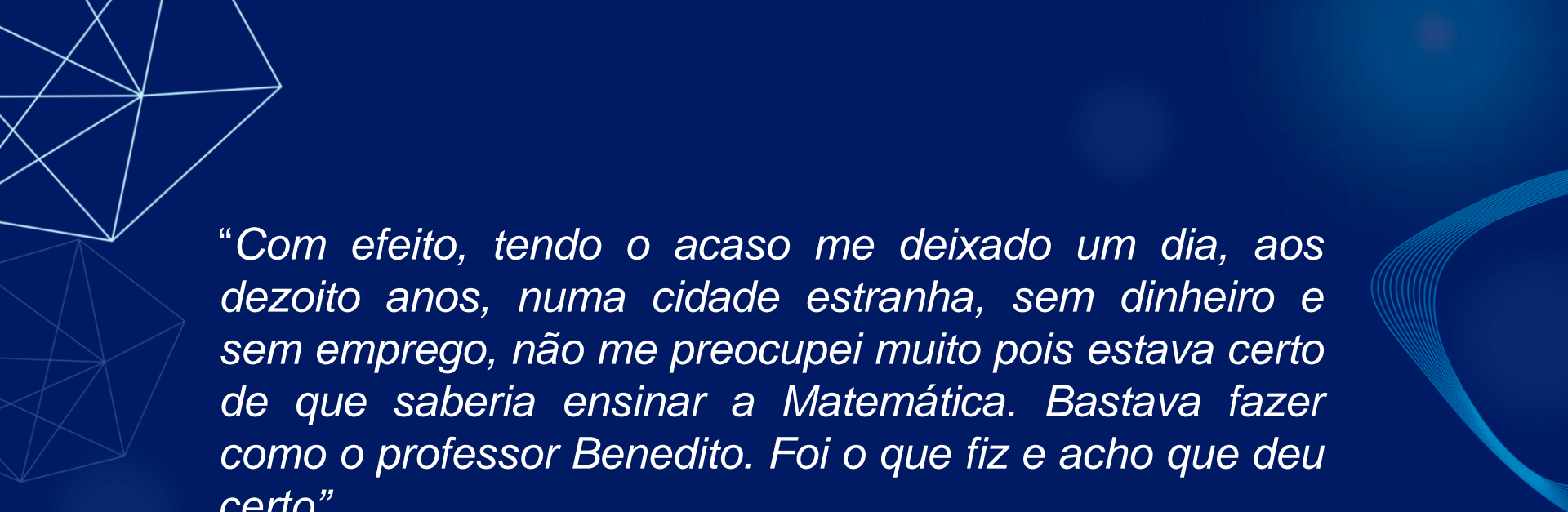


UNIVERSIDADE FERNANDO PESSOA
Faculdade de Ciência e Tecnologia - Doutorado em Ciências da
Informação

**Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital
como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática:
um estudo do desempenho de estudantes do Ensino Médio
ao aplicar o modelo psi-zero na resolução de problemas de contagem**

Roberto Stenio Areias Carneiro de Albuquerque
Prof. Dr. Luís Borges Gouveia (orientador)

Porto, 30 de outubro de 2024



“Com efeito, tendo o acaso me deixado um dia, aos dezoito anos, numa cidade estranha, sem dinheiro e sem emprego, não me preocupei muito pois estava certo de que saberia ensinar a Matemática. Bastava fazer como o professor Benedito. Foi o que fiz e acho que deu certo”.

Elon Lajes Lima (2000, p.3)

Estrutura da Apresentação

_01

O tema e o objeto de estudo

_02

O problema, a hipótese e as variáveis

_03

Os objetivos da investigação

_04

A estrutura e base teórica da tese

_05

O método de estudo

_06

A proposta do modelo psi-zero

_07

Os resultados e o contributo

_08

Publicações e trabalho futuro

_09

Conclusão e Referências

_01

O tema e o objeto de
estudo

- **Tema**

“Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática”.

- **Objeto de estudo**

“Desempenho de estudantes do Ensino Médio ao aplicar o *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem”.

- **Objeto de estudo delimitado**

“Desempenho de estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova ao aplicar o *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem”.

Contexto do estudo



A investigação foi realizada na Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova (EEEMFV). A pesquisa de campo contou com a participação de:

- 79 estudantes em Questionário;
- 12 estudantes em Entrevista;
- 85 estudantes em Teste de Desempenho.

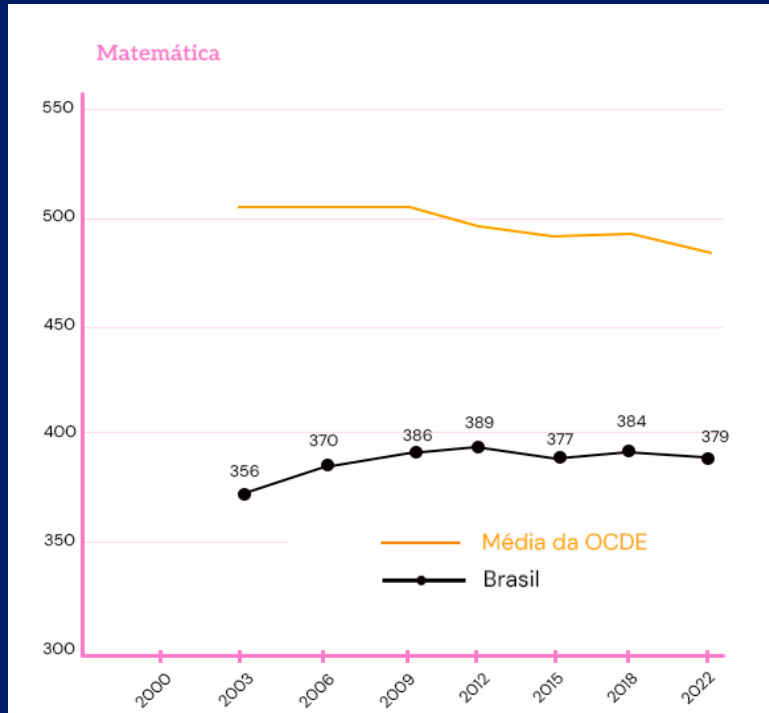
Fonte: de autoria própria. Data da fotografia:
02/02/2024.

Vista aérea do Município de Fazenda Vilanova



Fonte: Associação dos Municípios do Vale do Taquari (AMVAT).

Justificação do tema



O problema do desempenho de estudantes do Brasil em Matemática é evidenciado pelos resultados insatisfatórios obtidos por jovens estudantes brasileiros nos exames da área de Matemática do PISA [para saber mais veja OECD (2016); OECD (2019, p. 4); OECD (2023); e INEP (2023)]. É necessário, pois, realizar investigações nas escolas e validar novas estratégias didáticas que possam promover a literacia matemática, bem como, a elevação do desempenho de estudantes na resolução de problemas. Nesse sentido, pelo propósito e relevância, justifica-se o tema escolhido para trabalho de tese.

_02

O problema, a hipótese e as
variáveis

- **Problema**

“Será que a aplicação didática do *modelo psi-zero* proporciona uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem?”

- **Hipótese**

“A aplicação didática do *modelo psi-zero* proporciona uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem”.

- **Variáveis**

“*Desempenho (%) e Grupo (A ou B)*”.

_03

Os objetivos da investigação

• Objetivo geral

“verificar se a aplicação didática do *modelo psi-zero* proporciona uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem”.

• Objetivos específicos

- a) Analisar, de modo comparativo, os valores de tendência central (moda, média e mediana) e variabilidade (amplitude, variância e desvio padrão) do conjunto de dados de desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova sem e com a aplicação do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem;
- b) Conhecer limites e potencialidades didáticas da aplicação do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem;
- c) Elaborar a aplicação informática *y mat* – para explorar o conceito do *modelo psi-zero* na resolução de problemas de contagem.

_04

A estrutura e a base teórica da tese

A estrutura da tese

- Capítulo I: Introdução
- Capítulo II: A Matemática e a Resolução de Problemas
- Capítulo III: Ensino e Aprendizagem da Matemática
- Capítulo IV: Modelos Matemáticos Interpretados
- Capítulo V: Método de Estudo
- Capítulo VI: A Proposta do Modelo Psi-Zero
- Capítulo VII: Resultados Obtidos
- Capítulo VIII: Análise e Discussão
- Capítulo IX: Conclusão e Trabalho Futuro

A base teórica da tese

Albuquerque e
Gouveia
(2022)

Albuquerque e
Gouveia
(2021)

Albuquerque e
Gouveia
(2017)

Albuquerque e
Haetinger
(2015)

Almeida *et al.*
(2000)

Bassanezi
(2002)

Biembengut
(2020)

Chizzotti
(2006)

Demo
(2009)

Frenkel
(2014)

Gouveia e
Gaio (2004)

Johnson-Laird
(1983)

OECD
(2023)

Santos,
Almeida e
Correia (2002)

Strogatz
(2013)

_05

O método de estudo

Tipo de pesquisa

- *Qualitativa e quantitativa (quali-quantitativa)*

Estratégias de estudo

- *Pesquisa bibliográfica*
- *Estudo de caso (atenção nas limitações!!)*

Recolha de dados

- *Questionário*
- *Entrevista*
- *Teste de Desempenho*

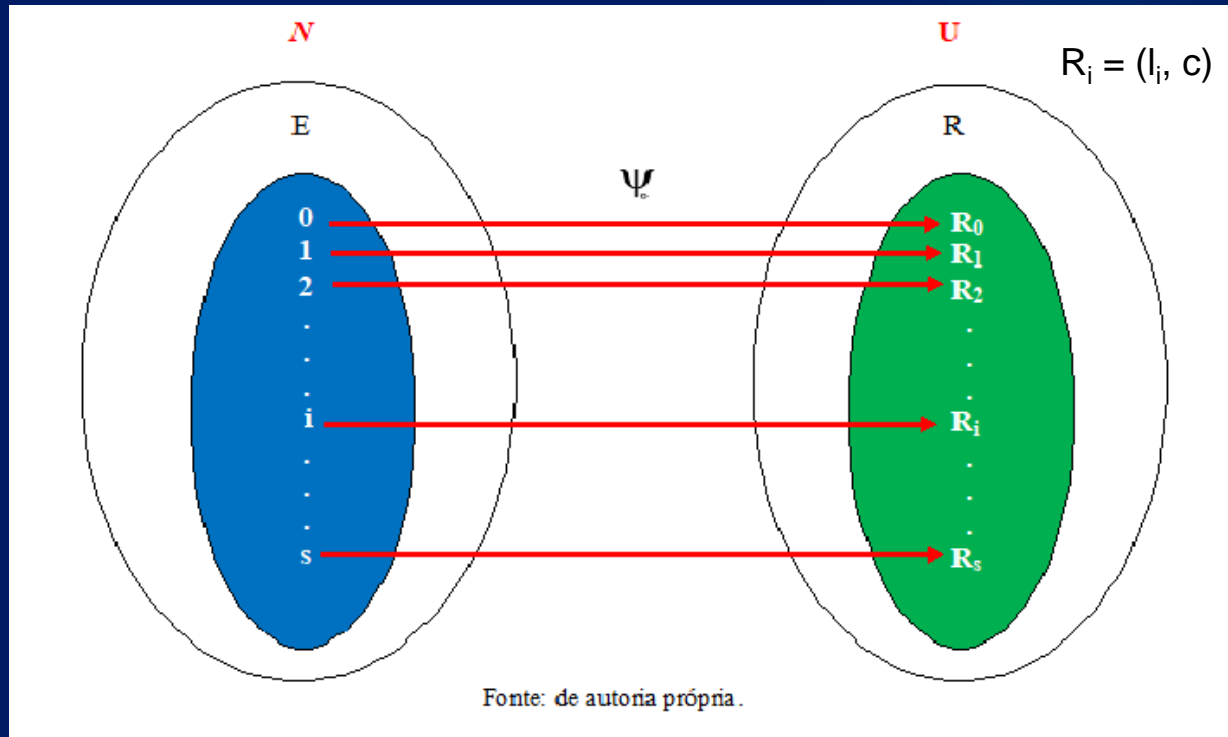
Análise de dados

- *Análise estatística descritiva*
- *Análise de respostas a questões abertas*

_06

A proposta do modelo psi-zero

Modelo psi-zero



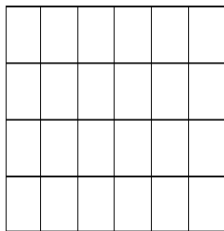
Aplicação informática ymat



Objetivo específico (c) atingido.

Aplicação didática do modelo psi-zero na RPC

Questão 01): Um ponto móvel vai percorrer um retângulo 4 x 6, composto por 24 quadrados, segundo as condições listadas abaixo:



- A partida do ponto ocorre no vértice do canto esquerdo inferior desse retângulo;
- O ponto avança em linha reta, seguindo só uma diagonal de cada quadrado;
- Quando o ponto chega à borda do retângulo, ele retoma segundo a diagonal do quadrado vizinho;
- O ponto irá parar assim que atingir outro vértice desse retângulo.

Quantos quadrados o ponto móvel irá atravessar antes de parar? Resposta: _____

Raciocínio R1

Questão 01

Raciocínio R2

Questão 01

Raciocínio R3

Questão 01

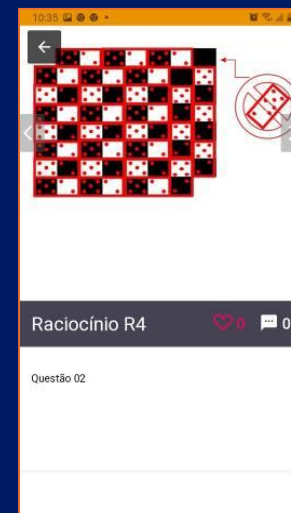
Raciocínio R4

Questão 01

Aplicação didática do modelo psi-zero na RPC

Questão 02) Se uma peça de dominó 5 por 2 cobre exatamente na horizontal ou na vertical dois quadrados vizinhos de um tabuleiro de xadrez mutilado – que sofreu extração de um quadrado do canto esquerdo superior e outro quadrado do canto direito inferior – então, de forma exata, pode-se afirmar que:
(A ssinale com um X a única alternativa correta)

- a) é possível cobrir todo o tabuleiro de xadrez mutilado com 64 dominós 5 por 2.
- b) é possível cobrir todo o tabuleiro de xadrez mutilado com 62 dominós 5 por 2.
- c) é possível cobrir todo o tabuleiro de xadrez mutilado com 32 dominós 5 por 2.
- d) é possível cobrir todo o tabuleiro de xadrez mutilado com 31 dominós 5 por 2.
- e) é impossível cobrir todo o tabuleiro de xadrez mutilado com dominós 5 por 2.



Proposta de uso didático do modelo psi-zero

Como estratégia didática, no ensino e aprendizagem da matemática, a aplicação do *modelo psi-zero* tem como proposta auxiliar o estudante a encontrar o(s) caminho(s) adequado(s) para solução e resolução de problemas da matemática escolar (em especial, resolução de problemas de contagem), de maneira, a proporcionar uma melhoria no seu desempenho de resolver problemas relacionados com a Matemática.

Limites

- Quanto ao uso de imagens dos modelos
- Quanto a fixação do Universo de Raciocínio U

Objetivo específico (b) atingido.

Potencialidades

- Uso de áudios, textos e vídeos instrutivos em plataforma digital
- Uso do *modelo psi-zero* com objetos de aprendizagem interativos

_07

Os resultados e o contributo

Resultados Questionário

Questionário Bloco I (13 perguntas fechadas):

- Para os Grupos *A* e *B* de estudantes, em mediana, têm-se o seguinte perfil: estudantes do sexo masculino; turno de estudo noturno; com mais de 16 anos; que exercem atividade profissional; gostam de ver televisão; ler livros, jornais e revistas; gostam de ouvir rádio e/ou podcasts; **não gostam de estudar Matemática**; possuem acesso a computador e Internet em casa ou escola; possuem *smartphone* com acesso à Internet; utilizam aplicações informáticas para fins educativos; **não dominam outro idioma (inglês, italiano, alemão etc.)**; e, por fim, utilizam a biblioteca e laboratórios da escola.

Resultados Questionário

Questionário Bloco II (15 questões com escala *likert*):

- Na visão do Grupo *A* e *B* de estudantes, é **importante**: o uso do *modelo psi-zero* como estratégia didática para resolução de problemas de contagem. A utilização de áudios, textos, vídeos instrutivos e figuras/imagens de objetos do dia-a-dia para facilitar a resolução de problemas de contagem; a exploração adequada de representações visuais de objetos concretos e desenhos na resolução de problemas de contagem.

Resultados Questionário

Questionário Bloco II (15 questões com escala *likert*):

- Os Grupos *A* e *B* de estudantes **concordam** que o uso do *modelo psi-zero* com objetos de aprendizagem interativos (como, por exemplo, simuladores e videogames educacionais) pode facilitar a resolução de problemas de contagem. Também **concordam** que é mais fácil resolver a Questão 01 do Teste de Desempenho com o *modelo psi-zero*, visto que, se pode representar o ponto que se move num retângulo por uma bola de bilhar que se movimenta numa mesa de formato retangular.

Resultados Questionário

Questionário Bloco II (15 questões com escala *likert*):

- Os Grupos A e B de estudantes relataram que **eventualmente** utilizam textos, áudios, vídeos instrutivos e representações visuais de objetos concretos para resolver problemas de contagem. Mas que, se disponível para uso didático em sala de aula irão utilizar **frequentemente** o *modelo psi-zero* para resolver problemas de contagem.

Resultados Questionário

Questionário Bloco II (15 questões com escala *likert*):

- O Grupo A de estudantes não concordam e nem discordam que é mais difícil resolver a Questão 01 do Teste de Desempenho com o uso do *modelo psi-zero*; que é mais fácil resolver a Questão 02 do Teste de Desempenho sem o uso do *modelo psi-zero*; que o uso do *modelo psi-zero* dificulta a representação visual de um problema de contagem.
- O Grupo B de estudantes discorda que é mais difícil resolver a Questão 01 do Teste de Desempenho com o uso do *modelo psi-zero*; que é mais fácil resolver a Questão 02 do Teste de Desempenho sem o uso do *modelo psi-zero*; que o uso do *modelo psi-zero* dificulta a representação visual de um problema de contagem.

Resultados Questionário

Questionário Bloco II (15 questões com escala *likert*):

- O Grupo *A* de estudantes diz que frequentemente utiliza desenhos para resolver problemas de contagem. O Grupo *B* de estudantes diz que eventualmente utiliza desenhos para resolver problemas de contagem.
- O Grupo *B* de estudantes diz que eventualmente utiliza figuras/imagens de objetos do dia-a-dia para resolver problemas de contagem.
- Não foi possível definir a frequência com que o Grupo *A* de estudantes utiliza figuras/imagens de objetos do dia-a-dia para resolver problemas de contagem, devido ao resultado da mediana ser 3,5 (entre 3 e 4 na escala *likert*).

Resultados Entrevista

QUADRO 1

Estudante Grupo A Cód./Desempenho	Comentários (extraídos das entrevistas)	Análise de Comentários Aplicativo ymat com psi-zero		
		Positivo	Neutro	Negativo
22/100%	(...) Este teste com um aplicativo para te ajudar a se localizar seria bem melhor (...).	X		
12/50%	(...) a ideia do aplicativo, achei bem interessante e bem criativo (...).	X		
47/50%	Foi uma experiência nova fazer esse teste.		X	
115/50%	(...) como a gente teve dificuldade na questão um, talvez a proposta do aplicativo fosse facilitar. Não precisaria ter feito tantos rabiscos (...). E a dois também. (...) a ideia do aplicativo vai ser show de bola.	X		
117/50%	Sem comentários			

Fonte: da pesquisa.

QUADRO 2

Estudante Grupo B Cód./Desempenho	Comentários (extraídos das entrevistas)	Análise de Comentários Aplicativo ymat com psi-zero		
		Positivo	Neutro	Negativo
07/0%	Do aplicativo eu acho que podia ser um pouco maior as imagens (...).			X
25/100%	(...) não conseguiria fazer acertando as questões, se não tivesse usado o aplicativo.	X		
19/50%	Eu gostaria de comentar sobre o aplicativo. (...) ele é muito bom, principalmente para pessoas que tenham o raciocínio mais como eu, porque eu não entendo na hora da explicação por palavras, eu entendo mais pelos desenhos (...).	X		
40/50%	Eu fui bem sincero nas respostas dos benefícios que o aplicativo traz (...).	X		
106/100%	Esse aplicativo é algo muito interessante. (...) eu espero que ele vá para frente e ele seja concluído. Seja um sucesso para as próximas gerações. (...) isso vai ser algo muito bom na ajuda do raciocínio mais rápido e tal (...).	X		
61/50%	Sem comentários			
05/0%	Sem comentários			

Fonte: da pesquisa.

Resultados Entrevista

TABELA 1: Ocorrências de Respostas Dadas a Questão 01 da Entrevista

<i>Questão 01 da Entrevista</i>	<i>Qual foi a questão mais difícil de resolver no teste de desempenho? (Justifique a sua resposta!)</i>	
	Resposta dos Estudantes	
	Primeira	Segunda
Grupo A	3 ocorrências	2 ocorrências
Grupo B	4 ocorrências	3 ocorrências
Total	7 ocorrências	5 ocorrências

Fonte: da pesquisa

Fonte: da pesquisa.

Resultados Entrevista

TABELA 2: Ocorrências de Respostas Dadas a Questão 02 da Entrevista

Quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão 01 do teste de desempenho?

Questão 02 da Entrevista

	Resposta dos Estudantes	
	Facilidades	Dificuldades
Grupo A	2 ocorrências	3 ocorrências
Grupo B	5 ocorrências	5 ocorrências
Total	7 ocorrências	8 ocorrências

Fonte: da pesquisa

Fonte: da pesquisa.

Resultados Entrevista

TABELA 3: Ocorrências de Respostas Dadas a Questão 03 da Entrevista

<i>Questão 03 da Entrevista</i>	<i>Quais foram as facilidades e/ou dificuldades encontradas pelo estudante para resolver a questão 02 do teste de desempenho?</i>	
	Resposta dos Estudantes	
	Facilidades	Dificuldades
Grupo A	5 ocorrências	2 ocorrências
Grupo B	6 ocorrências	5 ocorrências
Total	11 ocorrências	7 ocorrências

Fonte: da pesquisa

Fonte: da pesquisa.

Resultados Entrevista

TABELA 4: Ocorrências de Respostas Dadas a Questão 04 da Entrevista

	Resposta dos Estudantes	
	Desenhos	Figuras/Imagens
Grupo A	3 ocorrências	2 ocorrências
Grupo B	4 ocorrências	3 ocorrências
Total	7 ocorrências	5 ocorrências

Fonte: da pesquisa

Fonte: da pesquisa.

Resultados Teste de Desempenho

		Desempenho (%)	
		B	A
Moda	B = A	0,00 = 0,00	
Mediana	B > A	50 > 0,00	
Média	B > A	41,9 > 19,0	
Amplitude	B = A	100 = 100	
Variância	B > A	1777 > 726	
Desvio padrão	B > A	42,2 > 26,9	
25° percentil	B = A	0,00 = 0,00	
50° percentil	B > A	50 > 0,00	
75° percentil	B > A	100 > 50,0	

N= 85 estudantes

Grupo A = 42 estudantes
Grupo B = 43 estudantes

Objetivo específico (a) atingido.

Fonte: da pesquisa. Estatísticas descritivas obtidas com o auxílio do programa *Jamovi*.

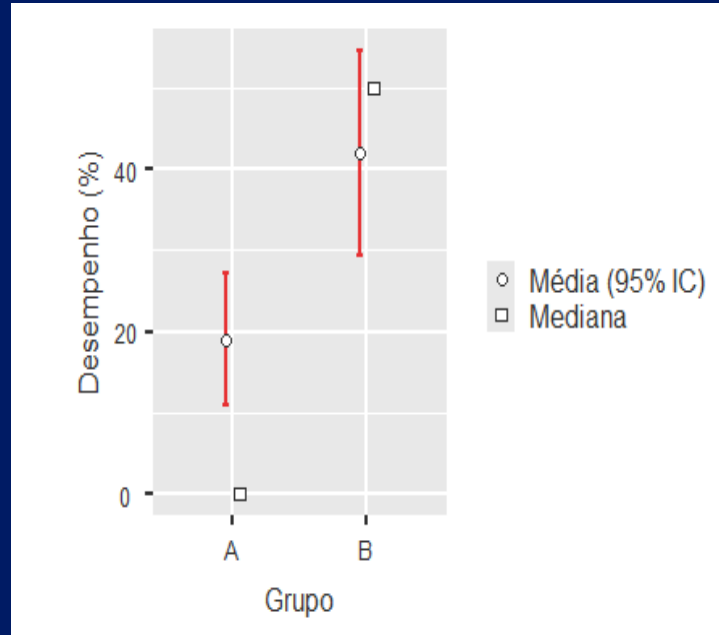
Resultados Teste de Desempenho

Teste de Homogeneidade de Variâncias				
Desempenho (%)	F	Df	df2	P
Levene	13,5	1	83	P<0,001
Variance ratio	0,408	41	42	0,005
Resultado: não atende estatisticamente o pressuposto de homogeneidade de variâncias (P<0,05).				
Teste de Normalidade				
Desempenho (%)	E estatística	P		
Shapiro-Wilk	0,880	P < 0,001		
Kolmogorov-Smirnov	0,247	P < 0,001		
Anderson-Darling	3,83	P < 0,001		
Resultado: não atende estatisticamente o pressuposto de normalidade (P<0,05).				
Teste U de Mann-Whitney				
Desempenho (%)	U de Mann-Whitney	Estatística	P	
		644	0,006	
Resultado: hipótese alternativa $H_1(\mu_B > \mu_A)$ é estatisticamente significativa (P < 0,05).				

Fonte: da pesquisa, sendo os testes estatísticos obtidos com o auxílio do programa *Jamovi* mais *Moretests*.

Resultados Teste de Desempenho

Desempenho (%) x Grupo



ESTUDANTES

Grupo A: sem psi-zero

Grupo B: com psi-zero

**Objetivo geral atingido
&
Hipótese confirmada**

Fonte: da pesquisa, sendo o Gráfico obtido com o auxílio do programa *Jamovi*.

Contributo

No âmbito do Ensino Médio, “*validação da proposta de aplicação do modelo psi-zero como estratégia didática para a resolução de problemas de contagem*”.

_08

Publicações e trabalho futuro

Publicações realizadas

- Albuquerque, R. S. A. C. de; Gouveia, Luís Borges (2022). Um problema de contagem com solução vazia. *Educação e Matemática: Revista da Associação de Professores de Matemática (RAPM)*. Secção Ponto de Vista, Reações e Ideias. nº165(2022). ISSN: 0871-7222.
- Albuquerque, R. S. A. C. de; Gouveia, Luís Borges (2021). Uma recreação matemática com agrupamentos de pedras. Painel I. *Revista do Professor de Matemática (RPM)*. nº103, pp.12-14, Junho.
- Albuquerque, R. S. A. C. de; Gouveia, Luís Borges (2017). Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática. *In: GADI (coord.)*. (2018). Gabinete de Relações Internacionais e Apoio ao Desenvolvimento Institucional, Universidade Fernando Pessoa. ebook, *Atas dos Dias da Investigação na UFP 2017 (UFP Research Days Proceedings)*. Porto. ISBN 978-989-643-144-9.
- Albuquerque, R. S. A. C. de; Gouveia, Luís Borges (2017). Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática. *Dias da Investigação na UFP*. 11 a 14 de Julho. Universidade Fernando Pessoa.

Trabalho futuro

- Elaborar etapas e diretrizes gerais para construção adequada de modelos matemáticos interpretados (MMI);
- Investigar se existe uma causa em comum para os estudantes de Ensino Médio não gostarem de matemática e não dominarem outro idioma (inglês, italiano, alemão, etc.);
- Investigar o desempenho do *modelo psi-zero* com base na aplicação de outros modelos orientados para o ensino e aprendizagem de matemática;
- Desenvolver, lançar e analisar comercialmente a aplicação informática *y_{mat}* (integrada com o *modelo psi-zero*) para fins educacionais.

_09

Conclusão e referências

Conclusão

No estudo realizado, todos os objetivos de investigação foram atingidos e a resposta encontrada para o problema de pesquisa foi positiva, sendo confirmada a hipótese levantada no início da pesquisa. Com efeito, a conclusão do estudo é que, agora, a hipótese se transforma em tese, de maneira que, respeitando-se a limitação do estudo executado, pode-se afirmar que: *“a aplicação didática do modelo psi-zero proporciona uma elevação do desempenho dos estudantes da Escola Estadual de Ensino Médio Fazenda Vilanova na resolução de problemas de contagem”*.

Publicações realizadas

- Albuquerque, R. S. A. C. de; e Gouveia, Luís Borges (2022). Um problema de contagem com solução vazia. *Educação e Matemática: Revistada Associação de Professores de Matemática (RAPM)*. Secção Ponto de Vista, Reações e Ideias. Nº165 (2022). ISSN:0871-7222.
- Albuquerque, R. S. A. C. de; e Gouveia, Luís Borges (2021). Uma recreação matemática com agrupamentos de pedras. Painel. *Revista do Professor de Matemática (RPM)*. nº103, pp.12-14, Junho.
- Albuquerque, R. S. A. C. de; e Gouveia, Luís Borges (2017). Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática. *In: GADI (coord.). (2018). Gabinete de Relações Internacionais e Apoio ao Desenvolvimento Institucional, Universidade Fernando Pessoa. ebook, Atas dos Dias da Investigação na UFP 2017 (UFP Research Days Proceedings). Porto. ISBN978-989-643-144-9.*
- Albuquerque, R. S. A. C. de; e Gouveia, Luís Borges (2017). Uso de modelos matemáticos interpretados em plataforma digital como estratégia para o ensino e aprendizagem da matemática.