 %
	B	20	25.3 %	53.2 %
Feminino	A	18	22.8 %	75.9 %
	B	19	24.1 %	100.0 %

TABELA 6: Frequências de P2

P2	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Diurno	A	12	15.2 %	15.2 %
	B	15	19.0 %	34.2 %
Noturno	A	28	35.4 %	69.6 %
	B	24	30.4 %	100.0 %

TABELA 7: Frequências de P3

P3	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
13 a 16 anos	A	19	24.1 %	24.1 %
	B	17	21.5 %	45.6 %
Mais de 16 anos	A	21	26.6 %	72.2 %
	B	22	27.8 %	100.0 %

TABELA 8: Frequências de P4

P4	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
sim	A	29	36.7 %	36.7 %
	B	25	31.6 %	68.4 %
Não	A	11	13.9 %	82.3 %
	B	14	17.7 %	100.0 %

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

TABELA 9: Frequências de P5

P5	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Sim	A	33	41.8 %	41.8 %
	B	33	41.8 %	83.5 %
Não	A	7	8.9 %	92.4 %
	B	6	7.6 %	100.0 %

TABELA 10: Frequências de P6

P6	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Sim	A	27	34.2 %	34.2 %
	B	21	26.6 %	60.8 %
Não	A	13	16.5 %	77.2 %
	B	18	22.8 %	100.0 %

TABELA 11: Frequências de P7

P7	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Sim	A	32	40.5 %	40.5 %
	B	27	34.2 %	74.7 %
Não	A	8	10.1 %	84.8 %
	B	12	15.2 %	100.0 %

TABELA 12: Frequências de P8

P8	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Sim	A	15	19.0 %	19.0 %
	B	15	19.0 %	38.0 %
Não	A	25	31.6 %	69.6 %
	B	24	30.4 %	100.0 %

TABELA 13: Frequências de P9

P9	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Sim	A	39	49.4 %	49.4 %
	B	38	48.1 %	97.5 %
Não	A	1	1.3 %	98.7 %
	B	1	1.3 %	100.0 %

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

TABELA 14: Frequências de P10

P10	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Sim	A	38	48.1 %	48.1 %
	B	39	49.4 %	97.5 %
Não	A	2	2.5 %	100.0 %
	B	0	0.0 %	100.0 %

TABELA 15: Frequências de P11

P11	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Sim	A	31	39.2 %	39.2 %
	B	27	34.2 %	73.4 %
Não	A	9	11.4 %	84.8 %
	B	12	15.2 %	100.0 %

TABELA 16: Frequências de P12

P12	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Sim	A	5	6.3 %	6.3 %
	B	4	5.1 %	11.4 %
Não	A	35	44.3 %	55.7 %
	B	35	44.3 %	100.0 %

TABELA 17: Frequências de P13

P13	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Nulo	A	1	1.3 %	1.3 %
	B	0	0.0 %	1.3 %
Sim	A	30	38.0 %	39.2 %
	B	30	38.0 %	77.2 %
Não	A	9	11.4 %	88.6 %
	B	9	11.4 %	100.0 %

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

Tabelas de Frequência – Questionário Bloco II

TABELA 18: Frequências de Q1

Q1	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Discordo totalmente	A	1	1.3 %	1.3 %
	B	8	10.1 %	11.4 %
Discordo	A	4	5.1 %	16.5 %
	B	13	16.5 %	32.9 %
Não concordo, nem discordo	A	20	25.3 %	58.2 %
	B	7	8.9 %	67.1 %
Concordo	A	7	8.9 %	75.9 %
	B	6	7.6 %	83.5 %
Concordo totalmente	A	8	10.1 %	93.7 %
	B	5	6.3 %	100.0 %

TABELA 19: Frequências de Q2

Q2	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Nunca	A	1	1.3 %	1.3 %
	B	1	1.3 %	2.5 %
Raramente	A	10	12.7 %	15.2 %
	B	14	17.7 %	32.9 %
Eventualmente	A	13	16.5 %	49.4 %
	B	12	15.2 %	64.6 %
Frequentemente	A	14	17.7 %	82.3 %
	B	12	15.2 %	97.5 %
Muito Frequente	A	2	2.5 %	100.0 %
	B	0	0.0 %	100.0 %

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

TABELA 20: Frequências de Q3

Q3	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Pouco importante	A	4	5.1 %	5.1 %
	B	1	1.3 %	6.3 %
Mediana	A	4	5.1 %	11.4 %
	B	3	3.8 %	15.2 %
Importante	A	16	20.3 %	35.4 %
	B	23	29.1 %	64.6 %
Muito Importante	A	16	20.3 %	84.8 %
	B	12	15.2 %	100.0 %

TABELA 21: Frequências de Q4

Q4	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Discordo totalmente	A	3	3.8 %	3.8 %
	B	10	12.7 %	16.5 %
Discordo	A	9	11.4 %	27.8 %
	B	14	17.7 %	45.6 %
Não concordo, nem discordo	A	9	11.4 %	57.0 %
	B	4	5.1 %	62.0 %
Concordo	A	14	17.7 %	79.7 %
	B	7	8.9 %	88.6 %
Concordo totalmente	A	5	6.3 %	94.9 %
	B	4	5.1 %	100.0 %

TABELA 22: Frequências de Q5

Q5	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Nunca	A	4	5.1 %	5.1 %
	B	1	1.3 %	6.3 %
Raramente	A	6	7.6 %	13.9 %
	B	12	15.2 %	29.1 %
Eventualmente	A	8	10.1 %	39.2 %
	B	10	12.7 %	51.9 %
Frequentemente	A	12	15.2 %	67.1 %
	B	10	12.7 %	79.7 %
Muito Frequente	A	10	12.7 %	92.4 %
	B	6	7.6 %	100.0 %

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

TABELA 23: Frequências de Q6

Q6	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Mediana	A	12	15.2 %	15.2 %
	B	4	5.1 %	20.3 %
Importante	A	15	19.0 %	39.2 %
	B	24	30.4 %	69.6 %
Muito Importante	A	13	16.5 %	86.1 %
	B	11	13.9 %	100.0 %

TABELA 24: Frequências de Q7

Q7	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Nulo ou Branco	A	1	1.3 %	1.3 %
	B	0	0.0 %	1.3 %
Discordo totalmente	A	1	1.3 %	2.5 %
	B	9	11.4 %	13.9 %
Discordo	A	9	11.4 %	25.3 %
	B	13	16.5 %	41.8 %
Não concordo, nem discordo	A	15	19.0 %	60.8 %
	B	10	12.7 %	73.4 %
Concordo	A	11	13.9 %	87.3 %
	B	5	6.3 %	93.7 %
Concordo totalmente	A	3	3.8 %	97.5 %
	B	2	2.5 %	100.0 %

TABELA 25: Frequências de Q8

Q8	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Nunca	A	3	3.8 %	3.8 %
	B	1	1.3 %	5.1 %
Raramente	A	8	10.1 %	15.2 %
	B	17	21.5 %	36.7 %
Eventualmente	A	9	11.4 %	48.1 %
	B	10	12.7 %	60.8 %
Frequentemente	A	15	19.0 %	79.7 %
	B	8	10.1 %	89.9 %
Muito Frequente	A	5	6.3 %	96.2 %
	B	3	3.8 %	100.0 %

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

TABELA 26: Frequências de Q9

Q9	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Não é nada importante	A	1	1.3 %	1.3 %
	B	2	2.5 %	3.8 %
Pouco importante	A	1	1.3 %	5.1 %
	B	2	2.5 %	7.6 %
Mediana	A	8	10.1 %	17.7 %
	B	4	5.1 %	22.8 %
Importante	A	12	15.2 %	38.0 %
	B	19	24.1 %	62.0 %
Muito Importante	A	18	22.8 %	84.8 %
	B	12	15.2 %	100.0 %

TABELA 27: Frequências de Q10

Q10	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Nulo ou Branco	A	1	1.3 %	1.3 %
	B	1	1.3 %	2.5 %
Discordo totalmente	A	2	2.5 %	5.1 %
	B	0	0.0 %	5.1 %
Discordo	A	1	1.3 %	6.3 %
	B	1	1.3 %	7.6 %
Não concordo, nem discordo	A	10	12.7 %	20.3 %
	B	2	2.5 %	22.8 %
Concordo	A	15	19.0 %	41.8 %
	B	23	29.1 %	70.9 %
Concordo totalmente	A	11	13.9 %	84.8 %
	B	12	15.2 %	100.0 %

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

TABELA 28: Frequências de Q11

Q11	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Nulo ou Branco	A	1	1.3 %	1.3 %
	B	2	2.5 %	3.8 %
Nunca	A	4	5.1 %	8.9 %
	B	2	2.5 %	11.4 %
Raramente	A	6	7.6 %	19.0 %
	B	8	10.1 %	29.1 %
Eventualmente	A	13	16.5 %	45.6 %
	B	9	11.4 %	57.0 %
Frequentemente	A	11	13.9 %	70.9 %
	B	14	17.7 %	88.6 %
Muito Frequente	A	5	6.3 %	94.9 %
	B	4	5.1 %	100.0 %

TABELA 29: Frequências de Q12

Q12	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Nulo ou Branco	A	1	1.3 %	1.3 %
	B	1	1.3 %	2.5 %
Não é nada importante	A	1	1.3 %	3.8 %
	B	0	0.0 %	3.8 %
Pouco importante	A	1	1.3 %	5.1 %
	B	0	0.0 %	5.1 %
Mediana	A	8	10.1 %	15.2 %
	B	7	8.9 %	24.1 %
Importante	A	17	21.5 %	45.6 %
	B	20	25.3 %	70.9 %
Muito importante	A	12	15.2 %	86.1 %
	B	11	13.9 %	100.0 %

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

TABELA 30: Frequências de Q13

Q13	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Nulo ou Branco	A	1	1.3 %	1.3 %
	B	1	1.3 %	2.5 %
Discordo totalmente	A	0	0.0 %	2.5 %
	B	1	1.3 %	3.8 %
Discordo	A	3	3.8 %	7.6 %
	B	2	2.5 %	10.1 %
Não concordo, nem discordo	A	6	7.6 %	17.7 %
	B	7	8.9 %	26.6 %
Concordo	A	16	20.3 %	46.8 %
	B	14	17.7 %	64.6 %
Concordo totalmente	A	14	17.7 %	82.3 %
	B	14	17.7 %	100.0 %

TABELA 31: Frequências de Q14

Q14	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Nulo ou Branco	A	1	1.3 %	1.3 %
	B	1	1.3 %	2.5 %
Nunca	A	0	0.0 %	2.5 %
	B	2	2.5 %	5.1 %
Raramente	A	2	2.5 %	7.6 %
	B	3	3.8 %	11.4 %
Eventualmente	A	9	11.4 %	22.8 %
	B	8	10.1 %	32.9 %
Frequentemente	A	17	21.5 %	54.4 %
	B	13	16.5 %	70.9 %
Muito Frequente	A	11	13.9 %	84.8 %
	B	12	15.2 %	100.0 %

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

TABELA 32: Frequências de Q15

Q15	Grupo	Contagens	% do Total	% acumulada
Nulo ou Branco	A	1	1.3 %	1.3 %
	B	1	1.3 %	2.5 %
Não é nada importante	A	0	0.0 %	2.5 %
	B	1	1.3 %	3.8 %
Pouco importante	A	1	1.3 %	5.1 %
	B	0	0.0 %	5.1 %
Mediana	A	10	12.7 %	17.7 %
	B	8	10.1 %	27.8 %
Importante	A	18	22.8 %	50.6 %
	B	17	21.5 %	72.2 %
Muito importante	A	10	12.7 %	84.8 %
	B	12	15.2 %	100.0 %

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

V) Gráficos

Seguem os gráficos relativos ao Questionário (Blocos I e II):

Gráficos – Questionário Bloco I

GRÁFICO 1

P1

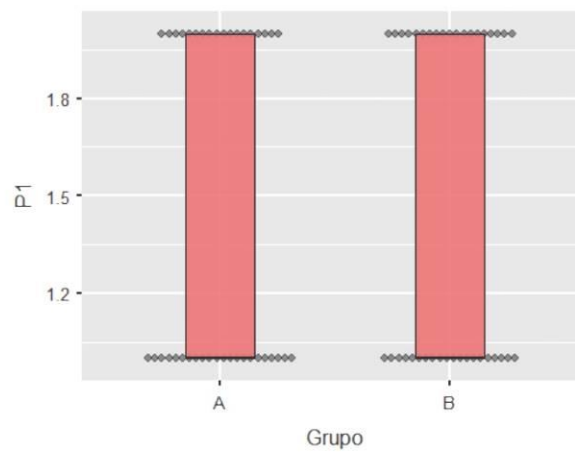
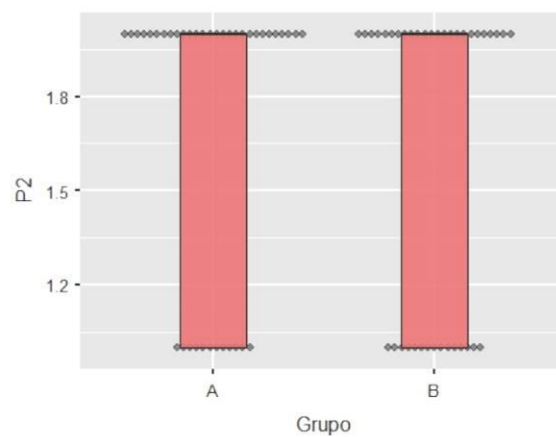


GRÁFICO 2

P2



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 3

P3

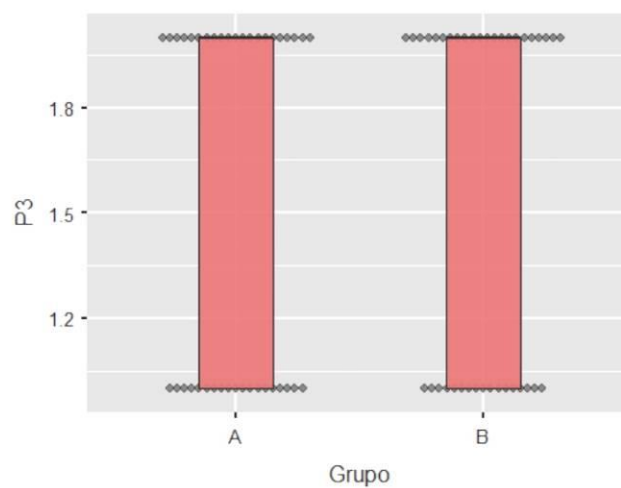
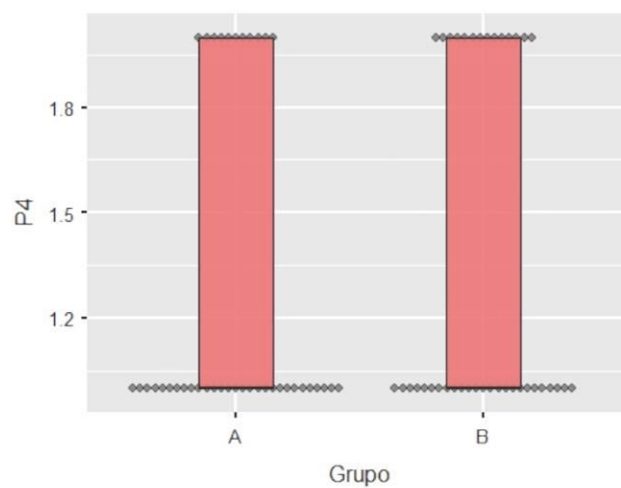


GRÁFICO 4

P4



20

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 5

P5

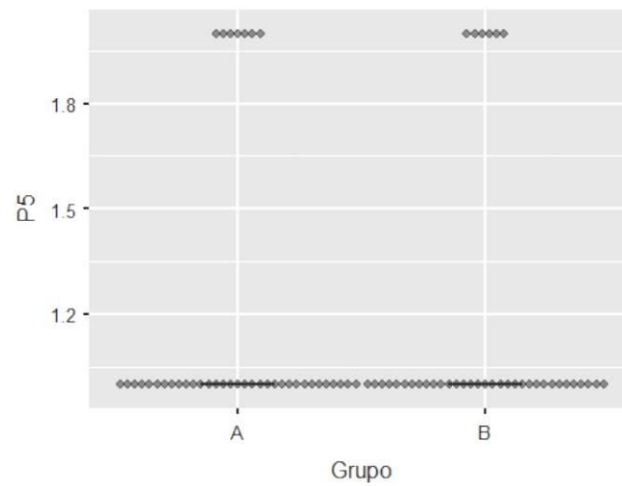
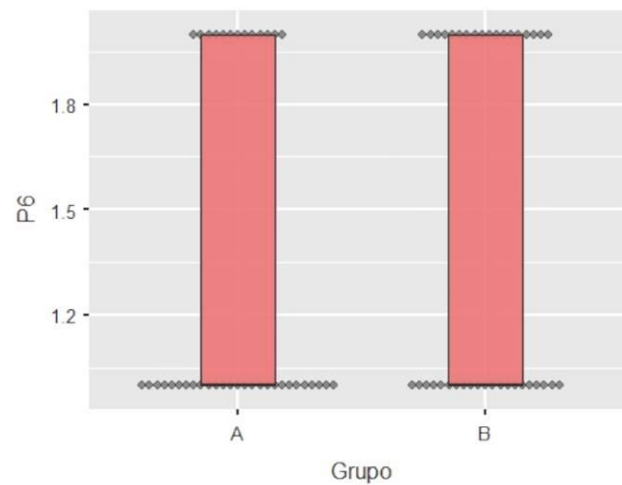


GRÁFICO 6

P6



21

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 7

P7

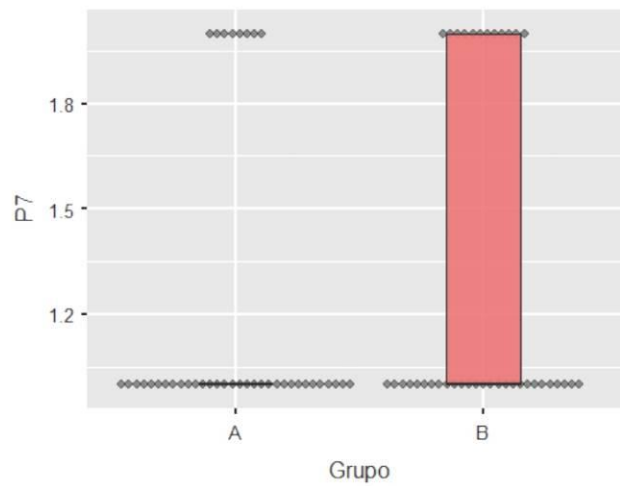
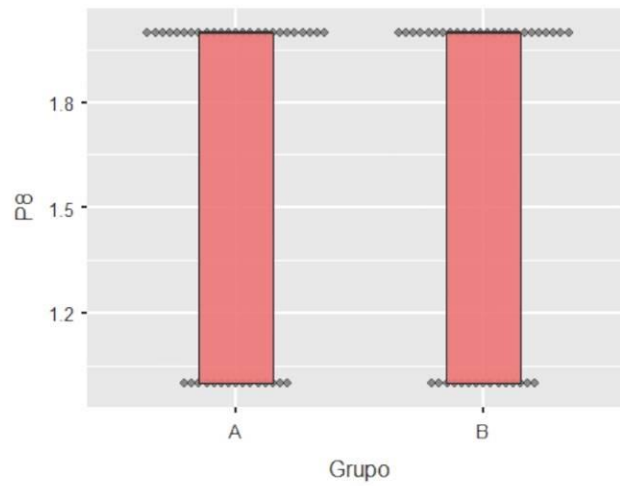


GRÁFICO 8

P8



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 9

P9

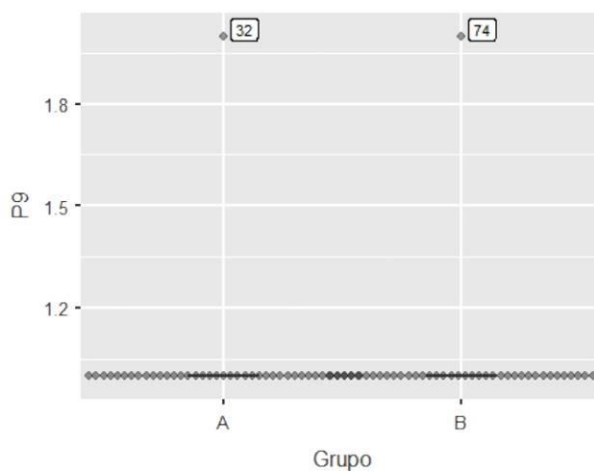
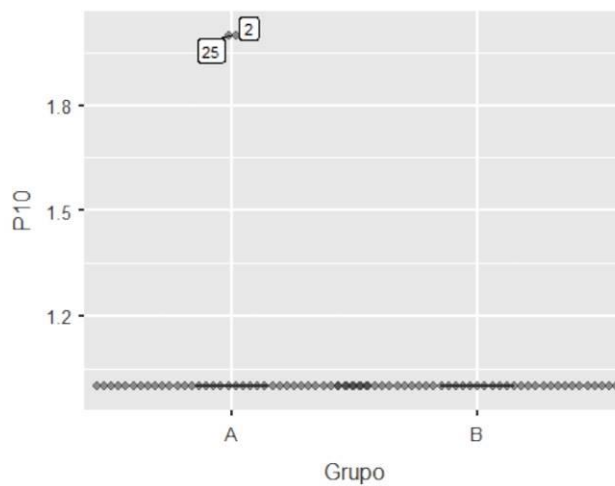


GRÁFICO 10

P10



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 11

P11

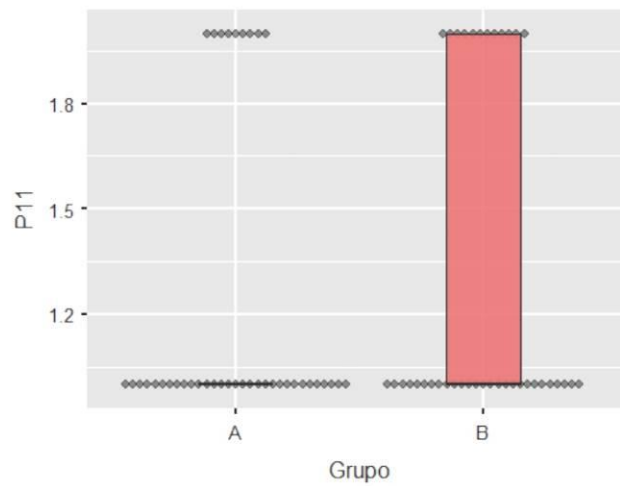
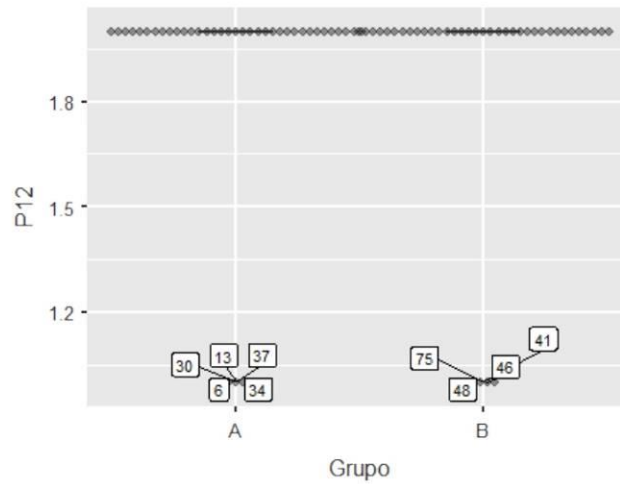


GRÁFICO 12

P12



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 13

P13

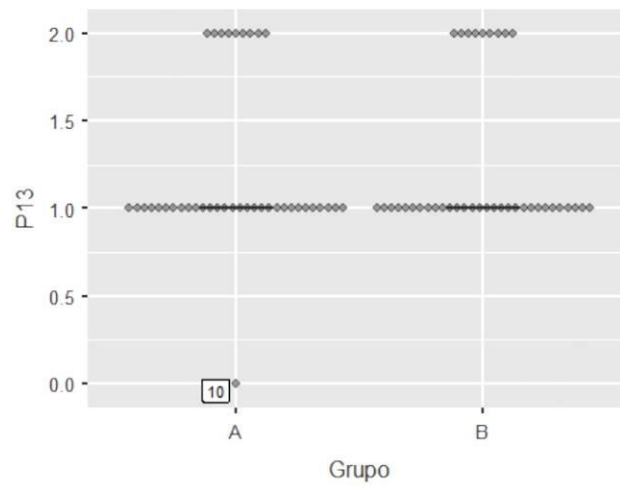
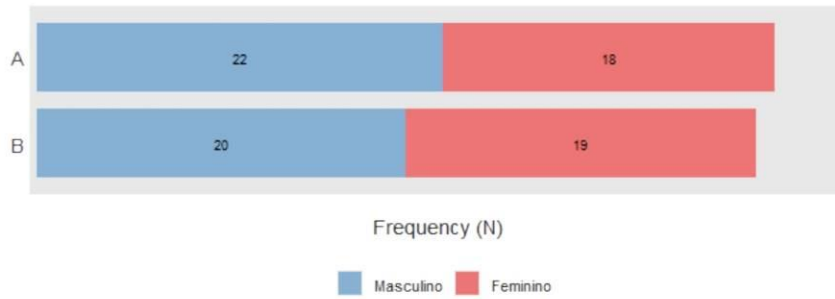


GRÁFICO 14

P1

Sexo:



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 15

P2

Turno de estudo:

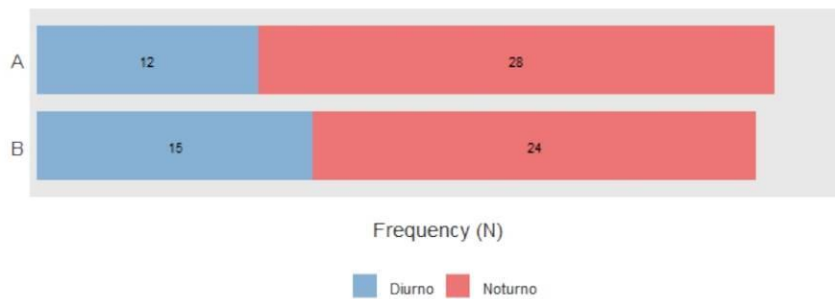
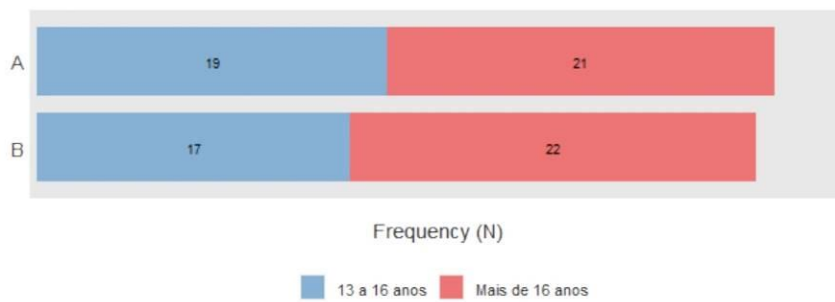


GRÁFICO 16

P3

Idade:



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 17

P4

Exerce atividade profissional:

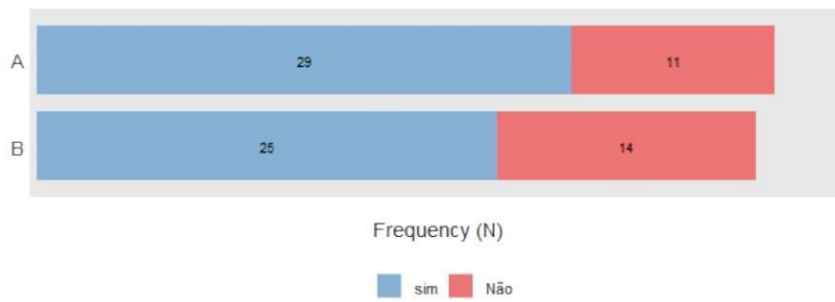
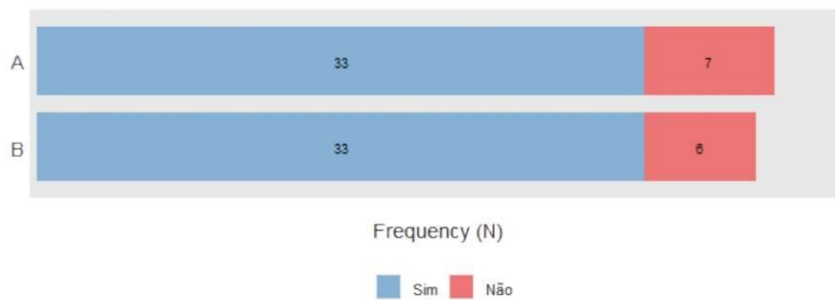


GRÁFICO 18

P5

Gosta de ver televisão:



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 19

P6

Gosta de ler livros, jornais e revistas:

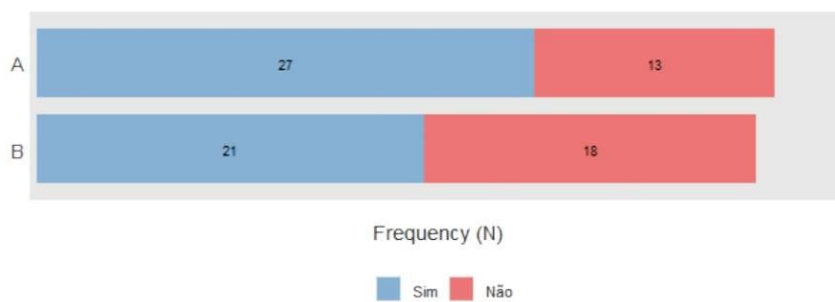
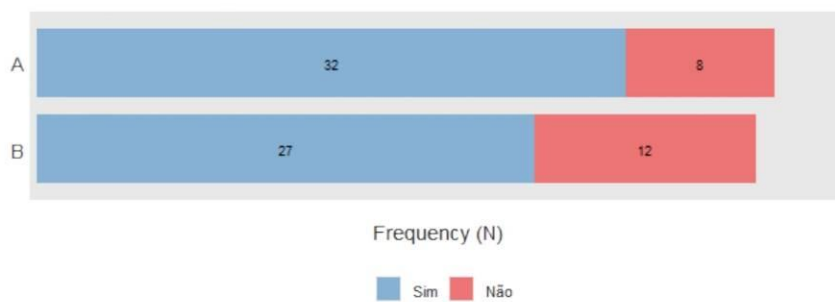


GRÁFICO 20

P7

Gosta de ouvir rádio e/ou podcasts:



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 21

P8

Gosta de estudar Matemática:

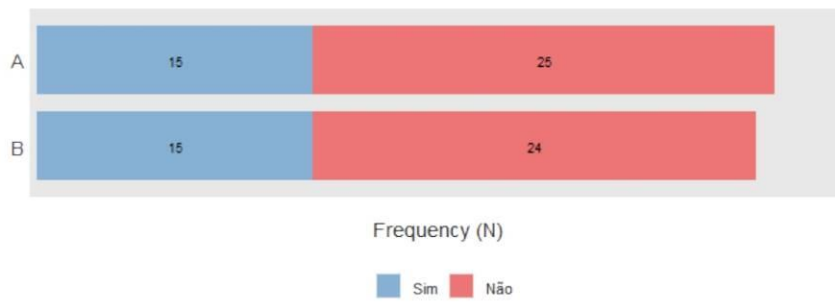
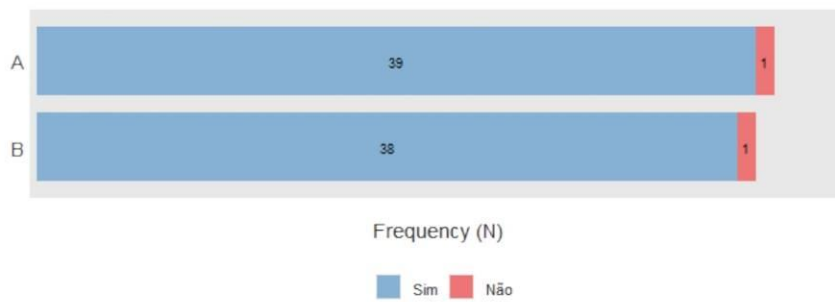


GRÁFICO 22

P9

Possui acesso a computador e internet em casa ou escola:



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 23

P10

Possui smartfone com acesso à internet:

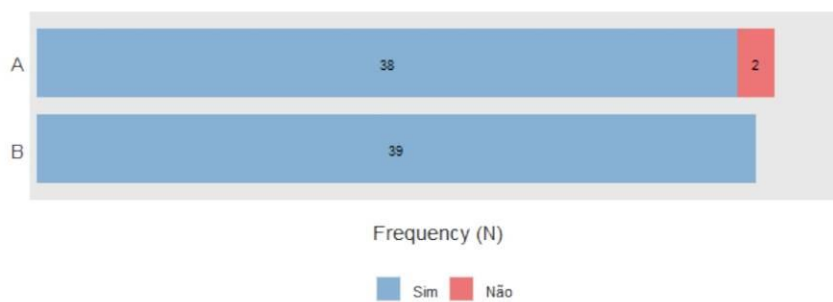
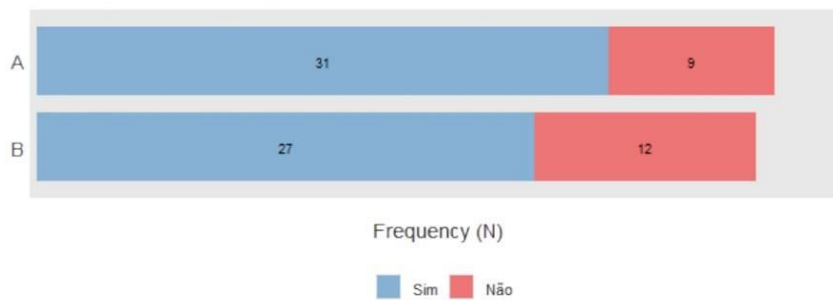


GRÁFICO 24

P11

Utiliza aplicações informáticas para fins educativos:



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 25

P12

Domina outro idioma (inglês, italiano, alemão etc.):

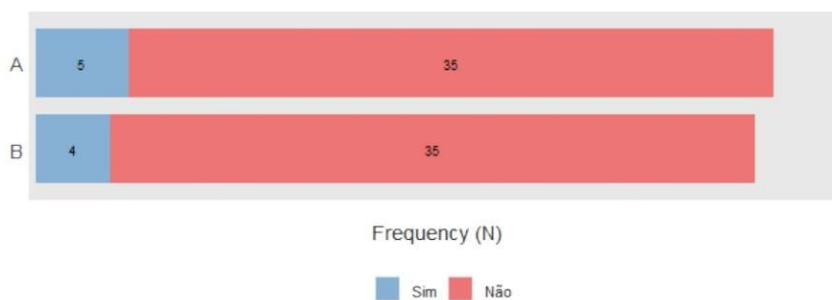
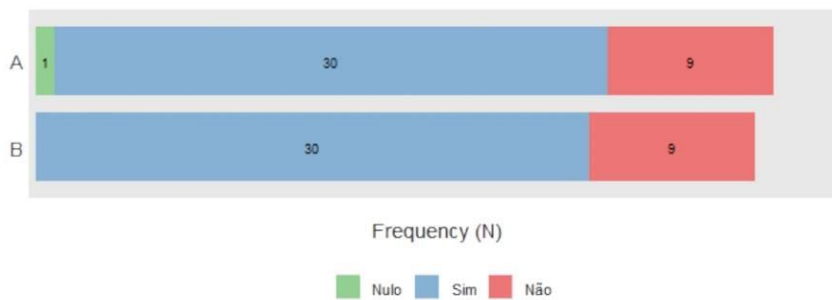


GRÁFICO 26

P13

Utiliza a biblioteca e laboratórios da escola:



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

Gráficos – Questionário Bloco II

GRÁFICO 27

Q1

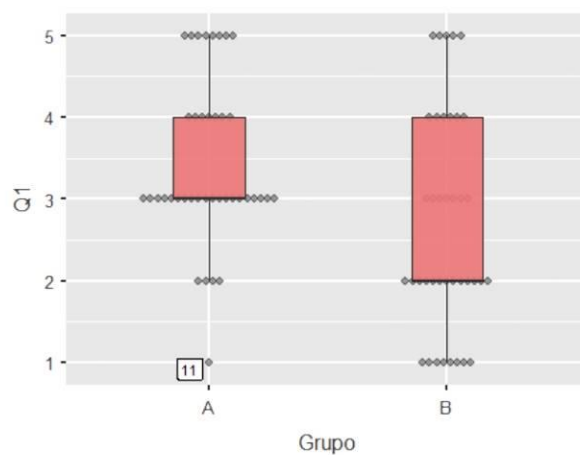
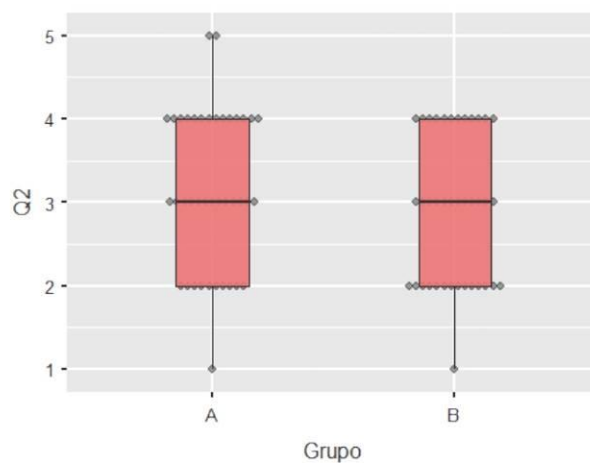


GRÁFICO 28

Q2



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 31

Q5

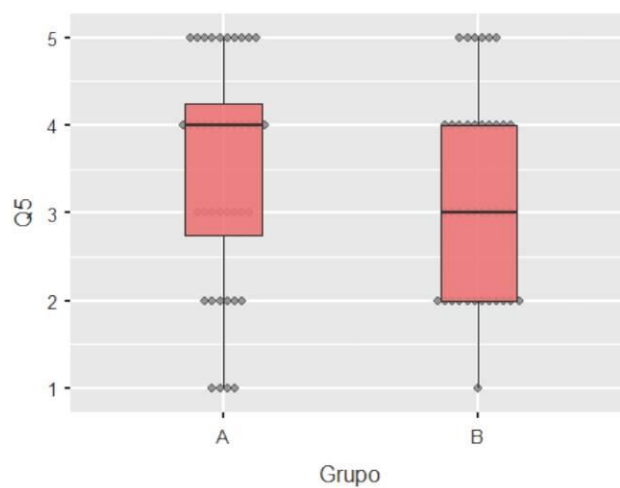
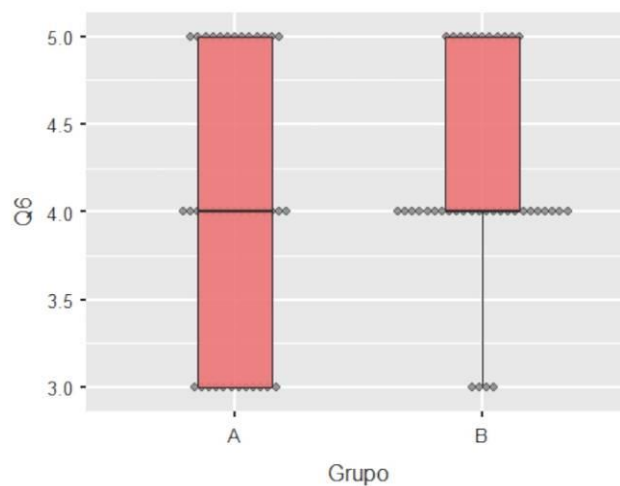


GRÁFICO 32

Q6



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 33

Q7

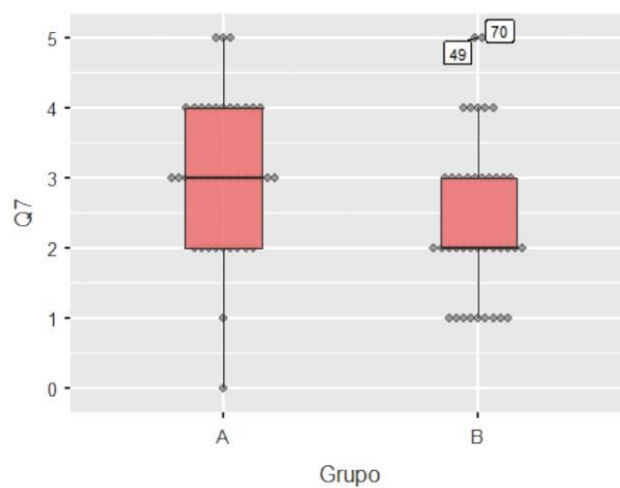
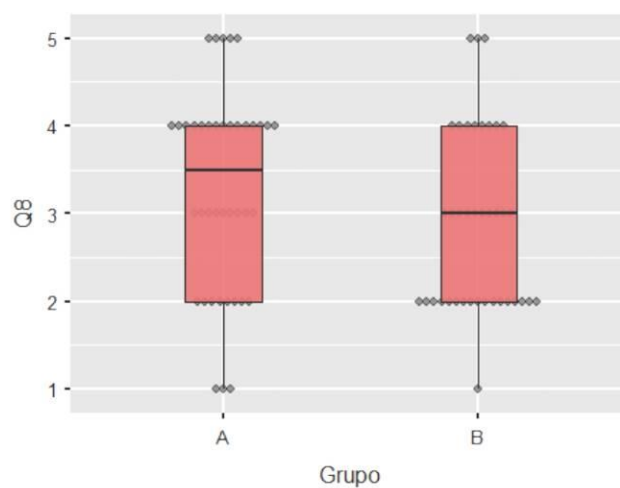


GRÁFICO 34

Q8



35

Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 35

Q9

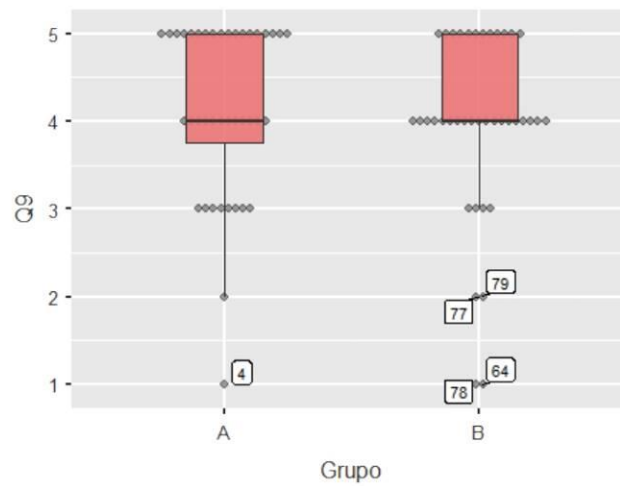
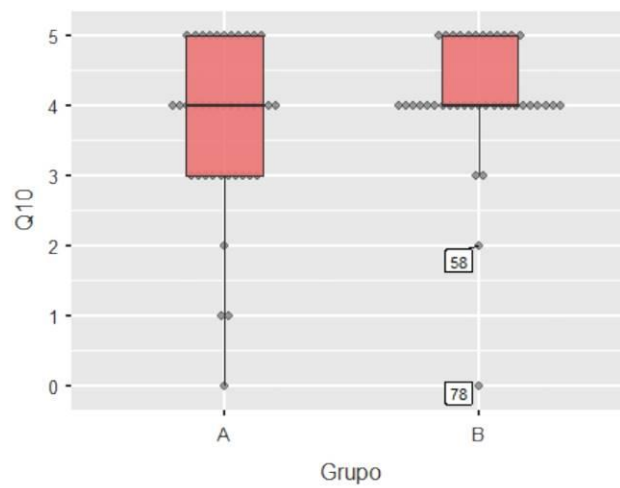


GRÁFICO 36

Q10



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 37

Q11

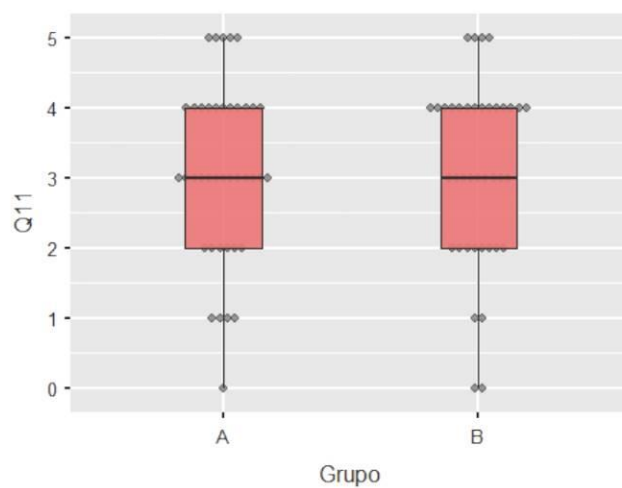
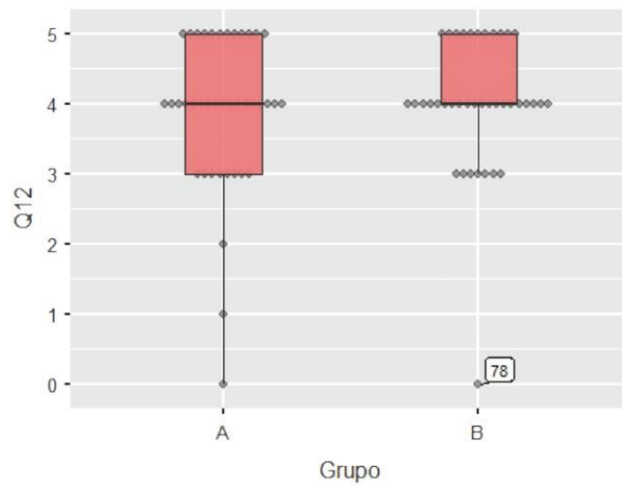


GRÁFICO 38

Q12



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 39

Q13

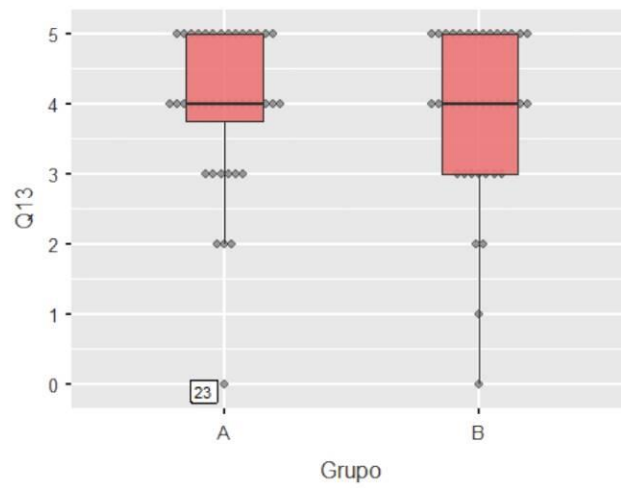
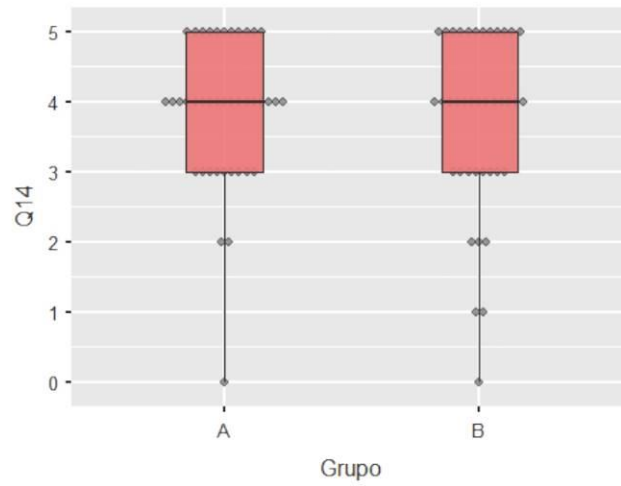


GRÁFICO 40

Q14



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 41

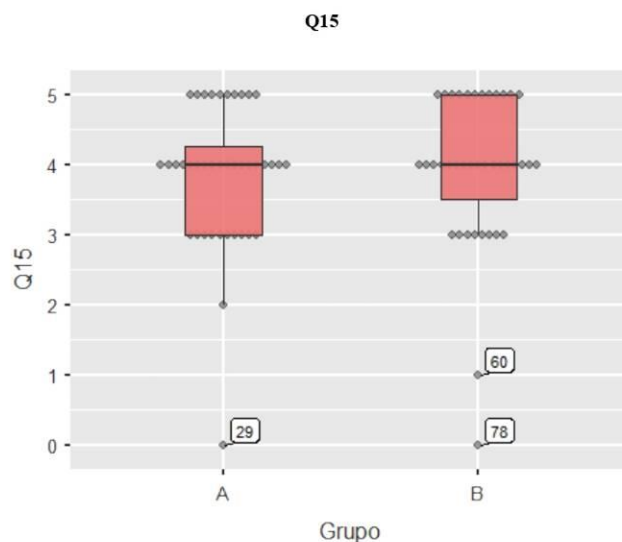
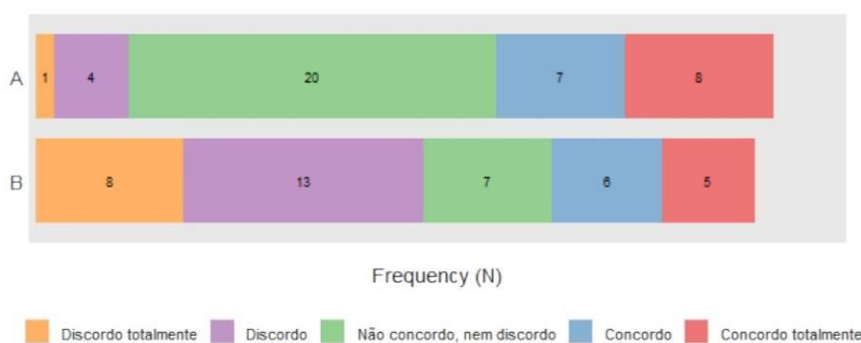


GRÁFICO 42

Q1

Você concorda que é mais difícil resolver a questão 01 do teste de desempenho com o uso do modelo psi-zero?



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 43

Q2

O modelo psi-zero explora o uso de figuras/imagens de objetos concretos (como, dominós e bolas de bilhar) na resolução de problemas de contagem. Com que frequência você resolve problemas de contagem com representações visuais de objetos concretos?

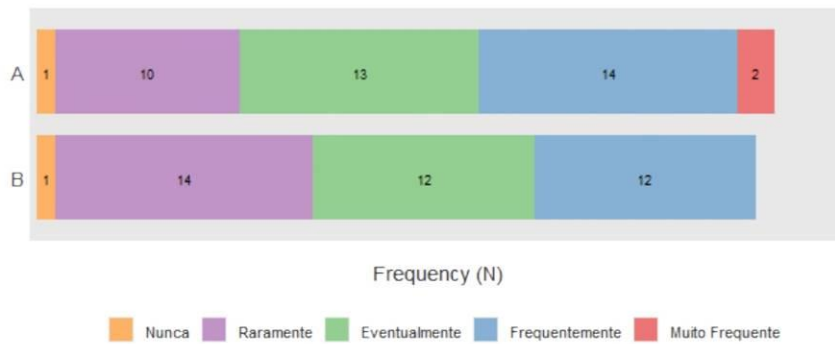
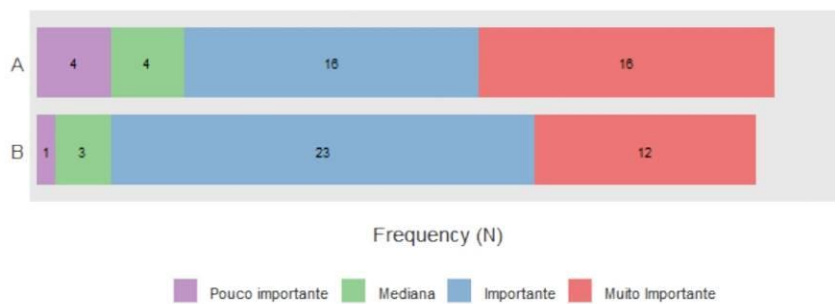


GRÁFICO 44

Q3

Para você é importante que o modelo psi-zero explore adequadamente representações visuais de objetos concretos na resolução de problemas de contagem?



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 45

Q4

Você concorda que é mais fácil resolver a questão 02 do teste de desempenho sem o uso do modelo psi-zero?

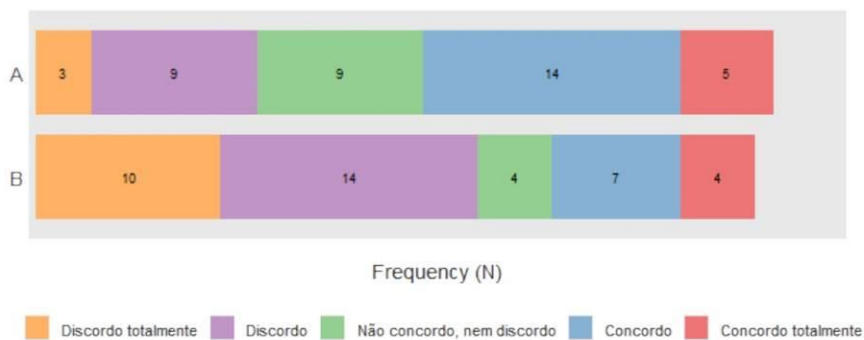
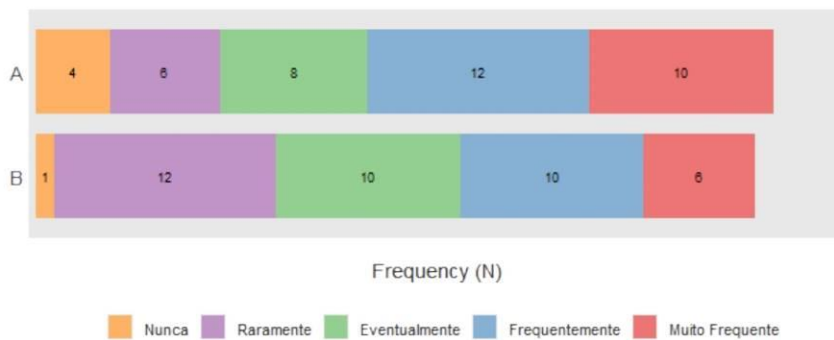


GRÁFICO 46

Q5

O modelo psi-zero poderá explorar o uso de desenhos na resolução de problemas de contagem. Você utiliza desenhos para resolver problemas de contagem?



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 47

Q6

Para você é importante que o modelo psi-zero explore adequadamente desenhos na resolução de problemas de contagem?

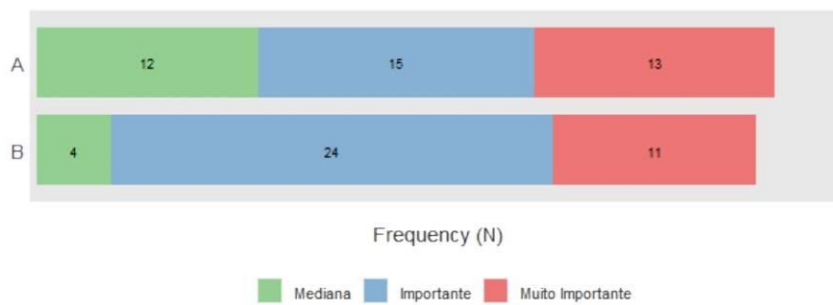
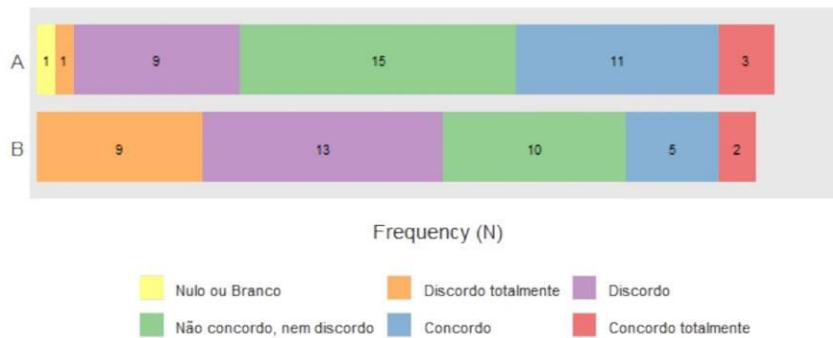


GRÁFICO 48

Q7

Você concorda que o uso do modelo psi-zero dificulta a representação visual de um problema de contagem?



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 49

Q8

O modelo psi-zero explora o uso de figuras/imagens de objetos do dia a dia na resolução de problemas de contagem. Com que frequência você utiliza figuras/imagens de objetos do dia a dia para resolver problemas de contagem?

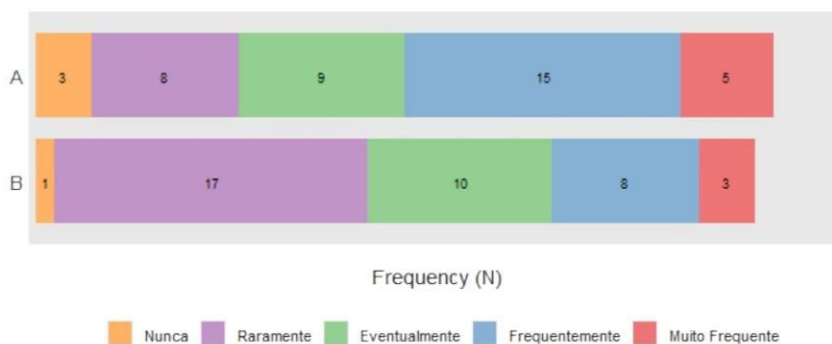
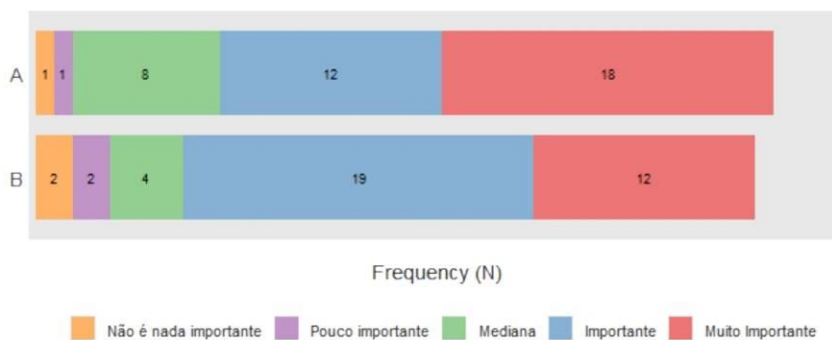


GRÁFICO 50

Q9

Para você é importante que o modelo psi-zero utilize figuras/imagens de objetos do dia a dia para facilitar a resolução de problemas de contagem?



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 51

Q10

Você concorda que é mais fácil resolver a questão 01 do teste de desempenho com o modelo psi-zero, visto que, pode-se representar o ponto que se move num retângulo por uma bola de bilhar que se movimenta numa mesa de formato retangular?

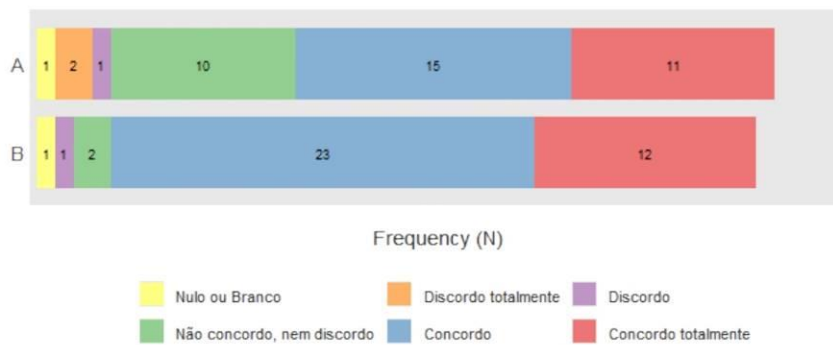
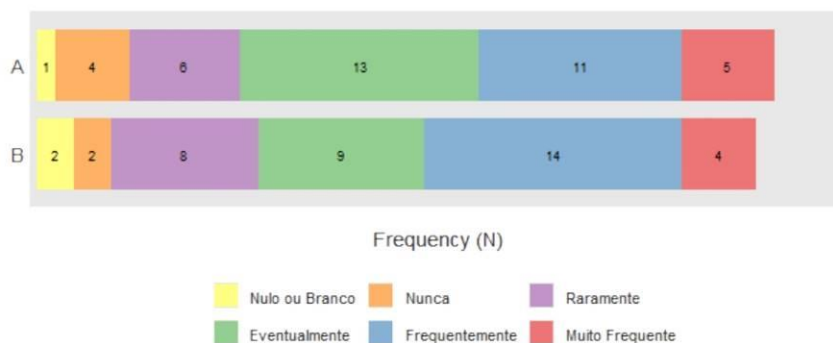


GRÁFICO 52

Q11

O modelo psi-zero poderá explorar o uso de textos, áudios e vídeos instrutivos na resolução de problemas de contagem. Você utiliza textos, áudios e vídeos instrutivos para resolver problemas de contagem?



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 53

Q12

Para você é importante que o modelo psi-zero utilize áudios, textos e vídeos instrutivos para facilitar a resolução de problemas de contagem?

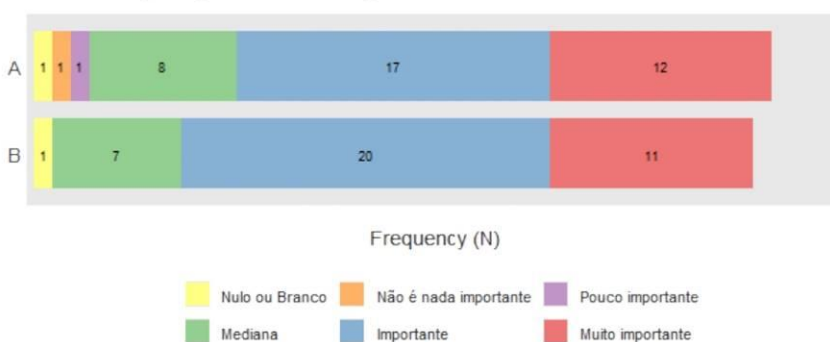
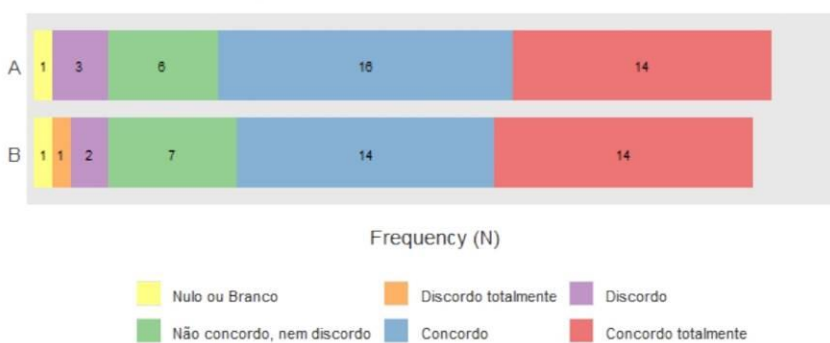


GRÁFICO 54

Q13

Você concorda que o uso do modelo psi-zero com objetos de aprendizagem interativos (como, por exemplo, simuladores e videogames educacionais) pode facilitar a resolução de problemas de contagem?



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

GRÁFICO 55

Q14

Se disponível para uso didático em sala de aula, com que frequência você irá utilizar o modelo psi-zero para resolver problemas de contagem?

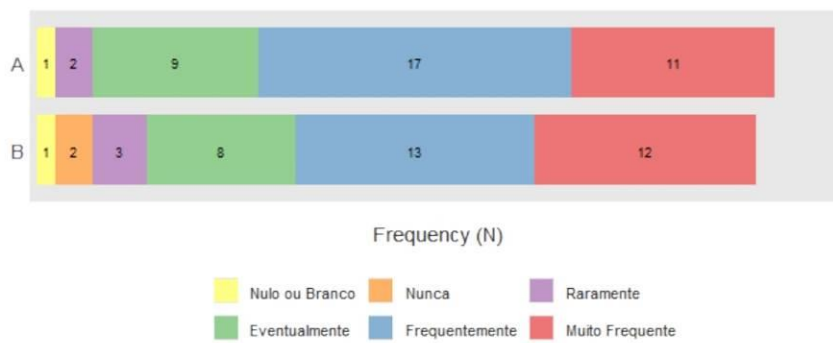
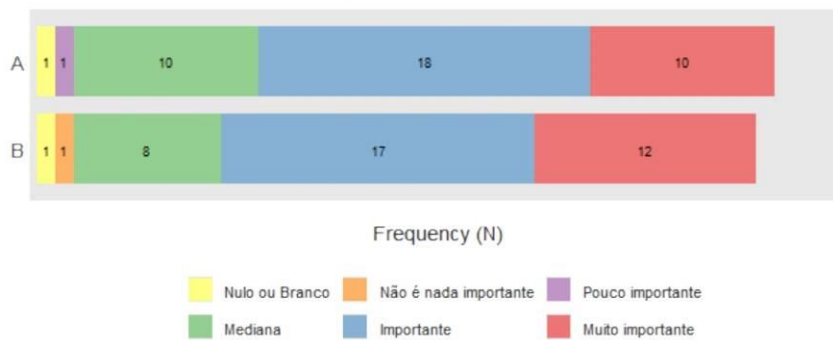


GRÁFICO 56

Q15

Em sua opinião, qual é o nível de importância do uso do modelo psi-zero como estratégia didática para resolução de problemas de contagem?



Cont. Apêndice C: Relatório Estatístico – Questionário

VI) Conclusão

Os dados e resultados estatísticos aqui expostos permitem traçar um perfil básico dos estudantes dos Grupos A e B que participaram do Questionário, bem como, revelar o ponto de vista desses grupos de estudantes sobre a proposta de aplicação do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem. Certamente, as informações constantes neste relatório serão de grande valia para o alcance do objetivo específico *b* de trabalho de tese, isto é, “conhecer os limites e potencialidades didáticas da aplicação do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem”.

Observação: o conteúdo deste relatório será utilizado no trabalho de tese, especialmente, no que tange a elaboração dos capítulos *Resultados Obtidos e Análise e Discussão*.

Referências (Computer Software):

[1] The jamovi project (2023). *jamovi*. (Version 2.4) [Computer Software]. Retrieved from <https://www.jamovi.org>.

[2] R Core Team (2022). *R: A Language and environment for statistical computing*. (Version 4.1) [Computer software]. Retrieved from <https://cran.r-project.org>. (R packages retrieved from CRAN snapshot 2023-04-07).

Apêndice D: Entrevista com Roteiro Estruturado (guião)

Universidade Fernando Pessoa
Doutoramento em Ciências da Informação
Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação



Entrevista com Roteiro Estruturado

Pesquisador Responsável: Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Trabalho: Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática: um estudo do desempenho de estudantes do Ensino Médio ao aplicar o modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem

Autor: Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Orientador: Professor Doutor Luís Manuel Borges Gouveia

O objetivo da presente entrevista é levantar dados sobre possíveis facilidades e/ou dificuldades encontradas pelos estudantes na resolução de duas questões de contagem propostas em teste de desempenho. Os dados aqui obtidos serão utilizados para alcançar o objetivo específico de estudo: “conhecer limites e potencialidades didáticas do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem”. A entrevista traz um roteiro estruturado com 4 questões pré-estabelecidas. A participação na entrevista é voluntária, sendo a mesma realizada individualmente com o estudante participante da entrevista, que não será identificado, mas caracterizado por sua série, turma, grupo e um código numérico único (arbitrado pelo pesquisador responsável no intervalo numérico fechado de 1 a 154). Dados recolhidos por meio da entrevista serão utilizados como componente estatístico do trabalho de estudo. As entrevistas poderão ser publicadas no trabalho de estudo, mas reiterando “sem a identificação do entrevistado”.

Obrigado por sua colaboração!

ROBERTO STENIO AREIAS
CARNEIRO DE
ALBUQUERQUE:84426578434

Assinado de forma digital por
ROBERTO STENIO AREIAS CARNEIRO
DE ALBUQUERQUE:84426578434
Dados: 2022.11.29 22:15:50 -03'00'

Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Pesquisador Responsável

**Discente do Curso de Doutoramento em Ciências da Informação, especialidade Sistemas,
Tecnologias e Gestão da Informação da Universidade Fernando Pessoa (UFP)**

Prof. Doutor Luís Manuel Borges Gouveia

Orientador

**Coordenador do Curso de Doutoramento em Ciências da Informação, especialidade Sistemas,
Tecnologias e Gestão da Informação da Universidade Fernando Pessoa (UFP)**

Cont. Apêndice D: Entrevista com Roteiro Estruturado

Entrevista com Roteiro Estruturado

Série:	
Turma:	
Grupo:	
Código:	
Duração:	
Data:	
Local:	

I) Contato inicial:

Agradecer ao estudante por conceder a entrevista ao pesquisador responsável.
Expor os objetivos da pesquisa/entrevista e esclarecer possíveis dúvidas do entrevistado.
Recolher o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido relativo à entrevista (previamente assinado pelo estudante e seu responsável legal).

II) Procedimentos iniciais:

Preparar o gravador.
Iniciar a gravação.

III) Questões para a entrevista:

O conjunto de questões para a entrevista foi formulado com o objetivo de captar as impressões dos estudantes acerca de facilidades e/ou dificuldades encontradas na resolução de duas questões de contagem propostas em teste de desempenho. A primeira questão do teste de desempenho é aberta e refere-se ao problema de descobrir a quantidade de quadrados atravessados por dado ponto móvel em um retângulo; a segunda questão do teste de desempenho é de múltipla escolha e refere-se ao problema de descobrir se é possível ou impossível, de forma exata, cobrir com dominós 5 por 2 dado tabuleiro de xadrez mutilado.

Questão 01 – Qual foi a questão mais difícil de resolver no teste de desempenho?
(Justifique sua resposta!)

Questão 02 – Quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão 01 do teste de desempenho?

Questão 03 – Quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão 02 do teste de desempenho?

Questão 04 – O estudante fez desenhos ou utilizou figuras/imagens para facilitar a resolução das questões de contagem propostas no teste de desempenho?
(Comente sua resposta!)

Cont. Apêndice D: Entrevista com Roteiro Estruturado

IV) Considerações Finais:

Perguntar ao entrevistado se restou alguma dúvida e se gostaria de acrescentar algo em relação aos assuntos abordados durante a entrevista.

V) Finalização e agradecimento:

Informar ao entrevistado que os resultados da pesquisa estarão à disposição do mesmo e, caso tenha interesse, deverá contactar o pesquisador responsável pelo fone (051) 98103-2516 ou e-mail: robertostenio@uol.com.br. Por fim, agradecer a disponibilidade do entrevistado em fornecer as informações. Encerrar a entrevista. Parar a gravação.

Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 05

Série:	Segundo Ano do Ensino Médio
Turma:	201
Grupo:	B
Código:	05
Duração:	3 minutos e 44 segundos
Data:	07/12/2022
Local:	Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova

00:00:01

R. Albuquerque: Estamos aqui agora para fazer a entrevista com o estudante do Grupo B, da Turma 201, código cinco, estudante de número 05. A data é sete do doze de dois mil e vinte e dois. Temos quatro questões formuladas e eu vou começar com a primeira questão. Está certo estudante cinco?

00:00:26

Estudante 05: Certo.

00:00:28

R. Albuquerque: Pode até falar mais alto para captar o áudio. Qual foi a questão mais difícil de resolver no teste de desempenho?

00:00:37

Estudante 05: Eu acho que foi a questão número um.

00:00:41

R. Albuquerque: A questão número um... pode justificar sua resposta?

00:00:47

Estudante 05: Por causa da questão de ela poder não parar. E sobre o aumento e diminuição de velocidade da bola de bilhar.

00:01:01

R. Albuquerque: A bola de bilhar no caso, é isso?! Bom, a questão dois é a seguinte: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão um do teste de desempenho?

00:01:21

Estudante 05: É isso mesmo sobre a questão de velocidade.

00:01:25

R. Albuquerque: A questão de velocidade seria o quê? Uma facilidade ou uma dificuldade?

00:01:29

Estudante 05: Um meio termo entre facilidade e dificuldade.

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 05

00:01:39

R. Albuquerque: A questão três é a seguinte: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão dois do teste de desempenho?

00:01:51

Estudante 05: A facilidade foi poder colocar um do lado do outro. A dificuldade foi sobre pensar em poder empilhar ele.

00:02:04

R. Albuquerque: Tem mais alguma coisa nisso? alguma facilidade, alguma dificuldade a mais...

00:02:12

Estudante 05: A facilidade foi poder fazer na prática. Contar na imagem do tabuleiro.

00:02:21

R. Albuquerque: Certo. Na sua opinião a imagem facilitou... é isso?

00:02:26

Estudante 05: Facilitou.

00:02:28

R. Albuquerque: Está bom. Questão número quatro: o estudante fez desenhos ou utilizou figuras/imagens para facilitar a resolução das questões de contagem propostas no teste de desempenho?

00:02:46

Estudante 05: Sim.

00:02:46

R. Albuquerque: Comente sua resposta.

00:02:48

Estudante 05: Para mim foi muito mais fácil, porque também vendo, como se diz mastigado, é muito mais fácil de entrar na cabeça e também resolver.

00:03:02

R. Albuquerque: Certo. Então, no caso, só para confirmar, o estudante fala então que as figuras e imagens... seria isso...

00:03:12

Estudante 05: Facilitam muito mais.

00:03:13

R. Albuquerque: Facilitam a resolução das questões que foram propostas...

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 05

00:03:18

Estudante 05: Sim.

00:03:20

R. Albuquerque: No teste de desempenho.

00:03:21

R. Albuquerque: Então, está certo! Eu agradeço o estudante pela entrevista e muito obrigado! Está bom... vamos encerrar à entrevista.

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 25

Série:	Primeiro Ano do Ensino Médio
Turma:	101
Grupo:	B
Código:	25
Duração:	4 minutos e 42 segundos
Data:	07/12/2022
Local:	Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova

00:00:02

R. Albuquerque: Agora partimos para a entrevista com o estudante de número 25, que é do primeiro ano. Estudante do primeiro ano da Turma 101, Grupo B, nesta data de sete do doze de dois mil e vinte e dois. Temos quatro questões propostas aqui para o estudante de número 25. Vou começar pela primeira, está bom? que é a seguinte: questão 01 - qual foi a questão mais difícil de resolver no teste de desempenho? Justifique sua resposta depois.

00:00:45

Estudante 25: Então, a questão mais difícil... As duas, no caso, estavam relativamente fáceis, pois, eu usei a questão do aplicativo, né? Então eu acho a mais... a que deu um pouquinho mais de embaralho na cabeça foi a questão um, pois era a questão que mostrava só metade da resposta e a gente devia descobrir o resto.

00:01:06

R. Albuquerque: Certo. Quais foram as facilidades... Essa é a questão dois, tá! Quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelos estudantes para resolver a questão um do teste de desempenho?

00:01:21

Estudante 25: Então, como eu disse a questão um mostrava metade do resultado, ao contrário da segunda questão, que mostrava todo o resultado. Então a gente tinha que meio que calcular o resto do caminho que a bola de bilhar percorreria.

00:01:39

R. Albuquerque: Certo. Quais foram as facilidades... Essa questão é a três agora: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão dois do teste de desempenho?

00:01:52

Estudante 25: A questão dois não foi nada difícil, pois a resposta já estava quase na nossa cara. Ela já tinha um desenho dizendo que não tinha como colocar e qualquer jeito que tu calculasse não teria mesmo como colocar outra peça lá. Então eu só coloquei o óbvio.

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 25

00:02:10

R. Albuquerque: Certo. E ainda no caso, só facilidades? Existiu alguma dificuldade na questão? Eu estou ainda na questão três, tá! Se teve para fazer a questão dois alguma dificuldade?

00:02:28

Estudante 25: Não, não há dificuldade nenhuma.

00:02:31

R. Albuquerque: Ok. Questão quatro: o estudante fez desenhos ou utilizou figuras/imagens para facilitar a resolução das questões de contagem propostas no teste de desempenho? comente sua resposta, ok?

00:02:54

Estudante 25: Eu utilizei as imagens que o próprio aplicativo me disponibilizou, fazendo com que eu não precisasse desenhar em papel alguma coisa. Foi isso que facilitou todo o processo basicamente.

00:03:05

R. Albuquerque: Está ok! Bem, agora diante da resposta das quatro questões, eu pergunto se o estudante gostaria de acrescentar algo em relação às questões que foram colocadas ou assuntos que foram abordados durante a entrevista. Alguma colocação a mais?

00:03:31

Estudante 25: Eu achei bem interessante a pesquisa, o trabalho todo em geral. Era isso: o trabalho. O uso do aplicativo, pelo meu ver assim... eu acho que não conseguiria fazer acertando as questões, se não tivesse usado o aplicativo. Mas, em geral, era isso.

00:03:49

R. Albuquerque: Certo. Então eu finalizo e agradeço à entrevista. Agradeço a disponibilidade do estudante em fornecer esta entrevista. Também, nos termos que a gente forneceu - o termo de consentimento livre e esclarecido - existe o e-mail. O estudante, qualquer dúvida pode contactar o pesquisador pelo e-mail. E também lá ... também tem o telefone... WhatsApp também. Está bom, então, muito obrigado! Nós vamos encerrar aqui esta entrevista.

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 22

Série:	Primeiro Ano do Ensino Médio
Turma:	101
Grupo:	A
Código:	22
Duração:	6 minutos e 45 segundos
Data:	07/12/2022
Local:	Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova

00:00:01

R. Albuquerque: Estamos agora iniciando a terceira entrevista, com o estudante de código 22, estudante 22, do primeiro ano, da Turma 101, do Grupo A, nesta data de sete do doze de dois mil e vinte e dois. Então, nós temos quatro questões. A primeira questão é a seguinte: qual foi a questão mais difícil de resolver no teste de desempenho?

00:00:38

Estudante 22: Foi para mim... Foi a um.

00:00:42

R. Albuquerque: Justifique sua resposta.

00:00:45

Estudante 22: Porque eu até pensei em como resolver, mas eu não estava conseguindo me localizar na questão. Daí eu até que tentei dar uma raciocinada, mas não estava muito fácil.

00:01:04

R. Albuquerque: Certo. A questão dois é a seguinte: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão um do teste de desempenho?

00:01:16

Estudante 22: Se localizar com as palavras que estão ali, se localizar naquele... ou pensar um pouco naquela questão. Tipo, ele pedia para sair de um lugar para ir para outro e assim... tu não pensar não sabia qual o lugar certinho, daí meio que complicava.

00:01:39

R. Albuquerque: Certo. Quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelos estudantes para resolver a questão dois do teste de desempenho?

00:01:52

Estudante 22: A questão dois era um pouco mais fácil, eu consegui pensar um pouco mais, dar uma pensada a mais na questão por ela ter um certo exemplo e por causa disso ela foi um pouco mais fácil que a primeira.

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 22

00:02:08

R. Albuquerque: Certo. A questão quatro é a seguinte: o estudante fez desenhos ou utilizou figuras/imagens para facilitar a resolução das questões de contagem propostas no teste de desempenho?

00:02:25

Estudante 22: Na questão um, eu fiz um... Eu tentei pegar e fazer um... Eu fiz até um desenho, mas na dois eu precisei mesmo fazer um desenho para pensar certinho.

00:02:38

R. Albuquerque: Então, assim, na questão um, foi feito desenho também?

00:02:42

Estudante 22: Eu peguei... eu fiz meio que um rascunho.

00:02:47

R. Albuquerque: Na questão um?

00:02:49

Estudante 22: Na questão um eu fiz meio que um rascunho na folha e daí com esse rascunho eu consegui pensar melhor.

00:02:54

R. Albuquerque: Esse rascunho era um desenho?

00:02:57

Estudante 22: Era tipo umas linhas com os traços. Eu fiz um...

00:03:00

R. Albuquerque: Desenho.

00:03:00

Estudante 22: Um desenho... No caso, fiz um desenho para me ajudar a me localizar melhor.

00:03:05

R. Albuquerque: E na dois?

00:03:07

Estudante 22: Na dois eu também fiz, eu fiz um desenho, só que daí eu fiz em outro lugar, eu desenhei e fiz na mão para tentar vê certinho, eu fiz no pulso para pegar e me localizar, e consegui. Eu até pensei... que contei... eu pensei quanto era o que não sei se era bem certinho, mas era um tabuleiro de xadrez, né? E daí eu fiz no meu pulso um tabuleiro e contei quantos quadradinhos daria. E pelo que eu me lembro no tabuleiro... quantos sobrariam se tirassem dois, um de cada ponto. Daí eu fiz a conta.

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 22

00:03:50

R. Albuquerque: Certo. E aqui pede para comentar a resposta, mas o estudante já está comentando e aí, em suma, para responder a pergunta, esses desenhos e essas figuras facilitaram a resolução?

00:04:08

Estudante 22: Facilitaram bem mais... Sem essas figuras que eu fiz seria bem mais complicado. Daí a figura que eu tentei imaginar e fazer foi...

00:04:20

R. Albuquerque: E então as respostas foram, vamos dizer, foram dadas em cima dessas construções...

00:04:25

Estudante 22: dos desenhos.

00:04:27

R. Albuquerque: Dos desenhos que foram feitos. Então está bom! E eu pergunto ao estudante se tem algo mais à acrescentar, se quer falar alguma coisa mais em relação as questões ou assunto que foi abordado durante a entrevista. Tens algo à acrescentar?

00:04:50

Estudante 22: Uma coisa que eu quero acrescentar aqui é sobre o aplicativo. Sobre essa meio que prova, o teste. Este teste com um aplicativo para te ajudar a se localizar seria bem melhor, porque tu está no meio do teste, tu não consegue se localizar muito bem, mas tipo com um exemplo, tu consegue melhor.

00:05:15

R. Albuquerque: Então o estudante acredita que se tivesse utilizado o aplicativo com os modelos que estariam ali dentro, teria sido mais fácil. É isso?

00:05:31

Estudante 22: Teria sido um pouco mais fácil, porque a pessoa sem os exemplos, sem os desenhos, se não fizer vai ficar bem mais complicado. Então meio que eu tive que fazer uns desenhos para dar uma ajuda, senão não ia dar certo.

00:05:48

R. Albuquerque: Então está certo! Eu agradeço a colaboração do estudante com a entrevista e vamos encerrar ela aqui. Gostaria de dizer que qualquer coisa o estudante pode entrar em contato com o pesquisador. O telefone está aqui. Até vou citar o telefone é 051981032516. Também poderá ser feito contato via e-mail: robertostenio@uol.com.br. Estas são as formas de contato, a princípio, que estão aqui, que podem ser feitas. Outras têm no termo de consentimento livre e esclarecido que foi preenchido. Muito obrigado e encerramos a entrevista.

00:06:37

Estudante 22: Obrigado.

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 19

Série:	Primeiro Ano do Ensino Médio
Turma:	101
Grupo:	B
Código:	19
Duração:	4 minutos e 37 segundos
Data:	07/12/2022
Local:	Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova

00:00:01

R. Albuquerque: Estamos iniciando agora a quarta entrevista. Temos quatro questões. Eu começo com a questão um. O código do estudante é 19. E eu pergunto ao estudante... Primeiro agradeço a presença do estudante e vamos para a questão: qual foi a questão mais difícil de resolver no teste de desempenho? Justifique sua resposta!

00:00:31

Estudante 19: Entre as duas, acredito que seja a primeira por conta que como eu usei o aplicativo na parte dos desenhos, eu me confundia bastante com os quadrados e as linhas, que acabou fazendo eu errar na contagem e eu tive que contar várias vezes para ter certeza de que era aquilo mesmo, porque como são figuras iguais, acaba confundindo minha cabeça.

00:00:54

R. Albuquerque: Certo. Questão dois: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão um do teste de desempenho?

00:01:07

Estudante 19: Com o uso do aplicativo, as facilidades foram que a gente tinha um desenho e já mostrava onde percorria as linhas e isso facilitou bastante. E como eu disse anteriormente, a dificuldade foi na hora da contagem que eu acabava contando errado e teria que repetir tudo de novo.

00:01:26

R. Albuquerque: Certo. Questão três: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão dois do teste de desempenho?

00:01:38

Estudante 19: Na número dois, as facilidades foram a parte do desenho que eu disse anteriormente. A parte do desenho facilitou bastante na hora de...

00:01:47

R. Albuquerque: Do desenho?

00:01:49

Estudante 19: Do tabuleiro.

00:01:50

R. Albuquerque: Do desenho que estava?

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 19

00:01:52

Estudante 19: No aplicativo.

00:01:53

R. Albuquerque: Certo.

00:01:54

Estudante 19: E isso ajuda bastante. A dificuldade foi na hora de ter uma noção de se teria... de que poderia colocar todos os dominós, na número dois. Essa acho que foi uma grande dificuldade. Tinha que ver se sim ou não, se era possível não deixar todo reto, alinhado.

00:02:15

R. Albuquerque: Certo. E essa foi a questão três. A questão quatro é a seguinte: se foi feito desenhos, se a estudante fez desenhos ou utilizou figuras/imagens para facilitar a resolução das questões de contagem propostas no teste de desempenho? comente sua resposta.

00:02:38

Estudante 19: No caso, eu simplesmente usei as imagens do próprio aplicativo e fiquei imaginando como é que seria. Tipo, no número dois, eu ficava imaginando como o dominó ficaria se ele ficasse assim, se ele ficasse para cima, se ele ficasse pra baixo e se faria algum sentido e aí ajudaria na minha resposta. E já no número um eu também vi os desenhos e isso facilita bastante na hora de responder.

00:03:03

R. Albuquerque: Certo. Então muito bem. Eu pergunto se a estudante quer acrescentar alguma coisa em relação aos assuntos abordados durante a entrevista. Se tem algo a acrescentar?

00:03:19

Estudante 19: Eu gostaria de comentar sobre o aplicativo. Eu acho que ele é muito bom, principalmente para pessoas que tenham o raciocínio mais como eu, porque eu não entendo na hora da explicação por palavras, eu entendo mais pelos desenhos, pelos exemplos e isso facilita bastante na hora de fazer alguma atividade, tanto não só na matemática, mas como em qualquer outra atividade.

00:03:44

R. Albuquerque: Certo. Então eu agradeço mais uma vez a disponibilidade pela entrevista. E antes de encerrar, eu gostaria de dizer que qualquer coisa pode contactar os pesquisadores, em especial, Eu tenho aqui o telefone, (51) 981032516. O email é robertostenio@uol.com.br. Esse e-mail vocês receberam nos termos de consentimento livre e esclarecido. E por fim, muito obrigado pela entrevista. E assim nós encerramos à entrevista. Obrigado!

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 07

Série:	Terceiro Ano do Ensino Médio
Turma:	301
Grupo:	B
Código:	07
Duração:	5 minutos e 18 segundos
Data:	07/12/2022
Local:	Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova

00:00:01

R. Albuquerque: Estamos iniciando agora a quinta entrevista. Temos aqui um estudante do terceiro ano, da Turma 301, Grupo B, Código Sete. A data é sete de doze de dois mil e vinte e dois. O local é à Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, assim como foi em todas as outras entrevistas. E então, temos quatro questões. Eu vou começar, obviamente, pela primeira, mas antes, eu já agradeço a presença e disponibilidade do estudante em conceder esta entrevista para a gente. Então, a questão um é a seguinte: qual foi a questão mais difícil de resolver no teste de desempenho? Justifique sua resposta.

00:00:59

Estudante 07: A questão mais difícil que eu achei para resolver foi a questão número... a segunda no caso, porque tinha o dominó. Eu entrei no aplicativo e daí do aplicativo eu não estava vendo certinho qual é que é... Mas, a questão um foi de boa. Ela estava bem desenhada e estava fácil de fazer.

00:01:21

R. Albuquerque: E quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão um do teste de desempenho?

00:01:35

Estudante 07: A questão um foi facinha porque estava só mostrando o que tu tinha que desenhar. Tipo, tu entrou no aplicativo, ali na questão um, já estava bem desenhadinho como é que tinha que fazer, aí eu só fui seguindo.

00:01:49

R. Albuquerque: Teve alguma dificuldade?

00:01:51

Estudante 07: Não, não. Na primeira eu não tive nenhuma dificuldade. Foi de boa.

00:01:57

R. Albuquerque: Então, a questão três: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão dois do teste de desempenho?

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 07

00:02:07

Estudante 07: Bah, na dois, ali eu não tinha entendido certo por causa que eu entrei lá no aplicativo, daí estava tudo marcadinho, estava marcado. Só que eu acho que eu não prestei muita atenção, porque em cima estava mostrando... eu achei que estava meio, ficou meio pequeno para olhar... naquela lá acho que não fui muito bem.

00:02:30

R. Albuquerque: Certo. Então a dificuldade seria a imagem que estava pequena?

00:02:33

Estudante 07: Bem, a imagem estava meio pequena.

00:02:36

R. Albuquerque: Você usou o celular?

00:02:39

Estudante 07: Eu usei o celular.

00:02:41

R. Albuquerque: Ok. Questão quatro: o estudante fez desenhos ou utilizou figuras/imagens para facilitar a resolução das questões de contagem propostas no teste de desempenho?

00:03:01

Estudante 07: Como é que é essa daí? podia ler de novo?

00:03:03

R. Albuquerque: Sim. O estudante fez desenhos ou utilizou figuras/imagens para facilitar a resolução das questões de contagem propostas no teste de desempenho?

00:03:18

Estudante 07: Eu olhei no aplicativo o desenho e daí eu estava meio que dando umas contagens lá. Mas, pelo desenho do aplicativo. Assim, eu não desenhei nada.

00:03:25

R. Albuquerque: Não precisou fazer desenhos?

00:03:27

Estudante 07: Não precisei fazer nenhum desenho.

00:03:28

R. Albuquerque: Utilizou o que estava...

00:03:29

Estudante 07: Utilizei no aplicativo.

00:03:31

R. Albuquerque: No aplicativo.

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 07

00:03:32

Estudante 07: Mas foi bom assim, o aplicativo. O aplicativo eu vi que vai ajudar bastante.

00:03:37

R. Albuquerque: E as imagens das figuras que estavam lá?

00:03:42

Estudante 07: As imagens estavam boas, só que eu achei que ficou meio pequeno no celular.

00:03:45

R. Albuquerque: Certo. Da questão um ou da questão dois?

00:03:49

Estudante 07: Da questão dois estava meio pequeno.

00:03:51

R. Albuquerque: E da questão um?

00:03:52

Estudante 07: Da questão um estava boa.

00:03:53

R. Albuquerque: Está certo. Enfim, o estudante gostaria de acrescentar algo mais aos assuntos abordados na entrevista? Gostaria de acrescentar alguma coisa?

00:04:08

Estudante 07: Sobre o aplicativo?

00:04:11

R. Albuquerque: O quê o estudante desejar acrescentar..

00:04:13

Estudante 07: Do aplicativo eu acho que podia ser um pouco maior as imagens, pelo menos do celular. Não sei como é que era pelo computador, porque eu não conseguia abrir, mas pelo celular deu certinho.

00:04:24

R. Albuquerque: Certo. Então antes de encerrar nossa entrevista, agradeço mais uma vez a colaboração do estudante e gostaria de dizer que pode contactar-nos, qualquer dúvida pelo fone (51) 981032516. O e-mail é robertostenio@uol.com.br. Essa informação já foi repassada em todos os termos, nos TCLEs. É isto, então, muito obrigado e encerramos à entrevista.

00:05:10

Estudante 07: Eu que agradeço.

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 12

Série:	Terceiro Ano do Ensino Médio
Turma:	301
Grupo:	A
Código:	12
Duração:	5 minutos e 02 segundos
Data:	07/12/2022
Local:	Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova

00:00:01

R. Albuquerque: Estamos iniciando agora a sexta entrevista com o estudante do terceiro ano da Turma 301, do Grupo A. O Código é 12. A data é sete do doze de dois mil e vinte e dois. Entrevista também concedida na Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova e temos quatro questões. Primeiramente, antes das questões, eu devo agradecer a presença do estudante e da disponibilidade dele conceder essa entrevista. E vamos para a questão um, ela diz o seguinte: qual foi a questão mais difícil de resolver no teste desempenho?

00:00:53

Estudante 12: Olha, das duas questões, eu acho que a mais difícil foi a de número dois. A primeira foi mais simples porque era só usar até o dedo para calcular. Mesmo eu não usando o aplicativo, era só pegar e contar quadrado por quadrado. Então, eu acredito que a mais difícil é a número dois, porque é algo mais complexo e que exige mais imaginação mesmo. Como a gente não tinha figura, né? Aí é mais complicado.

00:01:17

R. Albuquerque: Certo. E a questão dois diz o seguinte: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão um do teste desempenho?

00:01:30

Estudante 12: Olha, foi bem simples. Na verdade era mais fácil do que a questão dois, porque tinha figura e era bem mais simples, só mexer o dedinho que...

00:01:42

R. Albuquerque: E resolver a questão, é isso?

00:01:44

Estudante 12: É isso.

00:01:46

R. Albuquerque: A questão três diz o seguinte: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão dois do teste desempenho?

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 12

00:01:57

Estudante 12: Acho que, como não tinha figura, aí podia vir qualquer coisa na cabeça. Acredito que essa é a principal dificuldade. Mas, o que facilitou muito foi a questão de ter várias opções, aí conduzir a nossa cabeça de um jeito, né?

00:02:11

R. Albuquerque: Tinha alternativas.

00:02:12

Estudante 12: Tinha alternativas, aí ficava bem mais fácil, né? Eu acho.

00:02:18

R. Albuquerque: Certo. A questão quatro é a seguinte: o estudante fez desenhos ou utilizou figuras/imagens para facilitar resolução das questões de contagem propostas no teste desempenho? Comente sua resposta.

00:02:34

Estudante 12: Olha, só usei a figura que teve na questão um. Na questão dois, não usei figura.

00:02:40

R. Albuquerque: Não usou figura, fez desenhos?

00:02:43

Estudante 12: Não. Só na cabeça.

00:02:44

R. Albuquerque: Mas, na cabeça o quê? imaginou as figuras ou como é que é...

00:02:47

Estudante 12: Imaginei, tive que imaginar, né? e não tinha ali a imagem e imaginei o tabuleiro.

00:02:51

R. Albuquerque: Então, no caso, embora não tenha sido feito os desenhos, a utilização, digamos assim, da imagem, foi criada na cabeça, isso?

00:03:00

Estudante 12: Na cabeça, isso.

00:03:01

R. Albuquerque: Certo. O estudante gostaria de acrescentar alguma coisa a mais nos assuntos abordados na entrevista.

00:03:12

Estudante 12: Relacionado ao aplicativo ou a tudo?

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 12

00:03:14

R. Albuquerque: O que o estudante tem assim para acrescentar no assunto aqui comentado, nas questões...

00:03:24

Estudante 12: Olha, vou falar do aplicativo, de forma geral, eu achei que foi uma ideia bem boa na verdade. Por isso, ...

00:03:28

R. Albuquerque: Apesar do estudante não utilizar...

00:03:31

Estudante 12: Não utilizei, mas a ideia do aplicativo, achei bem interessante e bem criativo, então aposto que vai ajudar muitas pessoas, porque não é todo mundo que tem o mesmo grau de inteligência, né? consegue entender as coisas de uma forma mais fácil, então acredito que vai ajudar demais, na verdade, o aplicativo.

00:03:46

R. Albuquerque: O aplicativo... Quando o estudante fala o aplicativo, para ficar claro, o aplicativo seria, no caso, a aplicação informática ou também os modelos que estavam dentro. Ou seria o conjunto das coisas?

00:04:00

Estudante 12: O conjunto das coisas, eu acho.

00:04:02

R. Albuquerque: E as imagens?

00:04:03

Estudante 12: As imagens, tudo. Acredito que a pessoa aprende de forma melhor com o desenho. Consegue resolver as coisas quando tem a imagem mesmo.

00:04:13

R. Albuquerque: Então está certo. Então vamos encerrar a nossa entrevista, mas eu queria dizer que o estudante pode contactar. Alguma dúvida se tiver, em qualquer tempo, tem o telefone 051 981032516. O e-mail é robertostenio@uol.com.br e qualquer dúvida pode nos contactar. E muito obrigado pelo fornecimento desses dados.

00:04:49

Estudante 12: Eu que agradeço.

00:04:51

R. Albuquerque: Enfim, vamos encerrar a entrevista.

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 40

Série:	Segundo Ano do Ensino Médio
Turma:	202
Grupo:	B
Código:	40
Duração:	8 minutos e 4 segundos
Data:	07/12/2022
Local:	Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova

00:00:01

R. Albuquerque: Estamos agora realizando a sétima entrevista com estudante do Segundo Ano da Turma 202, Grupo B. Código 40. Na data de sete do doze de dois mil e vinte e dois. A entrevista está sendo realizada aqui na Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova. Antes de iniciar com as perguntas, gostaria de agradecer a presença do estudante aqui e a disponibilidade dele para esta entrevista. Então vamos lá! A primeira questão é a seguinte: qual foi a questão mais difícil de resolver no teste de desempenho? justifique sua resposta!

00:00:49

Estudante 40: Eu acho que foi a do dominó. Porque, se não tivesse a imagem ali para ver certamente o jeito que foi colocado para saber dentro do tabuleiro de xadrez, eu não conseguiria fazer. Tipo, porque tem várias formas que foram colocados os dominós e era bem difícil de pensar sem a ajuda do desenho.

00:01:29

R. Albuquerque: Certo. No caso, então, a questão que você se refere é a questão dois, que é a questão que tinha o problema do tabuleiro de xadrez mutilado.

00:01:45

Estudante 40: Isso.

00:01:46

R. Albuquerque: Esta foi a questão que você achou mais difícil?

00:01:51

Estudante 40: Mais difícil.

00:01:52

R. Albuquerque: Ok.

00:01:52

Estudante 40: Eu até tentei fazer sem o aplicativo, só que eu tive que pegar ajuda lá...

00:02:00

R. Albuquerque: Certo. A questão dois é a seguinte: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão um do teste de desempenho?

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 40

00:02:13

Estudante 40: As facilidades... meu Deus...

00:02:24

R. Albuquerque: Essa é a questão um... Facilidades ou dificuldades também.

00:02:28

Estudante 40: Minha dificuldade foi de achar o ângulo certo para cursar a linha. Facilidade foi a partir do momento que eu peguei o aplicativo e olhei e contei uns quadrados que a linha passava, até juntar de novo.

00:02:56

R. Albuquerque: Certo. A questão três se refere às facilidades... Quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão dois do teste desempenho? Se refere à questão dois agora...

00:03:32

Estudante 40: Como eu já tinha dito, eu particularmente não sei se eu conseguiria desenvolver o método que foi aplicado lá dentro em meio de imagens. Tipo, eu sem o aplicativo, não sei se eu conseguiria fazer o que está ilustrado lá, entende? Tipo, como é que posso te falar...

00:03:59

R. Albuquerque: Se você, no caso, tivesse somente como foi no caso do grupo A, É isso?

00:04:05

Estudante 40: É.

00:04:06

R. Albuquerque: Os estudantes do grupo A não tinham...

00:04:08

Estudante 40: Eu teria que fazer um... é que na real teria que fazer um por um ali, com vários desenhos pra tentar chegar no resultado.

00:04:24

R. Albuquerque: Certo. Então, sintetizando, qual seria, no caso, a facilidade ou dificuldade na questão dois, na sua visão.

00:04:34

Estudante 40: A facilidade de ter uma coisa que te auxilia e a dificuldade de tu não ter nada. É isso.

00:04:45

R. Albuquerque: Então, a facilidade seria algo que auxilia na resolução, é isso?

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 40

00:04:54

Estudante 40: Na Atividade, isso.

00:04:57

R. Albuquerque: Certo. A questão quatro diz o seguinte: o estudante fez desenhos ou utilizou figuras/imagens para facilitar a resolução das questões de contagem propostas no teste de desempenho.

00:05:11

Estudante 40: Eu usei os desenhos, mais as figuras que estavam lá dentro.

00:05:18

R. Albuquerque: Desenho ou figura? Como você enxerga lá? Fez desenhos? Chegou fazer desenhos?

00:05:33

Estudante 40: Na folha eu fiz. Eu esbocei para tentar chegar no resultado com o auxílio do coiso.

00:05:43

R. Albuquerque: Certo. Ok! Gostaria de acrescentar algo mais ao assunto tratado na entrevista ou nas questões? Gostaria de acrescentar algo?

00:05:58

Estudante 40: Eu respondi bem sincero à parte do questionário que foi passado. Eu fui bem sincero nas respostas dos benefícios que o aplicativo traz e eu acho que isso é bem importante não só para as crianças, mas também por um todo, desde do pequeno ao maior. Acho que seria bem importante ter esse conhecimento que dali traz para gente. Tipo, não só passar o que é rotineiro no quadro, mas ter uma prática mais legal de ser desenvolvida com as crianças e/ou com adolescentes. Achei super importante... No caso eu achei depois que eu pensei.

00:07:04

R. Albuquerque: Certo. E agora nós vamos encerrar a nossa entrevista. Antes, eu gostaria mais uma vez, de agradecer as informações que você trouxe nessa entrevista e dizer que nós, os pesquisadores, estamos à disposição. Qualquer coisa, tem o telefone que já foi passado para vocês, assim como e-mail. Considero a entrevista encerrada e obrigado!

00:07:52

Estudante 40: Obrigado.

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 47

Série:	Primeiro Ano do Ensino Médio
Turma:	102
Grupo:	A
Código:	47
Duração:	4 minutos e 30 segundos
Data:	07/12/2022
Local:	Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova

00:00:01

R. Albuquerque: Iniciando agora à oitava entrevista com o estudante do Primeiro Ano, da Turma 102, Grupo A, Código 47, na data sete do doze de dois mil e vinte e dois, na Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova. As demais entrevistas foram feitas aqui na Escola. Primeiramente, eu gostaria de agradecer a presença do estudante em nossa entrevista. Temos quatro questões e vou começar pela primeira. Qual foi a questão mais difícil de resolver no teste de desempenho? justifique sua resposta!

00:00:44

Estudante 47: Eu acho que é a questão um. A gente não teve alternativas para responder. A questão era um pouco mais complicada, porque não tinha alternativa para gente poder comparar a resposta para tentar chegar na resolução certa.

00:01:07

R. Albuquerque: Certo. Agora a questão dois: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão um do teste de desempenho?

00:01:19

Estudante 47: Ela foi um pouco mais fácil por poder imaginar assim, tipo aquele exemplo, como se fosse algo concreto. E daí já foi mais fácil.

00:01:27

R. Albuquerque: Essa é a questão que se refere...

00:01:30

Estudante 47: ao tabuleiro.

00:01:33

R. Albuquerque: É. Vou repetir a pergunta: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão um do teste de desempenho? Essa é a pergunta que tinha um ponto móvel dentro de um gradeado, um retângulo.

00:02:01

Estudante 47: Foi um pouco mais complicado saber em qual direção o ponto iria seguir. Daí foi um pouco mais complicado para tentar resolver.

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 47

00:02:08

R. Albuquerque: Certo. Tem alguma facilidade que achou nessa questão?

00:02:13

Estudante 47: Não muito, por não saber exatamente as direções que eu deveria tomar.

00:02:17

R. Albuquerque: Certo. Essa agora é a questão três da nossa entrevista: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão dois do teste de desempenho? A questão dois é aquela do tabuleiro de xadrez mutilado.

00:02:34

Estudante 47: A questão dois foi um pouco mais fácil para eu poder imaginar, como se estivesse o tabuleiro ali, mas que foi um pouco difícil também pela questão de não ter o comprimento do tabuleiro, exatamente onde eu colocaria as pecinhas seis por dois.

00:02:48

R. Albuquerque: É cinco por dois. Só corrigindo isso. Mas, entendemos. Temos a questão quatro, que diz assim: o estudante fez desenhos ou utilizou figuras/imagens para facilitar a resolução das questões de contagem propostas no teste de desempenho?

00:03:10

Estudante 47: Não.

00:03:11

R. Albuquerque: Comente sua resposta.

00:03:13

Estudante 47: Na verdade, eu nem sabia que podia ter feito algum desenho. Foi mais pela imaginação mesmo para tentar resolver as questões.

00:03:22

R. Albuquerque: Certo. Gostaria de acrescentar algo mais ao assunto tratado na entrevista?

00:03:29

Estudante 47: Foi uma experiência nova fazer esse teste.

00:03:32

R. Albuquerque: Certo. Então, iremos encerrar a entrevista e mais uma vez agradeço a sua disponibilidade em nos fornecer esta entrevista. Nosso contato é 51 981032516. Gostaria de dizer que, assim como foi fornecido nos termos de consentimento livre e esclarecido, nosso e-mail é robertostenio@uol.com.br. Caso tenha qualquer dúvida sobre o andamento da pesquisa, pode entrar em contato a partir desse e-mail. Então, muito obrigado!

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 61

Série:	Primeiro Ano do Ensino Médio
Turma:	102
Grupo:	B
Código:	61
Duração:	5 minutos e 13 segundos
Data:	07/12/2022
Local:	Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova

00:00:00

R. Albuquerque: Estamos iniciando agora à nona entrevista com estudante de Primeiro Ano, da Turma 102, Grupo B, Código 61, na data sete do doze de dois mil e vinte e dois. O local da entrevista é a Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova. Temos quatro questões, mas antes de iniciar com as questões, gostaria de agradecer a disponibilidade do estudante em prestar esta entrevista para nosso estudo. No caso, a questão um é a seguinte: qual foi a questão mais difícil de resolver no teste desempenho? justifique sua resposta!

00:00:44

Estudante 61: A mais difícil foi a questão número um, porque apesar dos desenhos e do aplicativo, foi muito, como posso dizer, difícil de conseguir entender o raciocínio e a lógica. A gente foi fazendo lendo a pergunta e foi desenhando exatamente no quadro, que deu um resultado de dezenove, que foi a contagem dos quadradinhos.

00:01:10

R. Albuquerque: Certo. Questão dois: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelos estudantes para resolver a questão um do teste de desempenho?

00:01:22

Estudante 61: A facilidade foi que com o aplicativo a gente pôde ver o desenho mais claramente, que se não tivesse a imagem, a gente não saberia por onde começar. Talvez até mesmo começaríamos pelo lado errado. Podia dar totalmente diferente. E a dificuldade foi mais, por não saber exatamente o ponto, no caso, continuar o desenho, o percorrido do desenho.

00:01:51

R. Albuquerque: Continuar a rota, não é isso?

00:01:53

Estudante 61: Isso.

00:01:56

R. Albuquerque: Questão três: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão dois do teste desempenho?

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 61

00:02:05

Estudante 61: A facilidade foi que a gente foi eliminando as alternativas da questão dois. Foi tendo um raciocínio mais, como posso dizer, mais óbvio no caso, que era cinco por dois ali, o que tinha na pergunta? Aí a gente foi tirando os outros, as outras alternativas fora. A dificuldade...

00:02:37

R. Albuquerque: Pode não ter existido a dificuldade, não é? A facilidade seria mesmo?

00:02:44

Estudante 61: Porque tipo, a gente foi eliminando as outras alternativas que não tinham na pergunta.

00:02:49

R. Albuquerque: E essa eliminação de alternativas ocorria como assim?

00:02:55

Estudante 61: Por causa do desenho. Eu fiz especificamente olhando ali. Eu fiz mais ou menos uma contagem por cima, fui eliminando o que não tinha na pergunta e cheguei a conclusão.

00:03:08

R. Albuquerque: Olhando isso no...

00:03:09

Estudante 61: Aplicativo.

00:03:10

R. Albuquerque: Certo. Então tá. A questão quatro diz assim: o estudante fez desenhos ou utilizou figuras/imagens para facilitar a resolução das questões de contagem propostas no teste de desempenho? Comente sua resposta.

00:03:27

Estudante 61: Sim. Na questão um foi feito o desenho no quadrado que tinha no teste e na questão dois foi utilizado o aplicativo para poder ver a imagem, porque no primeiro a gente usou mais a prática, no caso e no dois...

00:03:45

R. Albuquerque: Foi utilizado o aplicativo. modelo ou imagem na questão um?

00:03:54

Estudante 61: Sim. Tinha uma figura que a gente desenhou e também foi por eu ter ali, sabe? A gente saber onde iniciar.

00:04:09

R. Albuquerque: A estudante gostaria, no caso, de acrescentar algo mais ao assunto tratado aqui na entrevista.

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 61

00:04:22

Estudante 61: Não.

00:04:22

R. Albuquerque: Enfim, então agradeço mais uma vez a disponibilidade para fornecer essas informações para a gente. Gostaria de dizer que o nosso fone, no caso, é (51) 981032516. O e-mail é robertostenio@uol.com.br. Caso de dúvidas sobre a pesquisa ou andamento da pesquisa, tem esses contatos, assim como tem outros nos termos de consentimento livre e esclarecido fornecidos. Obrigado pela entrevista. E agora, nós vamos encerrar a entrevista.

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 115

Série:	Terceiro Ano do Ensino Médio
Turma:	302
Grupo:	A
Código:	115
Duração:	4 minutos e 44 segundos
Data:	07/12/2022
Local:	Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova

00:00:01

R. Albuquerque: Estamos iniciando agora à décima entrevista com aluno do Terceiro Ano, da Turma 302, Grupo A, Código 115. Na data de sete do doze de dois mil e vinte e dois. Local: Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova. Primeiramente gostaria de agradecer ao estudante pela disponibilidade em estar aqui para conceder esta entrevista. Então vamos começar. A questão um é a seguinte: qual foi a questão mais difícil de resolver no teste de desempenho? Justifique sua resposta.

00:00:42

Estudante 115: Então, assim, para mim a mais difícil foi a número um. Mesmo que tivesse o desenho ali que ilustrasse bem, eu tive um pouco de dificuldade para conseguir entender certinho qual era o traçado ou por onde é que o ponto ia percorrer. Na segunda, logo que eu li, eu já consegui visualizar o tabuleiro, retirar uma peça de cada e logo ali, posicionando assim a peça do dominó, já vi que não ia fechar, então para mim a mais difícil foi a primeira.

00:01:10

R. Albuquerque: No caso, só para eu poder entender, esta manipulação ela foi feita ou você imaginou?

00:01:17

Estudante 115: Primeiro eu desenhei a pecinha e depois o tabuleiro para conseguir visualizar bem. Depois que eu desenhei, eu comecei a pensar vou tirar um ponto daqui, um daqui, vou colocar pecinha em cima para ver o que vai dar. Aí eu comecei a ver e eu disse não, aqui não faz, sempre sobra um aqui. Então, logo eu vi que não dava.

00:01:35

R. Albuquerque: Ok. Questão dois: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão um do teste de desempenho?

00:01:45

Estudante 115: Então, é o que eu disse ali na resposta anterior. Para mim foi muito difícil imaginar o traçado que a bolinha ia percorrer ali. Tinha ali as instruções, tudo. Eu li várias vezes, mas eu não conseguia. Eu traçava de um jeito. Aí eu pensava será que é assim? Aí eu voltava para o início, traçava de outro, pensava Meu Deus, o que eu faço agora? Aí foi indo, foi indo e eu consegui chegar mais ou menos o que eu

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 115

achava que a questão pedia, foi isso. Realmente foi muito difícil. Não tive muita facilidade nessa, mesmo ali com os comandos.

00:02:20

R. Albuquerque: Questão três: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão dois do teste de desempenho?

00:02:27

Estudante 115: De primeiro momento, logo que eu li a dois pareceu ser impossível, porque não te dava muita dimensão, não te dava enquanto media. E aí foi aquilo que eu falei: desenhei. Quando eu desenhei, ficou mais fácil. Aí foi, agora você só tem que pegar essa pecinha e colocar em cima. Aí eu consegui visualizar melhor e foi mais fácil por causa disso. Consegui visualizar.

00:02:47

R. Albuquerque: Questão quatro, diz assim: o estudante fez desenhos ou utilizou figuras/imagens para facilitar a resolução das questões de contagem propostas no teste de desempenho? Comente sua resposta.

00:02:58

Estudante 115: Sim, a primeira que a gente vai pegar depois ali, tu vai ver a minha questão está toda rabiscada de tanto traçado que eu fiz na bolinha pra ver como é que ela ia chegar. E a questão dois, vai estar o desenho da pecinha do dominó e a pecinha do tabuleiro, porque foi o que eu precisei. Nem utilizei tanto os desenhos da pecinha e do tabuleiro, mas foi preciso para conseguir me guiar, para inventar. Agora, eu só preciso fazer isso.

00:03:22

R. Albuquerque: O estudante gostaria de acrescentar alguma coisa mais no assunto tratado?

00:03:31

Estudante 115: Eu acredito que não... Acredito assim, como a gente teve dificuldade na questão um, talvez a proposta do aplicativo fosse facilitar (o nosso grupo foi o que ficou sem o aplicativo). Não precisaria ter feito tantos rabiscos, que nem eu fiz na questão para conseguir chegar. E a dois também. Talvez não tivesse causado tanta estranheza no início como foi, então acho que a ideia do aplicativo vai ser show de bola. Não tenho muito que falar.

00:03:56

R. Albuquerque: Ok. Então, eu gostaria de agradecer mais uma vez pela entrevista dada. E temos aqui o seguinte: em caso de dúvida ou quiser saber o andamento da pesquisa, o fone de contato é (51) 98103-2516 ou o e-mail robertostenio@uol.com.br. Também tem esse endereço nos termos que foram fornecidos. E assim eu encerro a nossa entrevista e muito obrigado!

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 115

00:04:32

Estudante 115: A gente agradece.

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 106

Série:	Terceiro Ano do Ensino Médio
Turma:	302
Grupo:	B
Código:	106
Duração:	4 minutos e 30 segundos
Data:	07/12/2022
Local:	Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova

00:00:02

R. Albuquerque: Décima primeira entrevista. Estudante do Terceiro Ano, Turma 302, Grupo B, Código 106. Na data sete do doze de dois mil e vinte e dois. Na Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova. Primeiramente, eu agradeço o estudante pela entrevista a ser dada. Temos quatro questões e começo pela questão um: qual foi a questão mais difícil de resolver no teste de desempenho?

00:00:37

Estudante 106: Para mim foi a questão dois. Eu usei o aplicativo, mas eu penso assim: se eu não tivesse o aplicativo, eu acho que eu não teria conseguido resolver, porque eu achei ela muito complicada de imaginar.

00:00:49

R. Albuquerque: Certo. E aqui pede para justificar a resposta, mas eu acho que você já justificou sua resposta. Questão dois: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão um do teste de desempenho?

00:01:06

Estudante 106: Como eu usei o aplicativo, achei que foi muito fácil. Eu gostei que a questão um não deu a resposta completamente, porque o aplicativo não deu a resposta completa e deu até certa porcentagem, tipo metade e o resto a gente tinha que resolver. Então eu gostei muito, porque como a nossa geração vem de uma geração de poder... a gente está muito acostumado a pegar tudo da internet, tudo pronto. Então eu gostei que esse aplicativo não te entrega pronto, tu tem que ter uma linha de raciocínio ainda no final, então eu achei muito bom.

00:01:37

R. Albuquerque: Certo. Agora veja, questão três: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão dois do teste de desempenho? Ou seja, a questão do tabuleiro de xadrez mutilado.

00:01:49

Estudante 106: Eu achei ela, tipo assim, lendo, só lendo mesmo. Na folha, eu achei ela muito complicada, tinha que pensar muito se não tivesse o aplicativo. Já com o aplicativo, como tinha o desenho lá dele, ele facilitou muito, porque daí a gente conseguia imaginar e contar para ver se dava certinho ou não. Mas, a minha

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 106

dificuldade seria se tivesse caído numa prova, alguma coisa assim. Talvez eu não saberia responder sem o aplicativo, porque imaginar seria muito difícil.

00:02:16

R. Albuquerque: Certo. Questão quatro: a estudante fez desenhos ou utilizou figuras/imagens para facilitar a resolução das questões de contagem propostas no teste de desempenho? Comente sua resposta.

00:02:32

Estudante 106: Tipo, na primeira tinha aquele desenho que a gente tinha nos quadrinhos. Só não tinha a linha. Daí, para pegar o raciocínio eu cheguei a desenhar a linha. Eu fui pelo aplicativo e depois pra raciocinar, eu segui... então, o que foi pedido foi fácil. Já a dois eu acho que seria muito... Eu não cheguei a tentar desenhar porque eu tinha no aplicativo o desenho. Mas, eu acho que a dois seria complicado de tentar desenhar.

00:03:00

R. Albuquerque: Certo. O estudante gostaria de acrescentar algo mais na temática de hoje?

00:03:09

Estudante 106: Eu acho que foi algo... Esse aplicativo é algo muito interessante. Eu acho que eu espero que vá para frente, mesmo que a gente do terceiro ano esteja saindo e talvez não vá usufruir desse aplicativo. Mas, eu espero que ele vá para frente e ele seja concluído. Seja um sucesso para as próximas gerações. Para os meus irmãos que estão vindo para estudar, isso vai ser algo muito bom na ajuda do raciocínio mais rápido e tal, e não daquela coisa de pegar pronto, sabe? Daí não aprendi nada.

00:03:38

R. Albuquerque: Certo. E agora eu agradeço mais uma vez a disponibilidade para a entrevista. Temos também o seguinte o contato, caso tenha alguma dúvida sobre o andamento da pesquisa ou qualquer outra dúvida sobre o estudo que está sendo feito, tem o telefone (51) 98103-2516 ou e-mail robertostenio@uol.com.br. Também tem outros e-mails no material que foi entregue, no TCLE. E é isto... Então vamos encerrar a entrevista e muito obrigado, viu?

00:04:23

Estudante 106: Tá.

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 117

Série:	Terceiro Ano do Ensino Médio
Turma:	302
Grupo:	A
Código:	117
Duração:	4 minutos e 20 segundos
Data:	07/12/2022
Local:	Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova

00:00:00

R. Albuquerque: Estamos agora na décima segunda entrevista, com o estudante do Terceiro Ano, da Turma 302, Código 117, do Grupo A. Nesta data de sete do doze de dois mil e vinte e dois. Estamos na Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova. Primeiramente, gostaria de agradecer a disponibilidade em conceder esta entrevista. E temos quatro questões. Começamos pela primeira questão: qual foi a questão mais difícil de resolver no teste de desempenho? Justifique sua resposta.

00:00:42

Estudante 117: A segunda, porque eu acho que não tinha nada pra começar a guiar. A gente tinha a informação principal que estavam faltando duas peças, só que a gente não tinha o número total e nem sabia como é que era o tabuleiro.

00:00:55

R. Albuquerque: Essa é a questão dois. A pergunta é assim... qual é a questão mais difícil para você? Foi a questão um ou a questão dois? A questão um, para lembrar, era a questão que tinha o ponto móvel no quadriculado. E a questão dois, era do tabuleiro de xadrez mutilado. Qual a questão que você achou mais difícil?

00:01:15

Estudante 117: A segunda.

00:01:15

R. Albuquerque: A segunda, que é a questão do tabuleiro. Você achou ela difícil? a motivação, porque achou ela mais difícil?

00:01:24

Estudante 117: Eu acho que... eu pelo menos não consegui achar uma forma de me guiar por ela. Só falava que estava faltando duas peças, mas não tinha um número exato de peças, nem qual eram as peças ao todo. Nem sabia como é que era o tabuleiro, nem de dominó, porque eu não sei jogar.

00:01:39

R. Albuquerque: Certo. Questão dois: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão um do teste de desempenho?

00:01:49

Estudante 117: Qual teste de desempenho?

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 117

00:01:51

R. Albuquerque: O teste que foi feito.

00:01:52

Estudante 117: Ah, a facilidade: como não tinha o aplicativo, foi desenhar, tentar se guiar com a caneta mesmo no primeiro ponto quadriculado e na segunda...

00:02:03

R. Albuquerque: Certo.

00:02:05

Estudante 117: E na segunda também foi tentar desenhar um tabuleiro, mas não teve muita...

00:02:11

R. Albuquerque: Então, no caso, porque a questão três se refere a isso: quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pela estudante para resolver a questão dois do teste desempenho? Então, no caso, seria essa facilidade a questão dos desenhos, É isso?

00:02:25

Estudante 117: Isso.

00:02:26

R. Albuquerque: Os desenhos então foram utilizados, vamos dizer assim. E aí vem a questão quatro, que está ligado talvez a dois e a três. A estudante fez desenhos ou utilizou figuras/imagens para facilitar a resolução das questões de contagem de propostas no teste desempenho? Comente sua resposta.

00:02:49

Estudante 117: Sim. Eu fiz. Na primeira foi feito bastante desenho por causa que eu não entendi muito bem a questão. Aí fazia de um lado para o outro. Primeiro eu fiz por um lado, saiu por outro, eu sei que uma deu um resultado, depois diferente, mas eu fui lá e consegui chegar num valor. Não sei se deu certo, mas eu consegui chegar me guiando pelo desenho que fiz, que nem na segunda, a segunda também, mas a segunda eu não tinha muita... achei que nem tinha resposta.

00:03:18

R. Albuquerque: Muito bem. A estudante gostaria de acrescentar algo mais a nossa temática de hoje?

00:03:28

Estudante 117: Acho que não.

Cont. Apêndice E: Transcrições das Entrevistas com Estudantes

Transcrição da Entrevista com Estudante 117

00:03:29

R. Albuquerque: Certo. Então eu irei encerrar a entrevista, agradecer mais uma vez pela colaboração e dizer o seguinte: em caso de qualquer dúvida e também para saber sobre o andamento da pesquisa, o fone de contato é (51) 98103-2516. O e-mail é robertostenio@uol.com.br. Qualquer coisa pode entrar em contato também com os contatos que estavam no TCLE, do Comitê de Ética e por aí vai... Então vamos encerrar a entrevista. Muito obrigado!

Apêndice F: Teste de Desempenho Aplicado

Universidade Fernando Pessoa
Doutoramento em Ciências da Informação
Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação



Teste de Desempenho Resolução de Problemas de Contagem

Pesquisador Responsável: Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Trabalho: Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática: um estudo do desempenho de estudantes do Ensino Médio ao aplicar o modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem

Autor: Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Orientador: Professor Doutor Luís Manuel Borges Gouveia

O objetivo do presente teste é levantar dados sobre o desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem. Os dados aqui obtidos serão utilizados para alcançar os objetivos específicos de estudo – “a) analisar, de modo comparativo, os valores de tendência central (moda, média e mediana) e variabilidade (amplitude, variância e desvio padrão) do conjunto de dados de desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova sem e com a aplicação do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem; b) conhecer limites e potencialidades didáticas da aplicação do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem”; e, também, por conseguinte, alcançar o objetivo principal de estudo – “verificar se a aplicação do *modelo psi-zero* proporciona uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem”. O teste traz duas questões de contagem para todos os participantes da pesquisa: questão 01 – aberta; questão 02 – múltipla escolha. Os participantes serão divididos em *Grupo A* e *Grupo B*, onde o *Grupo A* fará o teste sem a aplicação do *modelo psi-zero* e o *Grupo B* fará o teste com a aplicação do *modelo psi-zero*. O acesso ao *modelo psi-zero* ocorrerá por meio da aplicação informática *yamat*. Para a utilização do *yamat* é necessário que os estudantes estejam portando *smartphones* com acesso à internet. A participação no teste é voluntária, sendo o mesmo respondido individualmente pelo estudante participante, que não será identificado, mas caracterizado por sua série, turma, grupo e um código numérico único (arbitrado pelo pesquisador responsável no intervalo numérico fechado de 1 a 154). Os dados recolhidos por meio do teste de desempenho serão usados apenas como componente estatístico do trabalho de estudo. A duração do teste é de 15 minutos. Esgotado o tempo de 15 minutos, deverá ser devolvido ao pesquisador responsável o teste de desempenho.

Cont. Apêndice F: Teste de Desempenho Aplicado

Obrigado por sua colaboração!

ROBERTO STENIO AREIAS CARNEIRO DE ALBUQUERQUE:84426578434
Assinado de forma digital por ROBERTO STENIO AREIAS CARNEIRO DE ALBUQUERQUE:84426578434
Dados: 2022.11.29 22:12:30 -03'00'

Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque
Pesquisador Responsável

Discente do Curso de Doutorado em Ciências da Informação, especialidade Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação da Universidade Fernando Pessoa (UFP)

Prof. Doutor Luís Manuel Borges Gouveia

Orientador

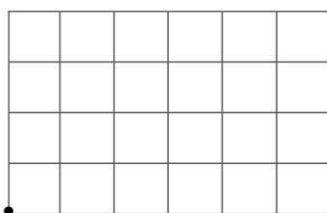
Coordenador do Curso de Doutorado em Ciências da Informação especialidade Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação da Universidade Fernando Pessoa (UFP)

Cont. Apêndice F: Teste de Desempenho Aplicado

Teste de Desempenho - Resolução de Problemas de Contagem

Série: _____ Turma: _____ Grupo: _____ Código: _____

Questão 01) Um ponto móvel vai percorrer um retângulo 4 x 6, composto por 24 quadrados, segundo as condições listadas abaixo:



- A partida do ponto ocorre no vértice do canto esquerdo inferior desse retângulo;
- O ponto avança em linha reta, segundo só uma diagonal de cada quadrado;
- Quando o ponto chega à borda do retângulo, ele retorna segundo a diagonal do quadrado vizinho;
- O ponto irá parar assim que atingir outro vértice desse retângulo.

Quantos quadrados o ponto móvel irá atravessar antes de parar?

Resposta: _____

Questão 02) Se uma peça de dominó 5 por 2 cobre exatamente na horizontal ou na vertical dois quadrados vizinhos de um tabuleiro de xadrez mutilado – que sofreu extração de um quadrado do canto esquerdo superior e outro quadrado do canto direito inferior – então, de forma exata, pode-se afirmar que:
(Assinale com um **X** a única alternativa correta)

- a) () é possível cobrir todo o tabuleiro de xadrez mutilado com 64 dominós 5 por 2.
- b) () é possível cobrir todo o tabuleiro de xadrez mutilado com 62 dominós 5 por 2.
- c) () é possível cobrir todo o tabuleiro de xadrez mutilado com 32 dominós 5 por 2.
- d) () é possível cobrir todo o tabuleiro de xadrez mutilado com 31 dominós 5 por 2.
- e) () é impossível cobrir todo o tabuleiro de xadrez mutilado com dominós 5 por 2.

Observações:

Questão 01 – adaptada de Câmara dos Santos (2002, pp.41–45).

Questão 02 – adaptada de Singh (1998, pp.43–46).

Apêndice G: Relatório Estatístico – Teste de Desempenho

Universidade Fernando Pessoa
Doutoramento em Ciências da Informação
Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação



Relatório Estatístico – Teste de Desempenho

Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Trabalho: Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática: um estudo do desempenho de estudantes do Ensino Médio ao aplicar o modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem

Autor: Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Orientador: Professor Doutor Luís Manuel Borges Gouveia

I) Introdução

Este relatório apresenta dados, estatísticas, testes, gráficos e resultados estatísticos (relativos ao Teste de Desempenho que foi aplicado em dois grupos independentes A e B de estudantes de Ensino Médio da EEEMFV) que são fundamentais para o trabalho de tese (em epígrafe) que está sendo desenvolvido pelo autor no âmbito do programa de doutoramento em Ciências da Informação, da Faculdade de Ciência e Tecnologia da Universidade Fernando Pessoa, Porto, Portugal.

II) Dados

Na Tabela 1, organizados em categorias, constam os dados obtidos em Teste de Desempenho (Resolução de Problemas de Contagem):

TABELA 1: Dados Obtidos em Teste de Desempenho

Dado	Série	Turma	Grupo	Código	Resposta Questão 1	Resposta Questão 2	Desempenho (%)
1	1ª	101	A	20	13	A	0
2	1ª	101	A	16	9	D	0
3	1ª	101	A	22	12	E	100
4	1ª	101	A	17	9	B	0
5	1ª	101	A	14	10	D	0
6	1ª	101	A	18	5	A	0

Cont. Apêndice G: Relatório Estatístico – Teste de Desempenho

7	1ª	102	A	57	4	D	0
8	1ª	102	A	48	15	B	0
9	1ª	102	A	50	17	B	0
10	1ª	102	A	49	10	D	0
11	1ª	102	A	54	4	C	0
12	1ª	102	A	45	16	c	0
13	1ª	102	A	44	16	c	0
14	1ª	102	A	41	16	c	0
15	1ª	102	A	46	16	c	0
16	1ª	102	A	47	15	e	50
17	1ª	102	A	53	6	b	0
18	1ª	102	A	43	16	c	0
19	1ª	102	A	55	16	c	0
20	1ª	102	A	56	4	c	0
21	2ª	202	A	60	4	c	0
22	2ª	202	A	52	Branco	Branco	0
23	2ª	202	A	51	12	b	50
24	2ª	202	A	42	12	c	50
25	2ª	202	A	35	9	c	0
26	3ª	301	A	15	2	e	50
27	3ª	301	A	12	2	e	50
28	3ª	301	A	11	15	e	50
29	3ª	301	A	10	6	c	0
30	3ª	301	A	13	24	c	0
31	3ª	302	A	121	6	e	50
32	3ª	302	A	120	6	e	50
33	3ª	302	A	118	6	e	50
34	3ª	302	A	119	6	e	50
35	3ª	302	A	116	6	e	50
36	3ª	302	A	117	6	e	50
37	3ª	302	A	99	10	c	0
38	3ª	302	A	114	3	e	50
39	3ª	302	A	113	7	b	0

Cont. Apêndice G: Relatório Estatístico – Teste de Desempenho

40	3 ^a	302	A	115	3	e	50
41	3 ^a	302	A	110	7	b	0
42	3 ^a	302	A	112	7	b	0
43	1 ^a	101	B	21	6	c	0
44	1 ^a	101	B	31	12	e	100
45	1 ^a	101	B	30	10	d	0
46	1 ^a	101	B	29	6	b	0
47	1 ^a	101	B	27	9	b	0
48	1 ^a	101	B	26	12	e	100
49	1 ^a	101	B	25	12	e	100
50	1 ^a	101	B	24	10	b	0
51	1 ^a	101	B	28	4	c	0
52	1 ^a	101	B	19	9	e	50
53	1 ^a	102	B	65	9	c	0
54	1 ^a	102	B	34	9	e	50
55	1 ^a	102	B	61	39	e	50
56	1 ^a	102	B	32	9	e	50
57	1 ^a	102	B	33	9	e	50
58	2 ^a	201	B	09	9	e	50
59	2 ^a	201	B	08	12	e	100
60	2 ^a	201	B	05	8	d	0
61	2 ^a	202	B	59	9	b	0
62	2 ^a	202	B	58	9	e	50
63	2 ^a	202	B	64	9	d	0
64	2 ^a	202	B	39	9	d	0
65	2 ^a	202	B	63	9	d	0
66	2 ^a	202	B	38	9	c	0
67	2 ^a	202	B	66	9	c	0
68	2 ^a	202	B	23	C	e	50
69	2 ^a	202	B	36	9	e	50
70	2 ^a	202	B	62	9	e	50
71	2 ^a	202	B	40	9	e	50
72	2 ^a	202	B	37	Branco	Branco	0

Cont. Apêndice G: Relatório Estatístico – Teste de Desempenho

73	3 ^a	301	B	07	9	a	0
74	3 ^a	301	B	06	14	c	0
75	3 ^a	302	B	105	12	E	100
76	3 ^a	302	B	104	12	E	100
77	3 ^a	302	B	102	12	E	100
78	3 ^a	302	B	103	12	E	100
79	3 ^a	302	B	106	12	E	100
80	3 ^a	302	B	100	12	E	100
81	3 ^a	302	B	101	12	E	100
82	3 ^a	302	B	108	11	C	0
83	3 ^a	302	B	109	9	A	0
84	3 ^a	302	B	107	12	C	50
85	3 ^a	302	B	98	12	E	100

Informações complementares:

Série: a Série do estudante no Ensino Médio (1^a, 2^a ou 3^a Série do Ensino Médio).

Turma: a Turma do estudante na EEEMFV (101,102,201,202,301 ou 302).

Grupo A: grupo de estudantes que não utilizaram o *modelo psi-zero* em teste de desempenho.

Grupo B: grupo de estudantes que utilizaram o *modelo psi-zero* em teste de desempenho.

Código: refere-se ao código numérico arbitrado para o estudante participante da pesquisa.

Resposta Questão 1: resposta dada pelo estudante a questão 1 do teste de desempenho (o esperado é 12).

Resposta Questão 2: resposta dada pelo estudante a questão 2 do teste de desempenho (o esperado é e).

Desempenho (%): variável quantitativa (intervalar) que expressa o desempenho do estudante na resolução de problemas de contagem propostos em teste de desempenho. Escala (%): [0,100] (mín.=0; máx.=100).

Branco: simboliza resposta vazia (campo de resposta de questão não preenchido pelo estudante).

Cont. Apêndice G: Relatório Estatístico – Teste de Desempenho

III) Estatísticas¹

Na Tabela 2, constam estatísticas descritivas relativas ao Teste de Desempenho:

TABELA 2: Estatísticas Descritivas – Teste de Desempenho

	Grupo	Desempenho (%)
N	A	42
	B	43
Média	A	19,0
	B	41,9
Erro-padrão da média	A	4,16
	B	6,43
Mediana	A	0,00
	B	50
Moda	A	0,00
	B	0,00
Desvio-padrão	A	26,9
	B	42,2
Variância	A	726
	B	1777
AIQ	A	50,0
	B	100
Amplitude	A	100
	B	100
Mínimo	A	0
	B	0
Máximo	A	100
	B	100
25° percentil	A	0,00
	B	0,00
50° percentil	A	0,00
	B	50,0
75° percentil	A	50,0
	B	100

¹ Estatísticas geradas por meio do programa de computador *Jamovi* (ver [1] e [2]).

Cont. Apêndice G: Relatório Estatístico – Teste de Desempenho

IV) Testes

No Quadro abaixo constam os testes estatísticos² aplicados à variável Desempenho (%):

QUADRO: Testes Estatísticos – Desempenho (%)

Teste de Homogeneidade de Variâncias				
Desempenho (%)	F	Df	df2	P
Levene	13,5	1	83	P<0,001
Variance ratio	0,408	41	42	0,005
Resultado				
Não atende estatisticamente o pressuposto de homogeneidade de variâncias (P<0,05).				
Teste de Normalidade				
Desempenho (%)	Estatística	P		
Shapiro-Wilk	0,880	P < 0,001		
Kolmogorov-Smirnov	0,247	P < 0,001		
Anderson-Darling	3,83	P < 0,001		
Resultado				
Não atende estatisticamente o pressuposto de normalidade (P<0,05).				
Teste U de Mann-Whitney ³				
Desempenho (%)	U de Mann-Whitney	Estatística	P	
		644	0,006	
Resultado				
Hipótese alternativa H_a ($\mu_B > \mu_A$) é estatisticamente significativa (P < 0,05).				

² Todos os testes estatísticos expostos foram realizados com o programa *Jamovi* mais *Moretests* (ver [1] e [2]).

³ Teste U de Mann-Whitney é um teste não paramétrico (não exige distribuição normal de dados, nem homogeneidade de variâncias) que pode ser aplicado em variável ordinal ou intervalar [como, a variável Desempenho (%)] com o objetivo de comparar medianas de dois grupos independentes [como, os grupos de estudantes A e B tratados neste relatório].

Cont. Apêndice G: Relatório Estatístico – Teste de Desempenho

V) Gráficos

Seguem quatro gráficos que ilustram, de modo comparativo, a superioridade do desempenho alcançado pelo Grupo B em relação ao Grupo A (no que tange a resolução de problemas de contagem constantes em Teste de Desempenho):

GRÁFICO 1

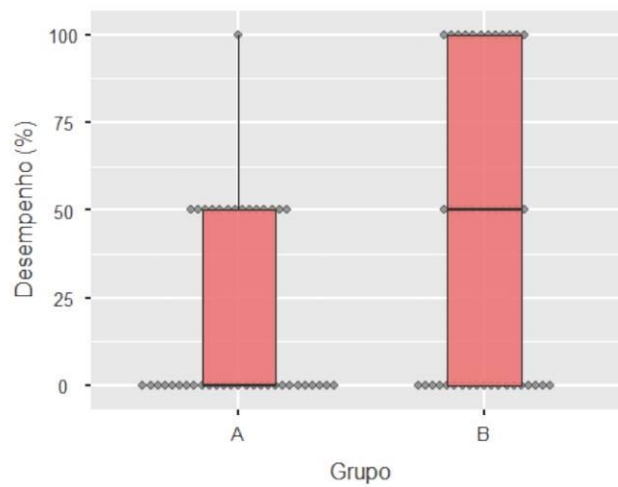
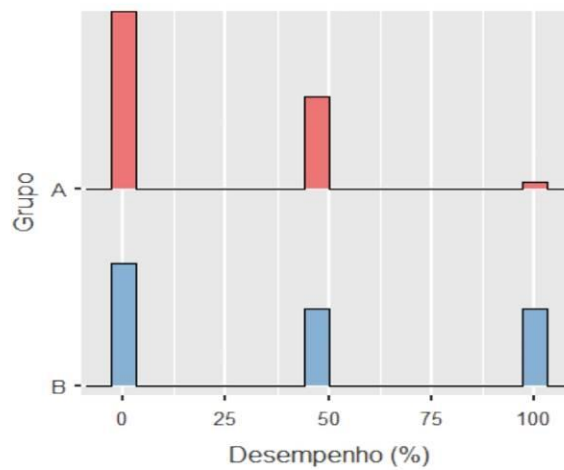
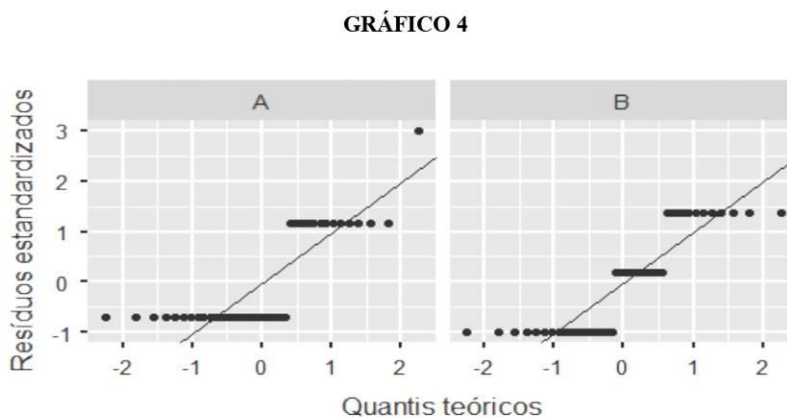
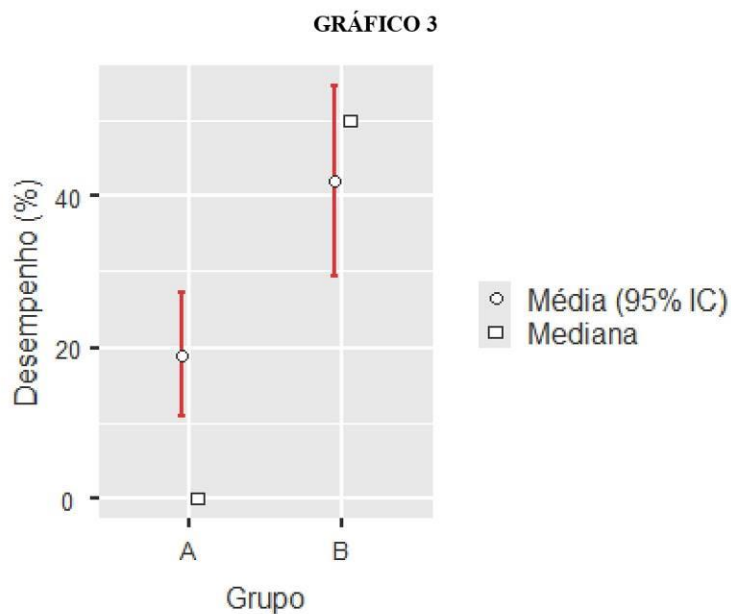


GRÁFICO 2



Cont. Apêndice G: Relatório Estatístico – Teste de Desempenho



Cont. Apêndice G: Relatório Estatístico – Teste de Desempenho

VI) Conclusão

Considerando que, a variável Desempenho(%) é quantitativa e sua distribuição de dados não atende estatisticamente aos pressupostos de normalidade de dados nem homogeneidade de variâncias [admitidas em testes estatísticos como hipóteses nulas (iniciais)], mostra-se, então, mais apropriado o uso da *mediana* em vez da *moda* e *média* para comparação do desempenho dos grupos de estudantes A e B (grupos independentes), de maneira que, é estatisticamente significativa (Teste U de Mann-Whitney indica significância inferior a 5%, isto é, $P < 0,05$) o resultado que, em mediana, o desempenho do Grupo B (50%) de estudantes é mais elevado do que o Grupo A (0%). É importante destacar que, em geral, a *mediana* não apresenta-se influenciável como a *média* na presença de valores extremos; o uso da *moda* como representante de centro de dados é mais adequado para os casos em que a variável de estudo for qualitativa nominal, o que não é o caso da variável Desempenho (%), que é quantitativa.

Observação: o conteúdo deste relatório será utilizado no trabalho de tese, especialmente, no que tange a elaboração dos capítulos *Resultados Obtidos* e *Análise e Discussão*.

Referências (Computer Software):

[1] The jamovi project (2023). *jamovi*. (Version 2.4) [Computer Software]. Retrieved from <https://www.jamovi.org>.

[2] R Core Team (2022). *R: A Language and environment for statistical computing*. (Version 4.1) [Computer software]. Retrieved from <https://cran.r-project.org>. (R packages retrieved from CRAN snapshot 2023-04-07).

ANEXOS

Anexo A: Autorização da Diretora da EEEMFV para realização de pesquisa de campo com estudantes das turmas de 1^a, 2^a e 3^a Série do Ensino Médio



Autorização para Investigação

A Direção da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, ciente da ética e do método de investigação a serem empregados no trabalho de estudo intitulado “**Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática: um estudo do desempenho de estudantes do Ensino Médio ao aplicar o modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem**”, autoriza o pesquisador Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque, orientado pelo Professor Doutor Luís Manuel Borges Gouveia, do Curso de Doutorado em Ciências da Informação, especialidade Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação, da Universidade Fernando Pessoa (UFP), a realizar uma pesquisa de campo com os estudantes das turmas de 1^a Série, 2^a Série e 3^a Série do Ensino Médio, com coleta de dados até o final do período do Ano Letivo de 2022, considerando a aplicação de um questionário de múltipla escolha com escala do tipo *likert* com 15 questões para todos os estudantes participantes da pesquisa; uma entrevista estruturada com 4 questões para 12 estudantes participantes da pesquisa (selecionados aleatoriamente em número mínimo de 2 estudantes por turma de 1^a Série, 2^a Série e 3^a Série do Ensino Médio); e um teste de desempenho na resolução de problemas de contagem com 2 questões para todos os participantes da pesquisa. Também autoriza para a realização do referido teste de desempenho, a divisão dos estudantes em *Grupo A* e *Grupo B*, onde o *Grupo A* fará o teste de desempenho sem a aplicação do *modelo psi-zero* e o *Grupo B* fará o teste de desempenho com a aplicação do *modelo psi-zero*; a utilização da aplicação informática *ymat* e *smartphones* com acesso à internet pelos estudantes do *Grupo B*.

29 de setembro de 2022

Iara M. Reis

Iara Margarete Reis

Diretora da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova

Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova
Avenida Rio Grande do Sul, nº222, Centro, Fazenda Vilanova/RS.



Anexo B: Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

TCLE Questionário (Bloco I e II) – Parte 1 de 4

Universidade Fernando Pessoa
Doutoramento em Ciências da Informação
Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação



Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Pesquisador Responsável: Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Trabalho: Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática: um estudo do desempenho de estudantes do Ensino Médio ao aplicar o modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem

Autor: Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Orientador: Professor Doutor Luís Manuel Borges Gouveia

Prezado (a) estudante, você está sendo convidado (a) a participar da pesquisa de campo, do trabalho intitulado “**Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática: um estudo do desempenho de estudantes do Ensino Médio ao aplicar o modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem**”, de autoria do pesquisador Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque e orientação do Professor Doutor Luís Manuel Borges Gouveia, que se insere no âmbito do Curso de Doutorado em Ciências da Informação, na especialidade Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação, da Universidade Fernando Pessoa (UFP), Porto, Portugal.

O objetivo principal do estudo é verificar se a aplicação do *modelo psi-zero* proporciona uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem. O *modelo psi-zero* fundamenta-se na aplicação de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital, que, sob o invólucro de adequados universos de raciocínio, poderá representar uma estratégia didática diferenciada para resolução de problemas de contagem.

Relatórios divulgados na última década pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) demonstram que jovens estudantes brasileiros vêm apresentando desempenho na área da matemática muito aquém do alcançado por outros países e economias asiáticas, como, China (Pequim-Xangai-Jiangsu-Guangdong), Singapura, Japão e Coreia do Sul. Resultados obtidos pelo Brasil em matemática estão inclusive abaixo da média dos países da OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico), o que sugere uma situação problemática no Brasil com relação ao ensino e aprendizagem da matemática elementar. É necessário, pois, realizar investigações nas escolas e validar novas estratégias didáticas que possam promover a literacia matemática, bem como, a elevação do desempenho de estudantes na resolução de problemas. Nesse sentido, diante do exposto, propõe-se uma pesquisa com os estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, esperando validar a ideia de que, ao aplicar o *modelo psi-zero*, os estudantes elevarão seu desempenho na resolução de problemas de contagem. Confirmando-se, pois, esse resultado, o contributo

Cont. Anexo B: Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

TCLE Questionário (Bloco I e II) – Parte 2 de 4

do estudo será – no âmbito do Ensino Médio – a validação da proposta de aplicação do *modelo psi-zero* como estratégia didática para resolução de problemas de contagem. Proposta essa que, validada, trará **benefício a longo prazo** para os estudantes do Ensino Médio, uma vez que, o desempenho desses estudantes na resolução de problemas de contagem poderá efetivamente se elevar com o uso didático do *modelo psi-zero*.

É importante esclarecer que a **participação na pesquisa é voluntária**, e não há despesa alguma para o estudante ou escola. Mas, ainda assim, caso ocorra algo comprovadamente prejudicial ao estudante ou a escola, haverá ressarcimento ou indenização por parte do pesquisador responsável. A recusa em participar da pesquisa ou a retirada do consentimento, em qualquer etapa da pesquisa, poderá ser feita sem trazer qualquer prejuízo ou represália ao participante do estudo.

Na pesquisa de campo, a coleta de dados será realizada por meio da aplicação de um questionário de múltipla escolha com escala do tipo *likert* com 15 questões para todos os estudantes participantes da pesquisa; uma entrevista estruturada com 4 questões para 12 estudantes participantes da pesquisa (selecionados aleatoriamente em número mínimo de 2 estudantes por turma de 1ª Série, 2ª Série e 3ª Série do Ensino Médio – observando-se que, no mínimo, um estudante seja do *Grupo A* e o outro estudante seja do *Grupo B*); e um teste de desempenho na resolução de problemas de contagem com 2 questões para todos os participantes da pesquisa. Para a realização do referido teste de desempenho, os estudantes serão divididos em *Grupo A* e *Grupo B*, onde o *Grupo A* fará o teste de desempenho sem a aplicação do *modelo psi-zero* e o *Grupo B* fará o teste de desempenho com a aplicação do *modelo psi-zero*. O acesso ao *modelo psi-zero* ocorrerá por meio da aplicação informática *yamat* – que servirá, em especial, para explorar o conceito do *modelo psi-zero*. Para a utilização do aplicativo *yamat* é necessário que os estudantes estejam portando *smartphones* com acesso à internet.

A etapa que você estudante da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova está sendo convidado(a) a participar envolve a aplicação do instrumento de pesquisa “Questionário”. O objetivo do questionário é levantar dados sobre o perfil dos estudantes participantes da pesquisa, bem como, saber o ponto de vista desses estudantes sobre algumas questões relacionadas ao *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem. Os dados obtidos no questionário serão utilizados para alcançar o objetivo específico de estudo: “conhecer limites e potencialidades didáticas do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem”. As perguntas no questionário estão divididas em dois blocos: Bloco I, que trata do perfil do estudante; Bloco II, que traz às questões relativas ao *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem. O questionário será entregue ao estudante pessoalmente pelo pesquisador responsável, sendo estimado um tempo para preenchimento em torno de 15 a 20 minutos. O preenchimento do questionário é individual, devendo o mesmo ser devolvido no mesmo dia do recebimento, sem a identificação do respondente, caracterizado por sua série, sua turma, seu grupo e um código numérico único (arbitrado pelo pesquisador responsável no intervalo numérico fechado de 1 a 154), de maneira a **combater o risco de vazamento de dados (tipificado em risco mínimo) e garantir o anonimato, a confidencialidade e a privacidade do participante.**

Existe o **risco do participante sentir cansaço ou desconforto (tipificado em risco mínimo)** ao realizar o questionário, de maneira que, poderá comunicar a situação incômoda ao pesquisador responsável, que buscará encontrar uma solução para o caso apresentado. Ainda assim, se o participante não estiver mais disposto a realizar o questionário, sua decisão será acatada na hora sem qualquer problema ou constrangimento.

Cont. Anexo B: Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

TCLE Questionário (Bloco I e II) – Parte 3 de 4

Todos os dados obtidos na pesquisa serão utilizados como base estatística de dados e fins científicos/acadêmicos, conforme previsto no termo de consentimento do estudante e responsável(is) legal(is). A colaboração do estudante é fundamental e suas respostas são de grande valia para o trabalho de estudo proposto. Ressalta-se, ainda, que para combater o **risco de vazamento de dados (tipificado em risco mínimo)**, o material original ficará em posse do pesquisador por um período legal de cinco anos, quando ao término do referido tempo deverá ser destruído, garantindo-se o **sigilo** sobre dados confidenciais.

Os resultados da pesquisa, orientada pelo Professor Doutor Luís Manuel Borges Gouveia, serão apresentados na Faculdade de Ciência e Tecnologia da Universidade Fernando Pessoa, Porto, Portugal. Caso deseje, o participante da pesquisa poderá contatar o pesquisador responsável para se inteirar dos resultados obtidos.

Todo o procedimento investigativo será realizado pelo próprio pesquisador responsável, que se compromete a esclarecer adequadamente qualquer dúvida que eventualmente cada participante venha a ter antes, durante ou depois da pesquisa, através do telefone (051) 3840-0525 ou e-mail: robertostenio@uol.com.br. Em caso de dúvida quanto à condução ética do estudo, entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos do Centro Universitário Metodista IPA/ Federação de Faculdades Metodista do Sul (código 5308) – Rua Joaquim Pedro Salgado, nº80, Prédio B, Sala nº305, Bairro Rio Branco, CEP: 90.420-060 – Porto Alegre/RS. Tel.: (51) 3316-1237. E-mail: cep.ipa@ipa.metodista.br.

O presente Termo foi emitido em duas vias de igual teor, onde a primeira via será entregue ao participante; e a segunda via será arquivada pelo pesquisador junto aos demais documentos da pesquisa, por um período de cinco anos. Todas as vias devem ser assinadas pelos participantes da pesquisa; responsável(is) legal(is) (caso necessário); orientador (caso necessário) e pelo pesquisador responsável.

Obrigado por sua colaboração!

ROBERTO STENIO AREIAS
CARNEIRO DE
ALBUQUERQUE:84426578434

Assinado de forma digital por
ROBERTO STENIO AREIAS CARNEIRO
DE ALBUQUERQUE:84426578434
Dados: 2022.11.29 22:09:27 -03'00'

Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque
Pesquisador Responsável

**Discente do Curso de Doutorado em Ciências da Informação, especialidade Sistemas,
Tecnologias e Gestão da Informação da Universidade Fernando Pessoa (UFP)**

Prof. Doutor Luís Manuel Borges Gouveia

Orientador

**Coordenador do Curso de Doutorado em Ciências da Informação, especialidade Sistemas,
Tecnologias e Gestão da Informação da Universidade Fernando Pessoa (UFP)**

Instituição proponente do estudo: Universidade Fernando Pessoa. Praça 9 de Abril, 3494249-004. Porto. Portugal. Telefone: +351 225 071 300. E-mail: info@ufp.edu.pt

Instituição de realização do Estudo: Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova. Avenida Rio Grande do Sul, nº222, Centro, Fazenda Vilanova/RS.

E-mail 1: fazendavilanova@gmail.com. E-mail 2: fazendavilanova03cre@educacao.rs.gov.br

Cont. Anexo B: Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

TCLE Questionário (Bloco I e II) – Parte 4 de 4

TERMO DE CONSENTIMENTO DO ESTUDANTE

Declaro ter lido e compreendido este documento. Dessa forma, aceito participar nesta pesquisa de maneira voluntária, confiando que as informações prestadas serão usadas para esta investigação como base estatística de dados e fins científicos/acadêmicos, dentro dos objetivos da pesquisa, conforme descrito neste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

Nome Completo _____

Série: _____

Turma: _____

Assinatura _____ Local: _____

Data: ____/____/____.

TERMO DE CONSENTIMENTO RESPONSÁVEL(IS) LEGAL(IS)

Declaro ter lido e compreendido este documento. Dessa forma, autorizo o estudante identificado acima a participar nesta pesquisa de maneira voluntária, confiando que as informações prestadas serão usadas para esta investigação como base estatística de dados e fins científicos/acadêmicos, dentro dos objetivos da pesquisa, conforme descrito neste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

Nome completo _____

Assinatura _____ Local: _____

Data: ____/____/____.

Nome completo _____

Assinatura _____ Local: _____

Data: ____/____/____.

Cont. Anexo B: Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

TCLE Entrevista com Roteiro Estruturado – Parte 1 de 4

Universidade Fernando Pessoa
Doutoramento em Ciências da Informação
Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação



Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Pesquisador Responsável: Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Trabalho: Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática: um estudo do desempenho de estudantes do Ensino Médio ao aplicar o modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem

Autor: Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Orientador: Professor Doutor Luís Manuel Borges Gouveia

Prezado (a) estudante, você está sendo convidado (a) a participar da pesquisa de campo, do trabalho intitulado “**Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática: um estudo do desempenho de estudantes do Ensino Médio ao aplicar o modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem**”, de autoria do pesquisador Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque e orientação do Professor Doutor Luís Manuel Borges Gouveia, que se insere no âmbito do Curso de Doutorado em Ciências da Informação, na especialidade Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação, da Universidade Fernando Pessoa (UFP), Porto, Portugal.

O objetivo principal do trabalho é verificar se a aplicação do *modelo psi-zero* proporciona uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem. O *modelo psi-zero* fundamenta-se na aplicação de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital, que, sob o invólucro de adequados universos de raciocínio, poderá representar uma estratégia didática diferenciada para resolução de problemas de contagem.

Relatórios divulgados na última década pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) demonstram que jovens estudantes brasileiros vêm apresentando desempenho na área da matemática muito aquém do alcançado por outros países e economias asiáticas, como, China (Pequim-Xangai-Jiangsu-Guangdong), Singapura, Japão e Coreia do Sul. Resultados obtidos pelo Brasil em matemática estão inclusive abaixo da média dos países da OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico), o que sugere uma situação problemática no Brasil com relação ao ensino e aprendizagem da matemática elementar. É necessário, pois, realizar investigações nas escolas e validar novas estratégias didáticas que possam promover a literacia matemática, bem como, a elevação do desempenho de estudantes na resolução de problemas. Nesse sentido, diante do exposto, propõe-se uma pesquisa com os estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, esperando validar a ideia de que, ao aplicar o *modelo psi-zero*, os estudantes elevarão seu desempenho na resolução de problemas de contagem. Confirmando-se, pois, esse resultado, o contributo

Cont. Anexo B: Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

TCLE Entrevista com Roteiro Estruturado – Parte 2 de 4

do estudo será – no âmbito do Ensino Médio – a validação da proposta de aplicação do *modelo psi-zero* como estratégia didática para resolução de problemas de contagem. Proposta essa que, validada, trará **benefício a longo prazo** para os estudantes do Ensino Médio, uma vez que, o desempenho desses estudantes na resolução de problemas de contagem poderá efetivamente se elevar com o uso didático do *modelo psi-zero*.

É importante esclarecer que a **participação na pesquisa é voluntária**, e não há despesa alguma para o estudante ou escola. Mas, ainda assim, caso ocorra algo comprovadamente prejudicial ao estudante ou a escola, haverá ressarcimento ou indenização por parte do pesquisador responsável. A recusa em participar da pesquisa ou a retirada do consentimento, em qualquer etapa ou fase da pesquisa, poderá ser feita sem trazer qualquer prejuízo ou represália ao participante do estudo.

Na pesquisa de campo, a coleta de dados será realizada por meio da aplicação de um questionário de múltipla escolha com escala do tipo *likert* com 15 questões para todos os estudantes participantes da pesquisa; uma entrevista estruturada com 4 questões para 12 estudantes participantes da pesquisa (selecionados aleatoriamente em número mínimo de 2 estudantes por turma de 1ª Série, 2ª Série e 3ª Série do Ensino Médio – observando-se que, no mínimo, um estudante seja do *Grupo A* e o outro estudante seja do *Grupo B*); e um teste de desempenho na resolução de problemas de contagem com 2 questões para todos os participantes da pesquisa. Para a realização do referido teste de desempenho, os estudantes serão divididos em *Grupo A* e *Grupo B*, onde o *Grupo A* fará o teste de desempenho sem a aplicação do *modelo psi-zero* e o *Grupo B* fará o teste de desempenho com a aplicação do *modelo psi-zero*. O acesso ao *modelo psi-zero* ocorrerá por meio da aplicação informática *ymat* – que servirá, em especial, para explorar o conceito do *modelo psi-zero*. Para a utilização do aplicativo *ymat* é necessário que os estudantes estejam portando *smartphones* com acesso à internet.

A etapa que você estudante da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova está sendo convidado(a) a participar envolve a aplicação do instrumento de pesquisa “Entrevista com Roteiro Estruturado”. A entrevista conta com quatro questões e tem por objetivo levantar dados sobre possíveis facilidades e dificuldades encontradas pelos estudantes na resolução de duas questões de contagem propostas em teste de desempenho. Os dados obtidos na entrevista serão utilizados para alcançar o objetivo específico de estudo: “conhecer limites e potencialidades didáticas do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem”. As questões já são pré-estabelecidas e serão submetidas a 12 estudantes participantes da pesquisa (selecionados aleatoriamente em número mínimo de 2 estudantes por turma de 1ª Série, 2ª Série e 3ª Série do Ensino Médio – observando-se que, no mínimo, um estudante seja do *Grupo A* e o outro estudante seja do *Grupo B*). A entrevista será realizada pessoalmente pelo pesquisador responsável e será gravada para melhor compreensão e análise das respostas dadas pelo estudante entrevistado, que não será identificado, mas caracterizado por sua série, turma, grupo e por um código numérico único (arbitrado pelo pesquisador responsável no intervalo numérico fechado de 1 a 154), de maneira a **combater o risco de vazamento de dados (tipificado em risco mínimo) e garantir o anonimato, a confidencialidade e a privacidade do participante.**

Existe o **risco do participante sentir cansaço ou desconforto (tipificado em risco mínimo)** ao realizar a entrevista, de maneira que, poderá comunicar a situação incômoda ao pesquisador responsável, que buscará encontrar uma solução para o caso apresentado. Ainda assim, se o participante não estiver mais disposto a realizar a entrevista, sua decisão será acatada na hora sem qualquer problema ou constrangimento.

Cont. Anexo B: Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

TCLE Entrevista com Roteiro Estruturado – Parte 3 de 4

Todos os dados obtidos na pesquisa serão utilizados como base estatística de dados e fins científicos/acadêmicos, conforme previsto no termo de consentimento do estudante e responsável(is) legal(is). Todavia, cabe ressaltar, que as entrevistas serão transcritas e poderão também ser publicadas na íntegra ou em partes no trabalho de estudo, bem como, em outros trabalhos científicos/acadêmicos correlatos, mas sem a identificação do entrevistado. A colaboração do estudante é fundamental e suas respostas são de grande valia para o trabalho de estudo proposto. Ressalta-se, ainda, que para combater o **risco de vazamento de dados (tipificado em risco mínimo)**, o material original ficará em posse do pesquisador por um período legal de cinco anos, quando ao término do referido tempo deverá ser destruído, garantindo-se o **sigilo** sobre dados confidenciais.

Os resultados da pesquisa, orientada pelo Professor Doutor Luís Manuel Borges Gouveia, serão apresentados na Faculdade de Ciência e Tecnologia da Universidade Fernando Pessoa, Porto, Portugal. Caso deseje, o participante da pesquisa poderá contatar o pesquisador responsável para se inteirar dos resultados obtidos. Todo o procedimento investigativo será realizado pelo próprio pesquisador responsável, que se compromete a esclarecer adequadamente qualquer dúvida que eventualmente cada participante venha a ter antes, durante ou depois da pesquisa, através do telefone (051) 3840-0525 ou e-mail: robertostenio@uol.com.br. Em caso de dúvida quanto à condução ética do estudo, entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos do Centro Universitário Metodista IPA/ Federação de Faculdades Metodista do Sul (código 5308) – Rua Joaquim Pedro Salgado, nº80, Prédio B, Sala nº305, Bairro Rio Branco, CEP: 90.420-060 – Porto Alegre/RS. Tel.: (51) 3316-1237. E-mail: cep.ipa@ipa.metodista.br.

O presente Termo foi emitido em duas vias de igual teor, onde a primeira via será entregue ao participante; e a segunda via será arquivada pelo pesquisador junto aos demais documentos da pesquisa, por um período de cinco anos. Todas as vias devem ser assinadas pelos participantes da pesquisa; responsável(is) legal(is) (caso necessário); orientador (caso necessário) e pelo pesquisador responsável.

Obrigado por sua colaboração!

ROBERTO STENIO AREIAS
CARNEIRO DE
ALBUQUERQUE:84426578434

Assinado de forma digital por
ROBERTO STENIO AREIAS CARNEIRO
DE ALBUQUERQUE:84426578434
Dados: 2022.11.29 22:10:45 -03'00'

Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Pesquisador Responsável

**Discente do Curso de Doutorado em Ciências da Informação, especialidade Sistemas,
Tecnologias e Gestão da Informação da Universidade Fernando Pessoa (UFP)**

Prof. Doutor Luís Manuel Borges Gouveia

Orientador

**Coordenador do Curso de Doutorado em Ciências da Informação, especialidade Sistemas,
Tecnologias e Gestão da Informação da Universidade Fernando Pessoa (UFP)**

Instituição proponente do estudo: Universidade Fernando Pessoa. Praça 9 de Abril, 3494249-004. Porto. Portugal. Telefone: +351 225 071 300. E-mail: info@ufp.edu.pt

Instituição de realização do Estudo: Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova. Avenida Rio Grande do Sul, nº222, Centro, Fazenda Vilanova/RS. Fone: 51 3613-1292.

E-mail 1: fazendavilanova@gmail.com. E-mail 2: fazendavilanova03cre@educacao.rs.gov.br

Cont. Anexo B: Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

TCLE Entrevista com Roteiro Estruturado – Parte 4 de 4

TERMO DE CONSENTIMENTO DO ESTUDANTE

Declaro ter lido e compreendido este documento. Dessa forma, aceito participar nesta pesquisa de maneira voluntária, confiando que as informações prestadas serão usadas para esta investigação como base estatística de dados e fins científicos/acadêmicos, dentro dos objetivos da pesquisa, conforme descrito neste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

Nome Completo _____

Série: _____

Turma: _____

Assinatura _____ Local: _____

Data: ____/____/____.

TERMO DE CONSENTIMENTO RESPONSÁVEL(IS) LEGAL(IS)

Declaro ter lido e compreendido este documento. Dessa forma, autorizo o estudante identificado acima a participar nesta pesquisa de maneira voluntária, confiando que as informações prestadas serão usadas para esta investigação como base estatística de dados e fins científicos/acadêmicos, dentro dos objetivos da pesquisa, conforme descrito neste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

Nome completo _____

Assinatura _____ Local: _____

Data: ____/____/____.

Nome completo _____

Assinatura _____ Local: _____

Data: ____/____/____.

Cont. Anexo B: Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

TCLE Teste de Desempenho (Resolução de Problemas de Contagem) – Parte 1 de 4

Universidade Fernando Pessoa
Doutoramento em Ciências da Informação
Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação



Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Pesquisador Responsável: Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Trabalho: Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática: um estudo do desempenho de estudantes do Ensino Médio ao aplicar o modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem

Autor: Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Orientador: Professor Doutor Luís Manuel Borges Gouveia

Prezado (a) estudante, você está sendo convidado (a) a participar da pesquisa de campo, do trabalho intitulado “**Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática: um estudo do desempenho de estudantes do Ensino Médio ao aplicar o modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem**”, de autoria do pesquisador Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque e orientação do Professor Doutor Luís Manuel Borges Gouveia, que se insere no âmbito do Curso de Doutorado em Ciências da Informação, na especialidade Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação, da Universidade Fernando Pessoa (UFP), Porto, Portugal.

O objetivo principal do estudo é “verificar se a aplicação do *modelo psi-zero* proporciona uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem”. O *modelo psi-zero* fundamenta-se na aplicação de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital, que, sob o invólucro de adequados universos de raciocínio, poderá representar uma estratégia didática diferenciada para resolução de problemas de contagem.

Relatórios divulgados na última década pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) demonstram que jovens estudantes brasileiros vêm apresentando desempenho na área da matemática muito aquém do alcançado por outros países e economias asiáticos, como, China (Pequim-Xangai-Jiangsu-Guangdong), Singapura, Japão e Coreia do Sul. Resultados obtidos pelo Brasil em matemática estão inclusive abaixo da média dos países da OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico), o que sugere uma situação problemática no Brasil com relação ao ensino e aprendizagem da matemática elementar. É necessário, pois, realizar investigações nas escolas e validar novas estratégias didáticas que possam promover a literacia matemática, bem como, a elevação do desempenho de estudantes na resolução de problemas. Nesse sentido, diante do exposto, propõe-se uma pesquisa com os estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, esperando validar a ideia de que, ao aplicar o *modelo psi-zero*, os estudantes elevarão seu desempenho na resolução de problemas de contagem. Confirmando-se, pois, esse resultado, o contributo

Cont. Anexo B: Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

TCLE Teste de Desempenho (Resolução de Problemas de Contagem) – Parte 2 de 4

do estudo será – no âmbito do Ensino Médio – a validação da proposta de aplicação do *modelo psi-zero* como estratégia didática para resolução de problemas de contagem. Proposta essa que, validada, trará **benefício a longo prazo** para os estudantes do Ensino Médio, uma vez que, o desempenho desses estudantes na resolução de problemas de contagem poderá efetivamente se elevar com o uso didático do *modelo psi-zero*.

É importante esclarecer que a **participação na pesquisa é voluntária**, e não há despesa alguma para o estudante ou escola. Mas, ainda assim, caso ocorra algo comprovadamente prejudicial ao estudante ou a escola, haverá ressarcimento ou indenização por parte do pesquisador responsável. A recusa em participar da pesquisa ou a retirada do consentimento, em qualquer etapa da pesquisa, poderá ser feita sem trazer qualquer prejuízo ou represália ao participante do estudo.

Na pesquisa de campo, a coleta de dados será realizada por meio da aplicação de um questionário de múltipla escolha com escala do tipo *likert* com 15 questões para todos os estudantes participantes da pesquisa; uma entrevista estruturada com 4 questões para 12 estudantes participantes da pesquisa (selecionados aleatoriamente em número mínimo de 2 estudantes por turma de 1ª Série, 2ª Série e 3ª Série do Ensino Médio – observando-se que, no mínimo, um estudante seja do *Grupo A* e o outro estudante seja do *Grupo B*); e um teste de desempenho na resolução de problemas de contagem com 2 questões para todos os participantes da pesquisa. Para a realização do referido teste de desempenho, os estudantes serão divididos em *Grupo A* e *Grupo B*, onde o *Grupo A* fará o teste de desempenho sem a aplicação do *modelo psi-zero* e o *Grupo B* fará o teste de desempenho com a aplicação do *modelo psi-zero*. O acesso ao *modelo psi-zero* ocorrerá por meio da aplicação informática *ymat* – que servirá, em especial, para explorar o conceito do *modelo psi-zero*. Para a utilização do aplicativo *ymat* é necessário que os estudantes estejam portando *smartphones* com acesso à internet.

A etapa que você estudante da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova está sendo convidado(a) a participar envolve a aplicação do instrumento de pesquisa “Teste de Desempenho na Resolução de Problemas de Contagem”. O teste de desempenho objetiva levantar dados sobre o desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem. Os dados aqui obtidos serão utilizados para alcançar os objetivos específicos de estudo – “a) analisar, de modo comparativo, os valores de tendência central (moda, média e mediana) e variabilidade (amplitude, variância e desvio padrão) do conjunto de dados de desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova sem e com a aplicação do modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem; b) conhecer limites e potencialidades didáticas da aplicação do modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem”; e, também, por conseguinte, alcançar o objetivo principal de estudo – “verificar se a aplicação do modelo psi-zero proporciona uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem”. O referido teste conta com duas questões de contagem, sendo a primeira questão aberta e a segunda questão de múltipla escolha, com apenas uma única alternativa correta, dentre cinco alternativas *a, b, c, d, e*. O teste de desempenho será entregue ao estudante pessoalmente pelo pesquisador responsável, sendo determinado um tempo de 15 minutos para conclusão do referido teste. A realização do teste de desempenho é individual, devendo o mesmo ser devolvido no mesmo dia de sua aplicação, após o término do tempo de 15 minutos. No teste de desempenho não deverá constar a identificação do respondente, que será caracterizado por sua série, turma, grupo e um código numérico único (arbitrado pelo pesquisador responsável no intervalo numérico fechado de 1 a 154), de maneira a

Cont. Anexo B: Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

TCLE Teste de Desempenho (Resolução de Problemas de Contagem) – Parte 3 de 4

combater o risco de vazamento de dados (tipificado em risco mínimo) e garantir o anonimato, a confidencialidade e a privacidade do participante.

Existe o **risco do participante sentir cansaço ou desconforto (tipificado em risco mínimo)** ao realizar o teste de desempenho, de maneira que, poderá comunicar a situação incômoda ao pesquisador responsável, que buscará encontrar uma solução para o caso apresentado. Ainda assim, se o participante não estiver mais disposto a realizar o teste de desempenho, sua decisão será acatada na hora sem qualquer problema ou constrangimento.

Todos os dados obtidos na pesquisa serão utilizados como base estatística de dados e fins científicos/acadêmicos, conforme previsto no termo de consentimento do estudante e responsável(is) legal(is). A colaboração do estudante é fundamental e suas respostas são de grande valia para o trabalho de estudo proposto. Ressalta-se, ainda, que para combater o **risco de vazamento de dados (tipificado em risco mínimo)**, o material original ficará em posse do pesquisador por um período legal de cinco anos, quando ao término do referido tempo deverá ser destruído, garantindo-se o **sigilo** sobre dados confidenciais.

Os resultados da pesquisa, orientada pelo Professor Doutor Luís Manuel Borges Gouveia, serão apresentados na Faculdade de Ciência e Tecnologia da Universidade Fernando Pessoa, Porto, Portugal. Caso deseje, o participante da pesquisa poderá contatar o pesquisador responsável para se inteirar dos resultados obtidos. Todo o procedimento investigativo será realizado pelo próprio pesquisador responsável, que se compromete a esclarecer adequadamente qualquer dúvida que eventualmente cada participante venha a ter antes, durante ou depois da pesquisa, através do telefone (051) 3840-0525 ou e-mail: robertostenio@uol.com.br. Em caso de dúvida quanto à condução ética do estudo, entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos do Centro Universitário Metodista IPA/ Federação de Faculdades Metodista do Sul (código 5308) – Rua Joaquim Pedro Salgado, nº80, Prédio B, Sala nº305, Bairro Rio Branco, CEP: 90.420-060 – Porto Alegre/RS. Tel.: (51) 3316-1237. E-mail: cep.ipa@ipa.metodista.br.

O presente Termo foi emitido em duas vias de igual teor, onde a primeira via será entregue ao participante; e a segunda via será arquivada pelo pesquisador junto aos demais documentos da pesquisa, por um período de cinco anos. Todas as vias devem ser assinadas pelos participantes da pesquisa; responsável(is) legal(is) (caso necessário); orientador (caso necessário) e pelo pesquisador responsável.

Obrigado por sua colaboração!

ROBERTO STENIO AREIAS
CARNEIRO DE
ALBUQUERQUE:84426578434

Assinado de forma digital por
ROBERTO STENIO AREIAS CARNEIRO
DE ALBUQUERQUE:84426578434
Dados: 2022.11.29 22:07:10 -03'00'

Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque
Pesquisador Responsável

**Discente do Curso de Doutorado em Ciências da Informação, especialidade Sistemas,
Tecnologias e Gestão da Informação da Universidade Fernando Pessoa (UFP)**

Prof. Doutor Luís Manuel Borges Gouveia

Orientador

**Coordenador do Curso de Doutorado em Ciências da Informação, especialidade Sistemas,
Tecnologias e Gestão da Informação da Universidade Fernando Pessoa (UFP)**

Instituição proponente do estudo: Universidade Fernando Pessoa. Praça 9 de Abril, 3494249-004. Porto, Portugal. Telefone: +351 225 071 300. E-mail: info@ufp.edu.pt

Instituição de realização do estudo: Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova. Avenida Rio Grande do Sul, nº222, Centro, Fazenda Vilanova/RS. Telefone: 51 3613-1292.

E-mail 1: fazendavilanova@gmail.com. E-mail 2: fazendavilanova03cre@educacao.rs.gov.br

Cont. Anexo B: Termos de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

TCLE Teste de Desempenho (Resolução de Problemas de Contagem) – Parte 4 de 4

TERMO DE CONSENTIMENTO DO ESTUDANTE

Declaro ter lido e compreendido este documento. Dessa forma, aceito participar nesta pesquisa de maneira voluntária, confiando que as informações prestadas serão usadas para esta investigação como base estatística de dados e fins científicos/acadêmicos, dentro dos objetivos da pesquisa, conforme descrito neste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

Nome Completo _____

Série: _____

Turma: _____

Assinatura _____ Local: _____

Data: ____/____/____.

TERMO DE CONSENTIMENTO RESPONSÁVEL (IS) LEGAL (IS)

Declaro ter lido e compreendido este documento. Dessa forma, autorizo o estudante identificado acima a participar nesta pesquisa de maneira voluntária, confiando que as informações prestadas serão usadas para esta investigação como base estatística de dados e fins científicos/acadêmicos, dentro dos objetivos da pesquisa, conforme descrito neste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

Nome completo _____

Assinatura _____ Local: _____

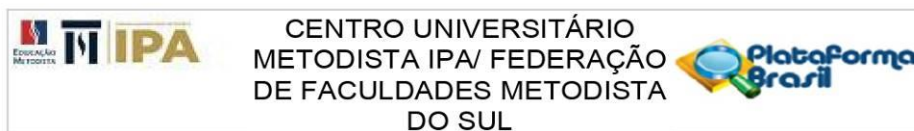
Data: ____/____/____.

Nome completo _____

Assinatura _____ Local: _____

Data: ____/____/____.

Anexo C: Parecer Consubstanciado do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP)



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática: um estudo do desempenho de estudantes do Ensino Médio ao aplicar o modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem

Pesquisador: Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 64912422.5.0000.5308

Instituição Proponente: Universidade Fernando Pessoa/Fundação Ensino e Cultura Fernando Pessoa

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 5.780.773

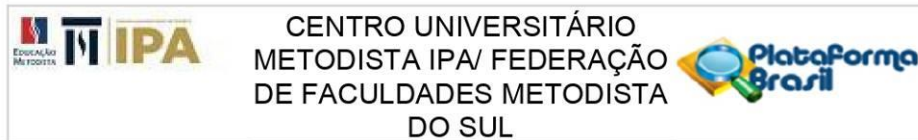
Apresentação do Projeto:

De acordo com PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1987194.pdf.20/10/2022 09:54:12

Relatórios divulgados na última década pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) demonstram que jovens estudantes brasileiros vêm apresentando desempenho na área da matemática muito aquém do alcançado por outros países e economias asiáticos, chegando até mesmo a atingir resultados abaixo da média dos países da OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico), o que sugere uma situação problemática no Brasil com relação ao ensino e aprendizagem da matemática elementar. É necessário, pois, realizar investigações nas escolas e validar novas estratégias didáticas que possam promover a literacia matemática, bem como, a elevação do desempenho de estudantes na resolução de problemas. Nesse sentido, como trabalho de pesquisa descritiva e exploratória, propõe-se, no âmbito do Ensino Médio, um estudo de caso misto (qualitativo e quantitativo) com o objetivo geral de verificar se a aplicação do modelo psi-zero proporciona

Endereço: Rua Joaquim Pedro Salgado, nº 80, Prédio B, sala 305
Bairro: Rio Branco **CEP:** 90.420-060
UF: RS **Município:** PORTO ALEGRE
Telefone: (51)3316-1237 **E-mail:** cep.ipa@ipa.metodista.br

Cont. Anexo C: Parecer Consubstanciado do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP)



Continuação do Parecer: 5.780.773

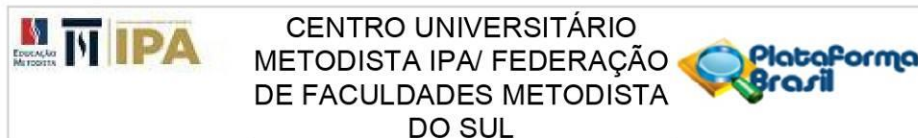
uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem. O modelo psi-zero fundamenta-se na aplicação de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital, que, sob o invólucro de adequados universos de raciocínio, poderá representar uma estratégia didática diferenciada para resolução de problemas de contagem. Modelos conceituais, como o psi-zero, são elaborados para auxiliar na construção adequada de modelos mentais, que são relevantes para a aprendizagem dos estudantes. Segundo Johnson-Laird (1983), as pessoas raciocinam e fazem inferências a partir do uso de modelos mentais, que são representações internas e análogas estruturais do mundo exterior (real ou abstrato). Por objetivo específico de estudo, destaca-se a criação da aplicação informática ymat – que servirá, em especial, para explorar o conceito do modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem. A coleta de dados será feita até o final do período do Ano Letivo de 2022, aplicando-se um questionário de múltipla escolha com escala do tipo likert com 15 questões para todos os estudantes participantes da pesquisa; uma entrevista estruturada com 4 questões para 12 estudantes participantes da pesquisa; e um teste de desempenho na resolução de problemas de contagem com 2 questões para todos os participantes da pesquisa. Fundamentalmente, serão utilizadas ferramentas da estatística descritiva (como, gráficos, quadros, tabelas, etc.) para organização, descrição, análise e interpretação de dados. A fundamentação teórica para o estudo apresenta o contributo de diversos autores, dos quais destacam-se: Albuquerque e Gouveia (2021); Lockhart (2009); Santos, Almeida e Correia (2002); e Strogatz (2013) – que corroboram a ideia de que o conhecimento matemático básico deve ser difundido a partir de estruturas simples e concretas.

Relatórios divulgados na última década pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) demonstram que jovens estudantes brasileiros vêm apresentando desempenho na área da matemática muito aquém do alcançado por outros países e economias asiáticas, como, China (Pequim-Xangai-Jiangsu-Guangdong), Singapura, Japão e Coreia do Sul. Resultados obtidos

Endereço: Rua Joaquim Pedro Salgado, nº 80, Prédio B, sala 305
Bairro: Rio Branco **CEP:** 90.420-060
UF: RS **Município:** PORTO ALEGRE
Telefone: (51)3316-1237 **E-mail:** cep.ipa@ipa.metodista.br

Página 02 de 08

Cont. Anexo C: Parecer Consubstanciado do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP)



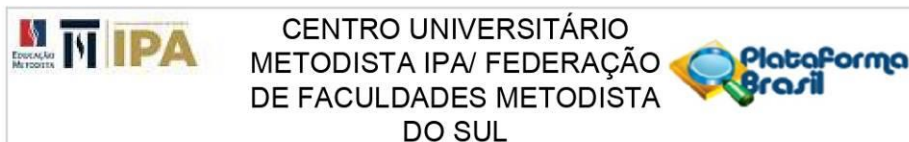
Continuação do Parecer: 5.780.773

pelo Brasil em matemática estão inclusive abaixo da média dos países da OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico). É necessário, pois, realizar investigações nas escolas e validar novas estratégias didáticas que possam promover a literacia matemática, bem como, a elevação do desempenho de estudantes na resolução de problemas. Como proposta de trabalho de pesquisa, propõe-se a realização de um estudo de caso misto (qualitativo e quantitativo) na Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, com o objetivo geral de “verificar se a aplicação do modelo psi-zero proporciona uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem”. O modelo psi-zero fundamenta-se na aplicação de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital, que, sob o invólucro de adequados universos de raciocínio, poderá representar uma estratégia didática diferenciada para resolução de problemas de contagem. Como objetivos específicos de estudo a empreender, traçam-se as seguintes metas: a) analisar, de modo comparativo, os valores de tendência central (moda, média e mediana) e variabilidade (amplitude, variância e desvio padrão) do conjunto de dados de desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova sem e com a aplicação do modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem; b) conhecer limites e potencialidades didáticas da aplicação do modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem; c) elaborar a aplicação informática ymat – para explorar o conceito do modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem. A coleta de dados será feita até o final do período do Ano Letivo de 2022, aplicando-se um questionário de múltipla escolha com escala do tipo likert com 15 questões para todos os estudantes participantes da pesquisa; uma entrevista estruturada com 4 questões para 12 estudantes participantes da pesquisa; e um teste de desempenho na resolução de problemas de contagem com 2 questões para todos os participantes da pesquisa. Fundamentalmente, serão utilizadas ferramentas da estatística descritiva (como, gráficos, quadros, tabelas, etc.) para organização, descrição,

Endereço: Rua Joaquim Pedro Salgado, nº 80, Prédio B, sala 305
Bairro: Rio Branco **CEP:** 90.420-060
UF: RS **Município:** PORTO ALEGRE
Telefone: (51)3316-1237 **E-mail:** cep.ipa@ipa.metodista.br

Página 03 de 08

Cont. Anexo C: Parecer Consubstanciado do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP)



Continuação do Parecer: 5.780.773

análise e interpretação de dados.

Espera-se validar a ideia de que, ao aplicar o modelo psi-zero, os estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova elevarão seu desempenho na resolução de problemas de contagem.

CEP-IPA: A apresentação do projeto está adequada.

Objetivo da Pesquisa:

De acordo com PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1987194.pdf/20/10/2022 09:54:12

Objetivo Primário:

O objetivo geral deste trabalho consiste, no âmbito do Ensino Médio, "verificar se a aplicação do modelo psi-zero proporciona uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem".

Objetivo Secundário:

Como objetivos específicos de estudo a empreender, traçam-se as seguintes metas: a) analisar, de modo comparativo, os valores de tendência central (moda, média e mediana) e variabilidade (amplitude, variância e desvio padrão) do conjunto de dados de desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova sem e com a aplicação do modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem; b) conhecer limites e potencialidades didáticas da aplicação do modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem; c) elaborar a aplicação informática ymat – para explorar o conceito do modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem.

CEP-IPA: Os objetivos estão adequados.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

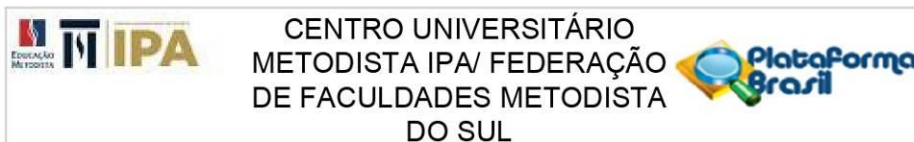
De acordo com PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1987194.pdf/20/10/2022 09:54:12

Riscos:

O participante da pesquisa é voluntário e não será identificado em nenhum instrumento de coleta

Endereço: Rua Joaquim Pedro Salgado, nº 80, Prédio B, sala 305
Bairro: Rio Branco **CEP:** 90.420-060
UF: RS **Município:** PORTO ALEGRE
Telefone: (51)3316-1237 **E-mail:** cep.ipa@ipa.metodista.br

Cont. Anexo C: Parecer Consubstanciado do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP)



Continuação do Parecer: 5.780.773

de dados (teste de desempenho, questionário e entrevista), mas caracterizado por sua série, turma, grupo e por um código numérico único (arbitrado pelo pesquisador responsável no intervalo numérico fechado de 1 a 154), de maneira a combater o risco de vazamento de dados e garantir o anonimato, a confidencialidade e a privacidade do participante. Existe o risco do participante sentir cansaço ou desconforto ao realizar o teste de desempenho, questionário ou entrevista, de maneira que, poderá comunicar a situação incômoda ao pesquisador responsável, que buscará encontrar uma solução para o caso apresentado. Ainda assim, se o participante não estiver mais disposto a realizar o teste de desempenho, questionário ou entrevista, sua decisão será acatada na hora sem qualquer problema ou constrangimento. Ressalta-se, ainda, que para combater o risco de vazamento de dados, o material original ficará em posse do pesquisador por um período legal de cinco anos, quando ao término do referido tempo deverá ser destruído, garantindo-se o sigilo sobre dados confidenciais.

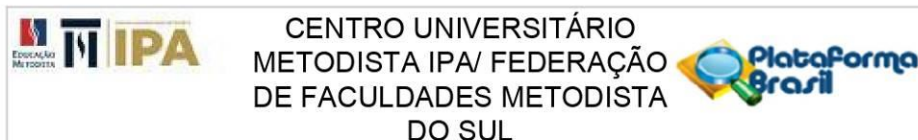
Benefícios:

propõe-se uma pesquisa com os estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova, esperando validar a ideia de que, ao aplicar o modelo psi-zero, os estudantes elevarão seu desempenho na resolução de problemas de contagem. Confirmando-se, pois, esse resultado, o contributo do estudo será – no âmbito do Ensino Médio – a validação da proposta de aplicação do modelo psi-zero como estratégia didática para resolução de problemas de contagem. Proposta essa que, validada, trará benefício para os estudantes do Ensino Médio, uma vez que, o desempenho desses estudantes na resolução de problemas de contagem poderá efetivamente se elevar com o uso didático do modelo psi-zero.

CEP-IPA: Os riscos devem ser tipificados em mínimo, moderado ou máximo em todos os documentos. Os benefícios devem ser descritos em imediatos e de longo prazo.

Endereço: Rua Joaquim Pedro Salgado, nº 80, Prédio B, sala 305
Bairro: Rio Branco **CEP:** 90.420-060
UF: RS **Município:** PORTO ALEGRE
Telefone: (51)3316-1237 **E-mail:** cep.ipa@ipa.metodista.br

Cont. Anexo C: Parecer Consubstanciado do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP)



Continuação do Parecer: 5.780.773

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

De acordo com PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1987194.pdf 20/10/2022 09:54:12

Pesquisa significativa e relevante

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

De acordo com PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1987194.pdf 20/10/2022 09:54:12

Folha de rosto

Projeto detalhado

Informações básicas à PB

Termo de compromisso do pesquisador

Declaração de orientação

Termo de autorização institucional

CEP-IPA: Os termos estão adequados

Recomendações:

Os resultados da pesquisa deverão ser apresentados aos participantes ao final do estudo, assim como, enviados em forma de relatório final ao CEP-IPA.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

O projeto está liberado conforme resolução 466/12 do CNS.

Considerações Finais a critério do CEP:

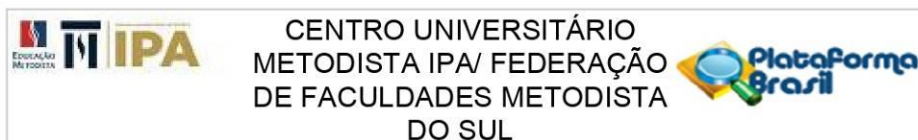
O projeto está aprovado conforme resolução 466/12 do CNS.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1987194.pdf	20/10/2022 09:54:12		Aceito

Endereço: Rua Joaquim Pedro Salgado, n° 80, Prédio B, sala 305
Bairro: Rio Branco **CEP:** 90.420-060
UF: RS **Município:** PORTO ALEGRE
Telefone: (51)3316-1237 **E-mail:** cep.ipa@ipa.metodista.br

Cont. Anexo C: Parecer Consubstanciado do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP)

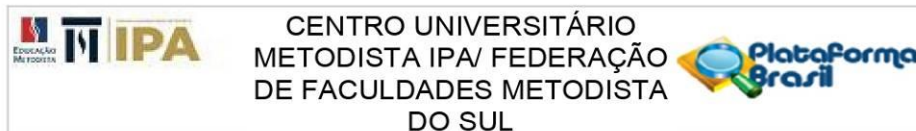


Continuação do Parecer: 5.780.773

Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto_Pesquisa_Doutoramento_Roberto_Albuquerque.pdf	20/10/2022 09:45:24	Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque	Aceito
Folha de Rosto	Documento_carimbado_UFP_34614_Roberto_Albuquerque.pdf	20/10/2022 09:17:34	Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque	Aceito
Outros	Curriculo_Lattes.pdf	19/10/2022 00:51:28	Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque	Aceito
Declaração de Pesquisadores	Declaracao_de_Isencao_de_Onus_Financeiro_UFP.pdf	19/10/2022 00:49:47	Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque	Aceito
Declaração de Pesquisadores	Termo_de_Compromisso_do_Pesquisador.pdf	19/10/2022 00:47:58	Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque	Aceito
Declaração de Pesquisadores	Declaracao_Orientador_Plataforma_Brasil_assinado.pdf	19/10/2022 00:42:37	Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque	Aceito
Outros	Requerimento_autorizacao_escola.pdf	19/10/2022 00:35:25	Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque	Aceito
Outros	Autorizacao_Escola.pdf	19/10/2022 00:34:39	Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque	Aceito
Outros	entrevista.pdf	19/10/2022 00:31:08	Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque	Aceito
Outros	questionario.pdf	19/10/2022 00:30:35	Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque	Aceito
Outros	teste_de_desempenho.pdf	19/10/2022 00:27:14	Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_entrevista.pdf	19/10/2022 00:26:36	Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_questionario.pdf	19/10/2022 00:26:10	Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_teste_de_desempenho.pdf	19/10/2022 00:25:39	Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque	Aceito

Endereço: Rua Joaquim Pedro Salgado, nº 80, Prédio B, sala 305
Bairro: Rio Branco **CEP:** 90.420-060
UF: RS **Município:** PORTO ALEGRE
Telefone: (51)3316-1237 **E-mail:** cep.ipa@ipa.metodista.br

Cont. Anexo C: Parecer Consubstanciado do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP)



Continuação do Parecer: 5.780.773

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

PORTO ALEGRE, 28 de Novembro de 2022

Assinado por:
Marcello Avila Mascarenhas
(Coordenador(a))

Endereço: Rua Joaquim Pedro Salgado, nº 80, Prédio B, sala 305
Bairro: Rio Branco **CEP:** 90.420-060
UF: RS **Município:** PORTO ALEGRE
Telefone: (51)3316-1237 **E-mail:** cep.ipa@ipa.metodista.br

Página 08 de 08